

B. Germain-Bonne a répondu non, mais il s'est alors posé la question de savoir s'il pouvait exister des suites numériques infinies (des nombres infinis, en quelque sorte) qui se commentent cycliquement les uns les autres : dans un cycle de période 3, la première serait le commentaire de la deuxième, qui serait le commentaire de la troisième qui serait le commentaire de la première.

L'étude minutieuse qu'il a menée (et qui l'a conduit, lui aussi, à développer une théorie des éléments analogue à celle de J. Conway) a donné la réponse suivante :

Seuls des cycles à trois éléments sont possibles, et il y a en quatre en tout et pour tout. On les obtient par la méthode suivante :

– On part de l'élément Zn, égal à 312 ;

– On calcule le commentaire à trois reprises ; cela donne Cu, puis Ni, puis Zn Co = 31232112, ce qui prolonge le mot de départ ;

– On calcule encore le commentaire trois fois ; cela donne Cu Fe, puis Ni Mn, puis Zn Co Cr Si, soit 312 32112311321322112, ce qui prolonge encore le mot de départ. Etc.

De proche en proche, on obtient une infinité de chiffres qui composent un mot infini qui est «le commentaire du commentaire du commentaire de lui-même».

Le second cycle est obtenu de la même façon en partant de Ho ; son début est Ho Gd Pm Ca Zn Ar Mn. Le troisième et le quatrième sont obtenus en faisant précéder les deux premiers de H = 22

Ces nombres infinis, qui sont exactement égaux au commentaire du commentaire du commentaire d'eux-mêmes, ne sont pas périodiques (jamais les mêmes chiffres ne se répètent dans le même ordre). Leurs décimales représentent donc des nombres irrationnels nouveaux et remarquables. Ils utilisent évidemment les 92 éléments de la chimie du monde numérique de J. Conway, et cela dans des proportions qui sont celles déjà calculées précédemment par J. Conway. Ces nombres infinis sont des mondes complets, stabilisés, autonomes, qui se connaissent parfaitement et qui contiennent en eux-mêmes tous les commentaires (numériques) qu'on peut faire sur eux.

LES COMMENTAIRES ORDONNÉS SONT TOUJOURS CYCLIQUES

Les commentaires que nous avons envisagés jusqu'à présent sont des commentaires exhaustifs : à partir du commentaire, il est possible de recons-

tituer le texte original. En littérature, ce n'est en général pas le cas.

Changeons un peu les règles du jeu du commentaire numérique et écrivons le commentaire d'une suite de nombres, par exemple (9 3 1 2 1 9), en comptant le nombre de «0» s'il y en a, puis le nombre de «1» s'il y en a, etc., et écrivons dans cet ordre les résultats. Ici on obtient (2 1 1 2 1 3 2 9), qui lui-même peut se commenter en (3 1 3 2 1 3 1 9), etc. Que se passe-t-il alors ? Y a-t-il encore expansion infinie pour ce nouveau type de commentaire simplificateur ?

Le problème semble proche du précédent, mais en réalité il est bien plus simple. Hervé Lehning et, indépendamment, Victor Bronstein et Aviezri Fraenkel ont montré que, quel que soit le point de départ, une telle suite finissait toujours par donner un cycle : ces commentaires ordonnés sont donc toujours cycliques et ne donnent jamais lieu à une croissance infinie.

La suite (1) donne par exemple :

(1) (1 1) (2 1) (1 1 1 2) (3 1 1 2) (2 1 1 2 1 3) (3 1 2 2 1 3) (2 1 2 2 2 3) (1 1 4 2 1 3) (3 1 1 2 1 3 1 4) (4 1 1 2 2 3 1 4) (3 1 2 2 1 3 2 4) (2 1 3 2 2 3 1 4) (2 1 3 2 2 3 1 4)

Ce qui est même mieux qu'un cycle, puisque c'est un point fixe.

La suite partant de (6 7) donne rapidement un cycle d'ordre 3. Ce n'est pas un hasard, car Hervé Lehning a montré que seuls 1 2 et 3 pouvaient être des périodes. Mais, aussi puissant que soit ce résultat sur les cycles, il ne résout pas toutes les questions qu'on peut se poser, et je ne sais pas si quelqu'un a réussi à caractériser tous les points fixes, comme (2 1 3 2 2 3 1 4).

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique à l'Université des sciences et technologies de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille du CNRS.

V. BRONSTEIN et **A. FRAENKEL**, *On a Curious Property of Counting Sequences*, in *American Mathematical Monthly*, pp. 560-563, juin 1994.

J. CONWAY, *The Weird and Wonderful Chemistry of Audioactive Decay*, in *Open Problems in Communication and Computation* (T. Cover Ed.), Springer-Verlag, pp. 173-188, 1987.

M. HILGEMEIR, *Die Gleichniszahlen-Reihe*, in *Bild der Wissenschaft*, n° 12, pp. 194-195, 1986.

H. LEHNING, *Quelle est la meilleure preuve ?*, in *Quadrature*, n° 11, pp.5-12, 1992.

B. GERMAIN-BONNE, *Mots autodescriptifs et co-descriptifs*, Publication du Laboratoire d'analyse numérique de l'Université de Lille, n° 332, 1994.

Le principe anthropomurphyque

IAN STEWART

L'explication mécanique montre pourquoi la tartine tombe côté beurre.

Aussi loin que j'examine
Je n'ai jamais eu le bonheur
De voir tomber une tartine
Autrement que côté beurre

Ce texte est une traduction très libre d'un quatrain de James Payn. Ce que Payn déplore n'est que l'exemple archétypique de la loi de Murphy : « Toute catastrophe qui peut se produire se produit. » Un capitaine de l'U.S. Air Force – pas de récompense à qui trouvera son nom – la découvrit à la fin des années 1940. Cette loi a de nombreuses variantes et extensions. Par exemple : « Si un malheur est impossible, il se produit quand même. » La prédiction apparaît sous d'autres appellations. En 1991, la série télévisée *QED*, de la BBC, fut à deux pixels de la réfuter.

Les participants de l'émission lancèrent des tartines en l'air 300 fois dans diverses conditions et conclurent qu'il n'y avait aucune prédilection pour les atterrissages côté beurre. En vérité, les résultats étaient statistiquement indiscernables du simple hasard. L'affaire en serait restée là sans Robert Matthews, un journaliste britannique à penchant mathématique. Dans l'*European Journal of Physics*, il a récemment publié deux critiques concernant les expériences de *QED*. D'abord la loi de Murphy devrait, par sa définition même, invalider toute expérience visant à l'établir. Ensuite les tartines sont rarement jetées en l'air lors d'un petit déjeuner, mais plutôt basculées par-dessus le bord de la table. Les expériences de *QED* auraient dû reproduire ce type de mouvements.

Avant d'aller plus loin, il importe de noter que le poids du beurre ne dépasse pas plus de dix pour cent du poids de la tartine type. La plus grande partie de cette masse additionnelle est absorbée par la mie, de sorte que le tartinage a peu d'effets sur la dynamique des tartines volantes. Les effets sur l'aérodynamisme, résultant de la surface beurrée, sont également négligeables. Dès lors, R. Matthews réduit la loi de Murphy aux conséquences d'une asymétrie : comme c'est la face supérieure de la tartine qui est beurrée, cette face est sur le dessus lorsque la tartine bascule par-dessus le bord de la table.

Lors de sa chute, elle pivote avec une vitesse angulaire déterminée par le surplomb de son centre de gravité par rapport au bord de la table à l'instant où la tartine commence sa chute. Se pourrait-il que la hauteur moyenne d'une table et la force de gravitation de la Terre conspirent à créer une prédominance de rotations d'un multiple impair de 180 degrés ? Pour faire court, et d'après les calculs de R. Matthews, ce serait le cas : les rotations qui s'achèvent par un atterrissage côté beurre sont de loin les plus communes.

Avant de considérer les raisons justifiant cette navrante prédominance, résu-

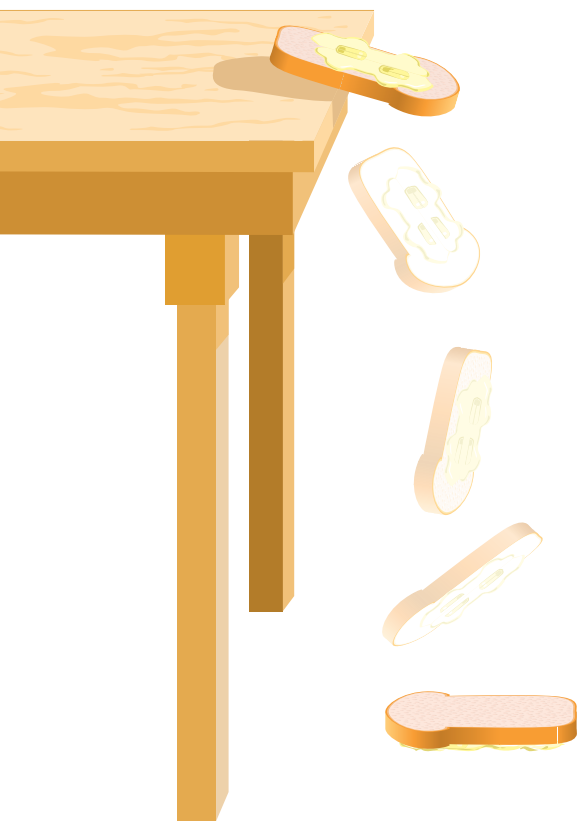
mons les arguments mathématiques de R. Matthews. L'illustration de l'encadré page 105 en haut représente la position initiale de la tartine, les principales variables en jeu, ainsi que quelques formules dérivées des lois de Newton. La conclusion principale est que la tartine ne saurait atterrir « beurre en haut », à moins que le paramètre surplomb critique – le quotient, de la distance entre le centre de la tartine et le bord de la table, par sa demi-longueur – ne soit au moins de six pour cent. L'expérience prouve que cette valeur est de 2 pour cent pour le pain et de 1,5 pour cent pour les toasts, résultats beaucoup trop petits pour que la tartine pivote de plus de 360 degrés. Comme on peut prouver que la rotation est d'au moins 180 degrés, un atterrissage « beurre-en-bas » est inévitable !

R. Matthews fait plusieurs hypothèses, l'une étant que la tartine ne rebondit pas lorsqu'elle heurte le sol. Une autre est que la tartine glisse lentement par dessus le bord de la table, de sorte qu'elle se détache dès que le surplomb critique est atteint ; là encore, pas de véritable difficulté : sauf si la vitesse horizontale de la tartine, lorsqu'elle passe le bord, est au moins de 1,6 mètre par seconde – une sérieuse taloche ! –, cette vitesse est sans grand effet sur la chute. Aussi, si vous voyez une tartine glisser de votre table, donnez-lui de la vitesse en la frappant d'un revers de main. Si cette stratégie ne sauve pas la tartine, elle devrait éviter de beurrer le tapis.

LA RÉSONANCE MURPHYQUE

Cette analyse est excellente, mais elle suggère que la loi de Murphy n'est qu'une simple coïncidence, un cas étrange de « résonance murphyque » résultant des valeurs arbitraires que la culture humaine assigne aux tables et tartines et avec la non moins arbitraire valeur du champ gravitationnel terrestre. En fait, comme R. Matthews le démontre, rien n'est plus loin de la vérité. La loi de Murphy, telle que contenue dans les tartines pivotantes, est une profonde conséquence des valeurs des constantes fondamentales de la nature. Dans tout univers contenant des créatures qui nous ressemblent, la loi de Murphy s'applique – du moins s'ils mangent des tartines, assis à des tables.

Le raisonnement complet est technique et compliqué, mais ses grandes lignes sont simples. L'information clef vient de William Press, de Harvard, qui avança en 1980 que la hauteur d'un organisme marchant sur deux jambes est limitée par la valeur du champ de gravitation où il vit. Comparés aux quadrupèdes, les bipèdes sont intrinsèquement instables. Il suffit



La morphodynamique de la tartine

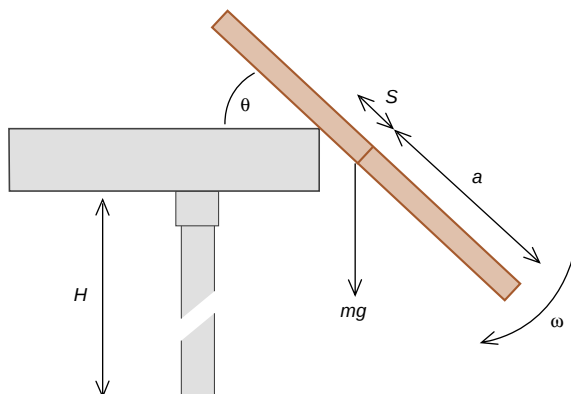
Définissons le paramètre «surplomb critique» – le quotient de la distance de la tartine entre son centre et le bord de la table à sa demi-longueur, juste avant qu'elle se ne détache – et notons-le η . Les lois de Newton du mouvement conduisent à la relation :

$\omega^2 = (6g/a)(\eta/(1 + 3\eta^2))\sin \theta$, aussi longtemps que la tartine pivote sur le rebord de la table. La tartine commence à glisser lorsque son poids dépasse la force de friction sur le bord de la table. La vitesse de rotation à cet instant est celle que la tartine conservera tout au long de sa chute.

Les estimations montrent que la tartine va pivoter d'au

moins 180° avant d'atteindre le sol. Pour atterrir «beurre en haut», elle doit tourner d'au moins 360°. Nous connaissons la vitesse de rotation de la tartine et H et g nous indiquent le temps qu'elle mettra pour atteindre le sol. R. Matthews montre qu'elle ne tourne de plus de 360° que lorsque le

surplomb critique dépasse 0,06, ce qui est rarissime.



g = accélération de la pesanteur
 m = masse de la tartine
 a = demi-longueur de la tartine
 S = surplomb initial
 θ = angle de rotation
 H = hauteur de la table
 ω = vitesse angulaire de rotation

que la verticale de leur centre de gravité soit extérieure à la surface de sustentation pour qu'ils basculent. Les quadrupèdes aussi, mais leur polygone de sustentation est plus grand : les girafes sont plus grandes que les humains.

La hauteur maximale pour un bipède est celle au-delà de laquelle une chute sur la tête causerait sa mort. Il est raisonnable de supposer qu'une table utilisée par un tel bipède intelligent doit avoir une hauteur proche de la moitié de sa propre hauteur. Sur la Terre, une table doit avoir au moins trois mètres de haut pour que la loi de Murphy soit violée, et donc nous devrions mesurer au moins six mètres pour espérer échapper aux infortunes de la résonance murphyque. Une bonne question est : une race extraterrestre lointaine peut-elle être murphyquement immune ?

Pour répondre à cela, R. Matthews modélise un extraterrestre par un cylindre de polymère surmonté d'une sphère en guise de tête. Je propose d'appeler cet organisme un polymurphe. La mort se pro-

duit lorsque les liens chimiques d'une couche du polymère sont brisés. R. Matthews en déduit que la hauteur d'un polymurphe viable est au plus de $(3nq/h)^{1/2} \mu^2 A^{-1/6} (\alpha/\alpha_0)^{1/4} a_0$, expression où n est le nombre d'atomes dans le plan où les fractures doivent se produire (typiquement : environ 100) ; $q = 3 \cdot 10^{-3}$, une constante liée aux polymères ; f , la fraction d'énergie cinétique absorbée par la rupture des liens du polymère ; μ , le rayon des atomes du polymère exprimé en rayons de Bohr ; A , la masse atomique du polymère ; α , la constante de structure fine électronique $e^2/2h\epsilon_0 c$, où e est la charge de l'électron, h , la constante de Planck, ϵ_0 , la permittivité de l'espace libre et c la vitesse de la lumière ; α_0 , la constante de structure fine gravitationnelle $2\pi G m_p^2 / hc$, où G est la constante de la gravitation et m_p la masse du proton ; a_0 est le rayon de Bohr.

En reportant les valeurs de ces variables dans notre Univers, nous trouvons que la hauteur de sécurité maximale pour un polymurphe est de 295 centimètres

(le plus grand être humain mesuré, un certain Robert Wadlow, atteignait 272 centimètres). C'est très en deçà des six mètres requis pour espérer éviter les atterrissages «côté beurre». Il est intéressant de noter que cette limite supérieure aux tailles des polymurphes ne dépend pas de la planète qu'ils habitent. La raison en est que l'équilibre entre les forces de gravitation, les forces électrostatiques et les forces quantiques requises pour empêcher le polymurphe de tomber en morceaux relie la gravité de la planète à des constantes plus fondamentales. Il en résulte donc que la loi de Murphy n'est pas du tout une coïncidence, mais la conséquence d'un principe «anthropomurphyque» : tout univers de type conventionnel contenant des polymurphes intelligents obéira à la loi de Murphy. R. Matthews conclut «si l'on en croit Einstein, Dieu est subtil, mais Il n'est pas malicieux. C'est sans doute vrai, mais Son influence sur la chute des tartines laisse planer le doute.» Le problème du mal est posé.

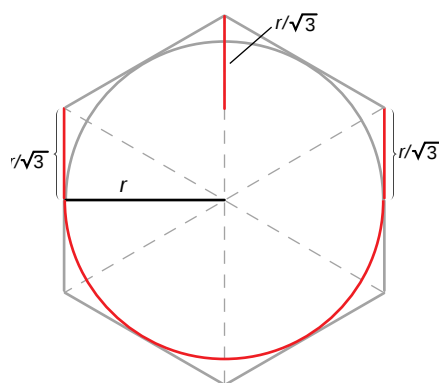
Réaction

Plusieurs lecteurs m'ont écrit pour faire remarquer que Sherlock Holmes aurait pu économiser encore plus de temps dans sa recherche de la chèvre de Ghastleigh (*Un drain peut en cacher un autre, Pour la Science* n° 216) en creusant des fossés séparés. Geoffrey Phillips de Briarcliff Manor, N.Y., le précise éloquemment.

«La question n'est pas de trouver la tranchée unique la plus courte, mais de minimiser le travail de terrassement. Au lieu de creuser sur les dis-

tances AB et CD – soit 200 mètres –, il suffit de se limiter à 57,75 mètres de B vers A , à la même distance de C vers D et encore à cette distance à mi-chemin entre les deux premières, mais plus éloignée du centre ; un creusement total de $(\sqrt{3} + \pi)r$ si on adjoint le demi-cercle.

Ma solution conduisait à une tranchée de $(2 + \pi)r$. L'approche de G. Phillips ouvre tout un nouvel ensemble de questions. En particulier : pouvez-vous faire mieux avec deux tranchées ? Et avec trois ou plus ?



Le patient parasite de la mante religieuse

Texte et photographies de Bernard Chaubet.



Mantibaria mantis fixée sous les ailes de la mante.



Ponte de *Mantibaria mantis* dans l'oothèque en formation.

Les phénomènes de parasitisme étonnent par la finesse des adaptations du parasite à l'hôte. Le talon d'Achille de la mante religieuse (*Mantis religiosa*), redoutable prédateur, est sa progéniture, malgré le soin qu'elle met à la protéger. La femelle pond ses œufs dans une oothèque qu'elle confectionne en sécrétant une matière liquide qui durcit au contact de l'air (à droite). Toutefois, cette coque protectrice ne sèche pas assez vite pour mettre les œufs de la mante à l'abri de tout danger, car certains hyménoptères parviennent à pondre dans les œufs après l'enrobage !

L'un de ces parasites, *Mantibaria mantis*, a une stratégie toute de patience. La femelle, mesurant 2,5 millimètres, part à la recherche d'une mante adulte et s'installe à l'abri, sous les ailes de l'insecte géant (en haut à gauche). Commence alors pour ce passager clandestin une vie sédentaire qui va durer plusieurs mois. Ses ailes désormais inutiles se détachent.

Cette attente opiniâtre cesse dès les premières contractions abdominales de la mante sur le point de pondre. L'hyménoptère descend alors le long de son hôte et accède à la matière enrobant les œufs, encore semi-liquide (en bas à gauche). Elle dispose d'une à deux heures pour pondre avant le durcissement de l'oothèque. Au risque d'être engloutie, elle traîne son abdomen jusqu'à ce qu'elle découvre un œuf, puis y dépose le sien. La larve de *Mantibaria* se développera jusqu'au stade adulte aux dépens de l'œuf de mante. Plusieurs œufs sont parasités. Le parasite court le risque d'être emprisonné dans l'enrobage, car les mouvements de l'abdomen de la mante sont amples et saccadés. S'il survit à cette entreprise, il remontera le long du corps de son hôte et retournera s'abriter... dans l'attente d'une nouvelle ponte.