

Flottements

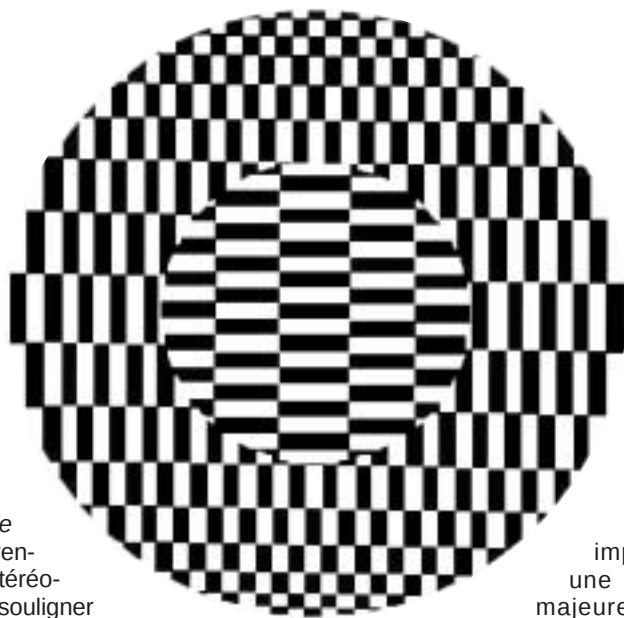
Un motif d'Op-Art dû à Hajime Ōuchi, d'abord publié au Japon, puis repris dans une collection populaire américaine pour graphistes (*Japanese Optical and Geometrical Art*, Dover, 1977) intrigue les spécialistes de la perception visuelle. Une région circulaire, remplie d'une texture en damier étiré selon l'horizontale, y est entourée d'une couronne circulaire également texturée en damier, mais étiré selon la verticale. Quand on déplace le motif, par un mouvement de va et vient à l'horizontale, la région du centre semble se désolidariser de la page, et glisser sur la texture qui l'entoure. On sait que les textures très contrastées et fortement périodiques induisent parfois des instabilités visuelles, ou des couleurs illusoires, que l'on classe avec les effets de moirage. Repérée par Lothar Spillman, spécialiste des effets cinétiques dans la vision, et choisie pour figurer en couverture d'un de ses livres (L. Spillman et J.S. Werner, *Visual Perception : The Neurophysiological Foundations*, Academic Press, 1977), la figure d'Ōuchi (*ci-contre*) entame une carrière scientifique.

Deux chercheurs italiens, Nicola Bruno et Paola Bressan ont étudié l'illusion et construit des variantes intéressantes. Ils ont montré que si une texture A est

entourée d'une texture B entourée à son tour par A, c'est B qui semble se déplacer. Ils ont également montré que l'effet de glissement est maintenu (*voir la figure en bas de la page*), sinon renforcé en vision stéréoscopique. Il faut souligner que l'Italie produit, depuis des décennies, des travaux très imaginatifs dans le domaine de la perception visuelle auxquelles les revues scientifiques établies ne donnent pas toujours leur vraie place.

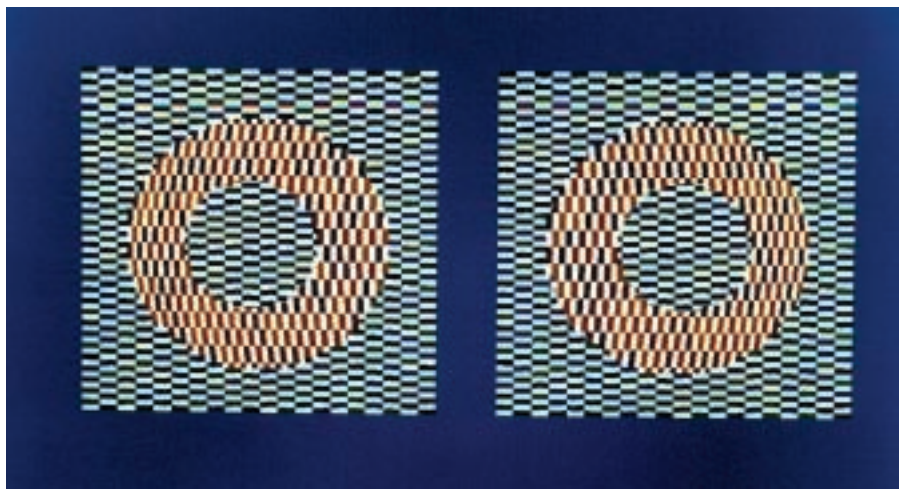
Selon les chercheurs australiens Hine, Cook et Rogers, l'illusion est maximale pour des textures orientées à 60 degrés l'une de l'autre (*Vision Research*, n° 35, 1995).

De pures rayures sont peu efficaces. L'aspect damier – ou plus exactement, l'existence d'éléments à frontières nettes – semble important. Le mouvement peut



impliquer une partie majeure de l'image. Deux portions d'image, qui comportent des orientations différentes, peuvent se mouvoir simultanément, selon des directions contraires. Le plus souvent, le mouvement illusoire est fédérateur : les zones contenant des éléments dont les orientations sont corrélées se déplacent de manière cohérente (*voir la figure page ci-contre*). Peut-être l'illusion est-elle la signature d'un processus qui tend à subdiviser l'environnement en ensembles significatifs.

Jacques NINIO,
CNRS et École normale supérieure, Paris





Jeux avec des cartes bifaces

JEAN-PAUL DELAHAYE

Jeux, patiences et magie mathématique avec les cartes Janus.

Pourquoi perdre une surface utile et ne pas imprimer les cartes à jouer des deux côtés ? Pourquoi ne pas utiliser ces jeux à double face ? Aucune raison à cela sinon la tradition, dont on sait qu'elle peut être bousculée. Nous allons explorer les possibilités du jeu *Janus*, inventé en 1988 par Roland Yéléhada, qui permet des combinaisons amusantes et pose plusieurs énigmes mathématiques.

LA STRUCTURE DU JEU

Le jeu *Janus* comporte 32 cartes de deux types : 16 cartes *parallèles* et 16 cartes *complémentaires*. Les 16 cartes *parallèles* sont (on indique à chaque fois les deux faces, séparées par le symbole /) :

7♥/7♠, 8♥/8♠, 9♥/9♠, 10♥/10♠
 V♥/V♠, D♥/D♠, R♥/R♠, A♥/A♠
 7♦/7♣, 8♦/8♣, 9♦/9♣, 10♦/10♣
 V♦/V♣, D♦/D♣, R♦/R♣, A♦/A♣

Le cœur et le pique qui se ressemblent – un pique n'est jamais qu'un cœur noir renversé avec une queue – sont associés et ce sont des couleurs *parallèles*. De même, le carreau et le trèfle sont aussi des couleurs *parallèles*.

Les 16 cartes *complémentaires* sont :

7♥/A♣, 8♥/R♣, 9♥/D♣, 10♥/V♣
 V♥/10♣, D♥/9♣, R♥/8♣, A♥/7♣
 7♦/A♠, 8♦/R♠, 9♦/D♠, 10♦/V♠
 V♦/10♠, D♦/9♠, R♦/8♠, A♦/7♠

Derrière une face donnée, se trouve la face de hauteur complémentaire (le complément du 7 est l'as, celui du 8 est le roi, du 9 la dame, du 10 le valet) et de couleur complémentaire (le complément du cœur est le trèfle, et le complément du carreau est le pique).

Observons la structure de ce jeu, ce qui sera utile pour apprécier la suite :

- il y a 32 cartes, et donc 64 faces ;
- il y a deux 7♥, deux 8♥, etc. Chaque carte d'un jeu «habituel» de 32 cartes apparaît deux fois ;
- chaque carte a une face rouge et une face noire ;

- une carte sur deux comporte une face cœur (de même pour pique, carreau et trèfle) ;

- connaissant une seule face d'une carte, on ne peut pas savoir ce qu'il y a derrière, mais il n'y a que deux possibilités, selon que la carte est *parallèle* ou *complémentaire*. Si l'on voit un 10♥, l'autre face est soit un 10♠ (même hauteur et couleur *parallèle*) si la carte est *parallèle*, soit un V♠ (hauteur *complémentaire* et couleur *complémentaire*) si la carte est *complémentaire*.

Cette structure régulière permet de nombreuses combinaisons intéressantes et amène à faire des raisonnements de parités et de probabilités parfois simples et parfois... moins simples.

Pour disposer d'un jeu *Janus*, vous pouvez le fabriquer en quelques minutes à partir de deux jeux de 32 cartes et d'un peu colle ou de papier adhésif.

LE JEU DES MARIAGES PARFAITS

Commençons par un jeu auquel on peut jouer avec des enfants (à partir de 6 ou 7 ans) et qui renouvelle le fameux *jeu des mariages* (ou *poux chinois*, ou *memory*) et demande des capacités de raisonnement plutôt que de mémorisation pour gagner.

Après avoir choisi qui commence (chacun prend une carte au hasard, et la plus forte désigne qui a la main), on mélange le jeu et l'on étale les 32 cartes sur la table. Parmi les 32 faces visibles (32 autres sont cachées), certaines associations parfaites sont possibles : par exemple, deux valets de cœur peuvent être visibles. Tant qu'il reste de telles paires, les joueurs prennent, chacun à son tour, une telle *paire parfaite*. Ils ne retournent pas les cartes qu'ils enlèvent, et donc les faces cachées restent inconnues (cela en fait est sans importance, car, quand une *paire parfaite* est enlevée, elle comporte une carte *parallèle* et une carte *complémentaire*, et donc on sait ce qu'on retire).

Cette première phase achevée, chaque joueur retourne une carte de son choix à tour de rôle, carte qu'il laisse retournée même s'il n'obtient rien (dans le jeu classique, on retourne deux cartes). Si la carte retournée fait apparaître une *paire parfaite*, il la prend et c'est à l'autre joueur de jouer, sinon il passe son tour. Dans cette phase, il est intéressant de raisonner, et c'est l'intérêt du jeu : si par exemple le 7♥, le 7♠ et l'A♣ sont visibles vous pouvez retourner tranquillement le 7♥ et être certain de gagner une *paire* (car derrière un 7♥, il y a soit le 7♠, soit l'A♣). D'autres raisonnements plus subtils sont possibles si l'on tient compte des cartes enlevées dans la première phase du jeu, lesquelles doivent rester visibles. Le jeu se termine lorsque plus aucune carte ne reste sur la table. Chacun compte alors ses paires, et celui qui en a le plus a gagné.

Vous vous interrogez déjà : est-on toujours certain de ne laisser aucune carte sur la table ? Ne se peut-il pas en effet que deux cartes, ou plus, restent sans qu'aucune association parfaite nouvelle ne puisse se faire ? La réponse est que cela ne se produit jamais, et ce sera la première énigme.

Énigme 1

Pourquoi une partie de mariages parfaits ne laisse-t-elle jamais de cartes sur la table ?

Solution 1

Pour établir qu'aucune carte ne reste jamais bloquée sur la table quand on joue aux mariages parfaits, analysons la structure des cartes *Janus* (ce qui nous aidera aussi à mieux jouer).

Distinguons deux catégories de faces : la catégorie α , incluant toutes les faces fortes (valet, dame, roi et as) de cœur ou de pique, et toutes les faces faibles (7, 8, 9 et 10) de carreau ou de trèfle ; la catégorie β , qui comporte toutes les faces fortes de carreau ou de trèfle, et toutes les faces faibles de cœur ou de pique.

Par construction du jeu *Janus*, derrière une face de catégorie α , il y a une face de catégorie α , et derrière une face de catégorie β , il y a une face de catégorie β , ce qui fait que l'on peut parler de cartes (et non plus de faces) de catégorie α , et de cartes de catégorie β .

Les hauteurs des faces sont associées par deux : 7 avec as, 8 avec roi, 9 avec dame et 10 avec valet. Distinguons donc quatre niveaux, le niveau 7/A, le niveau 8/R, le niveau 9/D, le niveau 10/V. Chaque carte appartient à un niveau et un seul. Chaque niveau comporte huit cartes.

Nous pouvons maintenant prouver que le jeu des mariages parfaits ne se bloque jamais. Lorsqu'on fait un mariage parfait, on associe deux cartes de même

catégorie (puisqu'elles ont une face identique) et de même niveau (pour la même raison). Il n'y a que quatre cartes appartenant à une catégorie fixée et à un niveau fixé (appelons l'ensemble de ces cartes une famille). Ainsi les quatre cartes du niveau 8/R de la catégorie β , la famille $\{8/R, b\}$, sont :

$8\heartsuit/8\spadesuit, 8\heartsuit/R\clubsuit, R\spadesuit/8\spadesuit, R\spadesuit/R\clubsuit$.

Aucune carte autre que ces quatre ne peut faire un mariage parfait avec l'une de ces quatre cartes : les mariages parfaits se font en famille ! Donc, lorsqu'un mariage a été fait entre deux de ces quatre cartes :

- ou bien les deux dernières cartes peuvent se marier ;
- ou bien les deux dernières cartes ne peuvent pas se marier, et alors aucune des deux cartes qui restent ne pourra se marier avec aucune autre du jeu (blocage).

On vérifie, par énumération des cas possibles, que, quel que soit le mariage fait de deux cartes parmi les quatre de la famille, les deux cartes qui restent peuvent faire un mariage parfait. Donc le blocage ne proviendra jamais de cette famille de quatre cartes. Les autres cartes se regroupent de la même façon, et donc aucun blocage n'est possible.

En poussant un peu plus loin l'analyse, on découvre une façon optimale de jouer : il faut traiter soigneusement le cas de quatre cartes d'une même famille. Si chacun des deux joueurs utilise cette stratégie optimale, alors aucun ne fera moins de quatre mariages parfaits ; la probabilité d'une partie nulle sera de $(3/4)^8$ égal à 6561/65536, soit 10,01 pour cent ; la probabilité de gagner pour celui qui commence sera de 255/512, soit 49,80 pour cent ; la probabilité de gagner pour celui qui joue en second sera de 26335/65536 égal à 40,18 pour cent. Ce jeu, si l'on joue parfaitement, donne donc un avantage de 10 pour cent à celui qui commence. Ce déséquilibre peut être annulé à 0,2 pour cent près, en convenant que les parties nulles sont gagnées par le joueur n'ayant pas commencé.

DEUX RÉUSSITES

Nous allons présenter maintenant deux réussites utilisant le jeu *Janus*, dont l'analyse mathématique complète est possible, ce qui est assez rare.

L'opération de base de la première réussite est le repliage : elle consiste à prendre deux paquets de cartes sur la

table et à refermer celui des deux qu'on a choisi sur l'autre, comme s'il s'agissait d'un livre : les deux faces qui étaient au-dessus des paquets sont mises en contact. Le paquet obtenu et reposé sur la table montre alors ce qui était la face arrière de la dernière carte du paquet replié.

Pour la première réussite, vous étalez les 32 cartes, puis vous repliez les cartes les unes sur les autres (comme indiqué ci-dessous) en vous imposant de ne replier que deux paquets dont la face visible est de même couleur (ne repliez un cœur que sur un cœur, un pique que sur un pique, etc.). Si, à la fin, vous réussissez à n'avoir plus qu'un paquet, vous avez gagné.

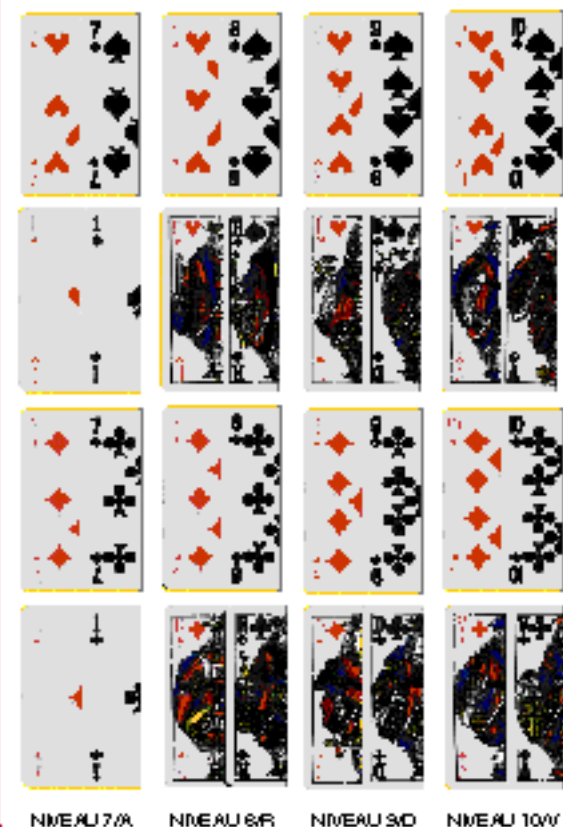
Énigme 2

Comment jouer parfaitement, et quelle est alors la probabilité de réussir ?

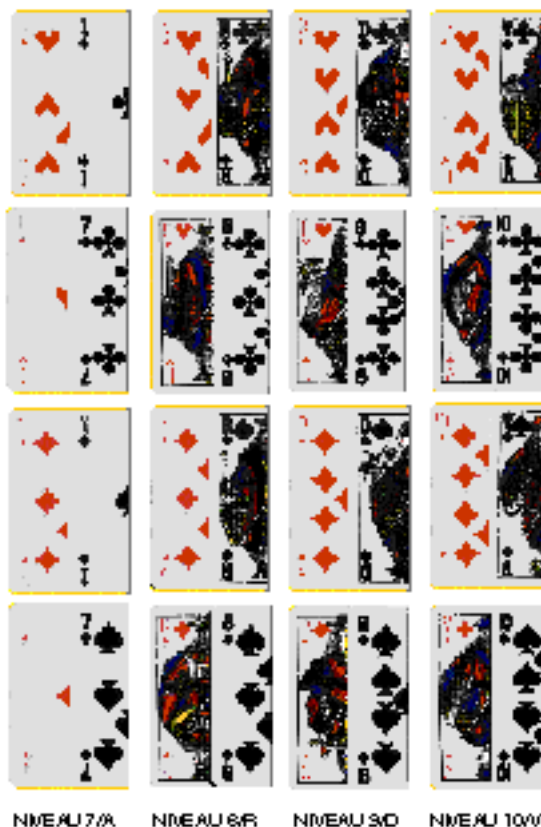
Solution 2

La probabilité de gagner est de 100 pour cent si l'on s'y prend bien, mais nous donnerons une méthode pour gagner avec 96,9 pour cent de chance (la stratégie que je connais pour gagner dans tous les cas est trop longue pour figurer ici). Existe-t-il une démonstration plus courte pour établir les 100 pour cent ? Lecteurs passionnés, à vos plumes !

LES 16 CARTES PARALLÈLES



LES 16 CARTES COMPLÉMENTAIRES



1. Les cartes *Janus* possèdent deux faces, représentées ici en demi-superposition. Les cartes parallèles possèdent deux faces de la même hauteur, et de couleurs opposées (soit cœur-pique, soit

carreau-trèfle). Les cartes complémentaires possèdent deux faces de hauteurs complémentaires et de couleurs opposées (cette fois, soit cœur-trèfle, soit carreau-pique).

Examinons d'abord les huit cartes parallèles portant du cœur et du pique : $7♥/7♠, 8♥/8♠, 9♥/9♠, 10♥/10♠, V♥/V♠, D♥/D♠, R♥/R♠, A♥/A♠$. Si ces huit cartes sont disposées au hasard et qu'elles ne sont pas toutes du même côté (pas toutes avec le cœur au-dessus, pas toutes avec le pique au-dessus), on peut les replier en deux paquets : l'un $♥/♠$ (cœur dessus, pique dessous) ; l'autre $♠/♥$. Je pourrais décrire la méthode établissant ce fait, mais quelques essais vous la feront trouver.

De la même façon, si les huit cartes parallèles portant du carreau et du trèfle ne sont pas toutes du même côté, vous pouvez les ramener par pliage à deux paquets : l'un $♦/♣$ et l'autre $♣/♦$. De la même façon, les cartes complémentaires

conduisent à quatre paquets : $♥/♣, ♣/♥, ♦/♠, ♠/♦$.

Reste à voir que les huit paquets ainsi obtenus peuvent se regrouper en un seul. Pour cela, numérotions ces paquets de 1 à 8 dans l'ordre suivant : $♥/♠, ♠/♥, ♦/♣, ♣/♦, ♥/♣, ♣/♥, ♦/♠, ♠/♦$. La séquence suivante d'opérations donne le résultat : plier le 1 sur le 5, le 8 sur le 5, le 3 sur le 5, le 4 sur le 5, le 5 sur le 7, le 7 sur le 6, le 6 sur le 2.

Cela établit donc que, si aucun des groupes de 8 cartes n'est malchanceux (toutes les cartes montrant la même couleur), alors on peut réussir. La probabilité pour qu'un groupe de 8 cartes soit malchanceux est $(1/2)^7$, soit $1/128$ car il faut que la deuxième carte soit dans le même sens que la première, que la troi-

sième aussi soit du même sens, etc. Pour qu'aucun des groupes ne soit malchanceux, la probabilité est donc de $(127/128)^4$, ou 96,91 pour cent. Pour passer de 96,91 pour cent à 100 pour cent, il faut traiter les cas où un groupe est malchanceux, puis deux, puis trois, puis quatre (c'est un peu pénible, mais on y arrive).

LA RÉUSSITE DU DOUBLE RETOURNEMENT

Présentons la seconde réussite avec le jeu *Janus* dont l'analyse mathématique est possible. Vous disposez toutes les cartes sur la table. En utilisant autant de fois que vous le jugerez bon l'opération de *double retournement* (deux cartes sont retournées simultanément), vous devez réussir à n'avoir plus aucune paire parfaite visible, autrement dit vous devez avoir face au-dessus un jeu normal de 32 cartes (vous en avez alors un au-dessous aussi).

Énigme 3

Comment jouer parfaitement, et quelle est la probabilité de réussir si on joue parfaitement ?

Solution 3

La probabilité de réussir est cette fois de 50 pour cent pour qui joue bien.

Montrons d'abord que, s'il y a un nombre impair de cartes ayant le noir au-dessus, vous ne réussirez jamais. En effet, lors d'une opération de double retournement, le nombre de cartes ayant le noir au-dessus varie soit de 0 (si vous retournez une carte noire et une carte rouge), soit de +2 (si vous retournez deux cartes rouges), soit de -2 (si vous retournez deux cartes noires). La parité du nombre de cartes ayant le noir au-dessus reste donc toujours la même. Donc, en partant d'un nombre impair de cartes noires, vous n'arrivez jamais à avoir un nombre pair de cartes noires, ce qui est nécessaire pour réussir.

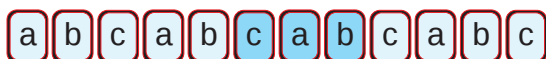
Il faut donc que la configuration de départ comporte un nombre pair de cartes noires ; cette condition nécessaire, de probabilité $1/2$, est aussi une condition suffisante pour réussir. Voici pourquoi.

On suppose que le nombre de cartes ayant le noir au-dessus est pair.

Regroupez les cartes par *famille* (voir l'explication de l'énigme 1) sans les retourner. Arrangez-vous maintenant pour que la condition de parité soit satisfaite dans chaque famille. C'est possible, car si elle n'est pas satisfaite dans une famille, il y a une autre famille où elle ne l'est pas, et, en retournant une carte de chaque famille, vous la rendez alors vraie dans les deux familles. De proche en proche, vous pouvez donc la rendre vraie à l'intérieur de chaque famille. Dans chaque famille (vérifiant maintenant qu'un nombre

LE PRINCIPE DE GILBREATH

PRENEZ UNE SUITE RÉPÉTÉE DE N CARTES



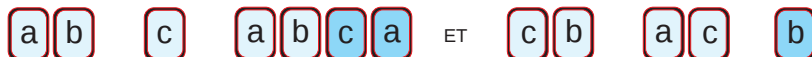
COUPEZ LA SUITE EN DEUX PAQUETS



INVERSEZ LE SECOND PAQUET



FRACTIONNEZ CHAQUE PAQUET EN MORCEAUX PLUS PETITS



INTERCALEZ LES MORCEAUX DU PREMIER PAQUET AVEC CEUX DU SECOND



REGROUPEZ LES CARTES PAR PAQUETS DE N



CHAQUE PAQUET CONTIENT UNE CARTE DE CHAQUE SORTE

DÉMONSTRATION DU PRINCIPE DE GILBREATH

Le dernier paquet de n cartes dans les paquets finaux est obtenu en prenant une carte dans le paquet initial (la carte a sur fond bleu), puis successivement, soit une carte devant cette carte, soit une carte derrière cette carte, jusqu'à avoir n cartes (sans nécessairement alterner régulièrement les choix).

Le dernier paquet est donc constitué de n cartes consécutives de la suite initiale et comporte donc une carte de chaque sorte.

Le principe est donc démontré pour le dernier paquet de la suite finale.

Si on enlève les n cartes sur fond bleu du début jusqu'à la fin de la description des manipulations, les symboles restants décrivent la même manipulation avec une liste initiale plus courte de n cartes. Donc, du raisonnement précédent, on tire que l'avant-dernier paquet des paquets finaux contient aussi une carte de chaque sorte. Etc.

pair de cartes sont face noire au-dessus), appliquez l'algorithme suivant :

- si les quatre faces visibles sont différentes, ne rien faire ;
- s'il y a deux paires parfaites, retourner dans chacune d'elles la carte complémentaire, et maintenant les quatre faces visibles sont différentes ;
- s'il n'y a qu'une seule paire parfaite, la retourner, ce qui vous ramène au cas précédent.

Que cet algorithme donne les résultats que j'affirme se démontre en énumérant les huit cas possibles.

En appliquant cet algorithme à chacune des huit familles, vous atteindrez l'objectif de la réussite, car, dans chaque famille, toutes les faces montrées sont distinctes deux à deux et donc, dans l'ensemble du jeu, les 32 faces visibles sont distinctes. Il faut au plus 4 doubles retournements pour la première phase, et 16 (2 au plus pour chacune des huit familles) pour la seconde phase. Donc 20 doubles retournements suffiront toujours pour arriver au but. Je ne serais pas étonné d'apprendre qu'on peut faire mieux.

LE GÉNIAL PRINCIPE DE GILBREATH

Le principe de Gilbreath, qui est à l'origine de très nombreux tours de cartes, a été présenté en 1958 dans la revue américaine *The Linking Ring* par Norman Gilbreath, alors étudiant en mathématiques à l'Université de Californie, à Los Angeles. Son énoncé et sa démonstration sont donnés page 102.

Des centaines de tours de cartes exploitant ce principe ont été proposés depuis le premier décrit par Gilbreath en 1958. Ils sont tous fondés sur le fait que, lorsqu'on effectue le mélange (avec des cartes, cela correspond à un mélange en queue d'aronde ou en mitraille : les deux parties d'un jeu sont insérées l'une dans l'autre), le spectateur a l'illusion qu'on introduit un désordre complet dans le jeu. Ces tours sont parfois un peu artificiels à cause de la phase correspondant à l'inversion de l'ordre des cartes (le magicien prétend par exemple qu'il doit compter les cartes). Avec les cartes *Janus*, cette étape gênante peut être évitée, puisque les cartes ont deux faces et que, pour inverser l'ordre d'un paquet, il suffit de le retourner. Voici deux exemples de tours.

Tour 1

Le magicien prend les 16 cartes parallèles du jeu *Janus* et les montre. Comme elles possèdent une structure très simple, le spectateur n'aura pas le sentiment d'être roulé par le fait qu'il y a deux faces. Ensuite le magicien confie les 16 cartes à un spec-

SCIENCES D'AVENIR



LA VIE DANS LES ABYSSES

Patrick Geistdoerfer

Les océans sont noirs, profonds et froids. Pourtant, ils sont peuplés, et la vie foisonne près des sources chaudes océaniques, ces oasis de vie au fond des mers. L'ouvrage décrit les conditions de vie dans un monde hostile, dont les habitants constitueront peut-être une nouvelle ressource alimentaire.

Patrick Geistdoerfer, directeur de recherche au CNRS, a observé les profondeurs sous-marines lors de campagnes océanographiques et étudié les poissons des profondeurs en laboratoire.



ONDES ET ONDELETTES

B. Burke Hubbard

L'élaboration des ondelettes est une saga moderne. Fourier a inventé la décomposition d'un signal en éléments simples ; pour les besoins de l'analyse du signal, physiciens et mathématiciens ont inventé une nouvelle décomposition en ondelettes. Celle-ci est utile dans de nombreuses applications et ses richesses ne sont pas toutes exploitées.

Barbara Burke Hubbard est écrivain scientifique : elle retrace avec simplicité et chaleur comment les scientifiques pensent et hésitent avant que n'écluse une idée, et comment ils coopèrent.

Voir bon de commande p. 98

POUR LA
SCIENCE
DIFFUSION BELIN



DE L'ORDRE APRÈS LE DÉSORDRE

Le magicien prend les 16 cartes parallèles du jeu *Janus*. Elles sont battues.

10♥/10♠, 7♠/7♥, R♠/R♥, V♦/V♣, A♥/A♠, 7♣/7♦, R♦/R♣, 8♥/8♠,
9♦/9♣, 9♥/9♠, 10♣/10♦, D♣/D♦, V♠/V♥, 8♥/8♣, D♥/D♠, A♦/A♣

Le magicien confie les 16 cartes à un spectateur. Il demande à ce spectateur de retourner toutes les cartes du côté rouge et de classer les 16 cartes alternativement ♥, ♦, ♥, ♦, ♥, ♦, etc.

7♥/7♠, D♦/D♠, V♥/V♠, 8♦/8♣, D♥/D♠, A♦/A♠, 10♥/10♠, V♦/V♣,
A♥/A♠, 7♦/7♠, R♥/R♠, R♦/R♣, 8♥/8♠, 9♦/9♣, 9♥/9♠, 10♦/10♣

Le spectateur coupe le paquet en deux en l'ouvrant comme un livre (le paquet du dessus est donc inversé).

7♥/7♠, D♦/D♠, V♥/V♠, 8♦/8♣, D♥/D♠, A♦/A♠,
10♥/10♠, V♦/V♣, A♥/A♠, 7♦/7♠, R♥/R♠, R♦/R♣, 8♥/8♠, 9♦/9♣, 9♥/9♠, 10♦/10♣

A♠/A♦, D♠/D♥, 8♠/8♦, V♠/V♥, D♠/D♦, 7♠/7♥,
10♥/10♠, V♦/V♣, A♥/A♠, 7♦/7♠, R♥/R♠, R♦/R♣, 8♥/8♠, 9♦/9♣, 9♥/9♠, 10♦/10♣

Le spectateur effectue le mélange en mitraille des deux paquets (insertion irrégulière des deux paquets l'un dans l'autre) :

A♠/A♦, 10♥/10♠, V♦/V♣, D♠/D♥, A♥/A♠, 7♦/7♠, 8♠/8♦, V♠/V♥,
D♠/D♦, R♥/R♠, R♦/R♣, 8♥/8♠, 7♠/7♥, 9♦/9♣, 9♥/9♠, 10♦/10♠

Le paquet apparaît totalement en désordre : de chaque côté, il y a des ♥, des ♦, des ♠ et des ♣ qui semblent disposés sans régularité. Le magicien demande au spectateur de faire des paquets de deux cartes en prenant les deux cartes du dessus, puis les deux suivantes, etc.

A♠/A♦	10♥/10♠	V♦/V♣	D♠/D♥
A♥/A♠	7♦/7♠	8♠/8♦	V♠/V♥
D♠/D♦	R♥/R♠	R♦/R♣	8♥/8♠
7♠/7♥	9♦/9♣	9♥/9♠	10♦/10♣

Miracle! Dans chaque paquet de deux cartes, il y a exactement une face ♥, une face ♦, une face ♠ et une face ♣.

tateur et n'y touche plus du tout. Il demande au spectateur de retourner toutes les cartes du côté rouge et de classer les 16 cartes en un paquet alternativement ♥, ♦, ♥, ♦, ♥, ♦, etc. Le spectateur doit ensuite couper le paquet en deux en l'ouvrant comme un livre (le paquet du dessus est alors inversé), puis il doit effectuer le mélange en mitraille avec les deux paquets. Le paquet apparaît totalement en désordre : de chaque côté, il y a des ♥, des ♦, des ♠ et des ♣ qui semblent disposés sans régularité. Le magicien demande au spectateur de faire des paquets de deux cartes en prenant les deux cartes du dessus, puis les deux suivantes, etc. Il lui annonce (et n'hésite pas à faire un peu de mise en scène) qu'il s'est produit un miracle : dans chaque paquet de deux cartes, il y a une face ♥, une face ♦, une face ♠ et une face ♣ exactement. Ce que le spectateur vérifie lui-même sans que le magicien touche aucune carte.

Explication

Le principe de Gilbreath, appliqué ici avec n égal à 2, est l'origine du miracle.

Tour 2

Le magicien demande au spectateur de prendre maintenant les 16 cartes

complémentaires et, pour en expliquer la structure lui demande de les classer (sans tenir compte des couleurs, car elles suivent une règle simple qui n'a pas besoin d'explication) en composant un paquet comportant un 7, puis un 8, puis un 9 etc., jusqu'à l'as, deux fois de suite. En retournant le jeu, on a la même chose. Le spectateur est alors invité à mélanger le paquet de la façon suivante (il faut bien sûr que le spectateur respecte strictement ces consignes). Dans une première phase, le magicien demande de choisir un nombre m entre un et dix et invite le spectateur à retourner individuellement m cartes, qu'il choisit où il veut, en les remettant à leur place après retournement. Dans une seconde phase, comme pour le tour précédent, le spectateur est invité à ouvrir le jeu en deux comme un livre, puis doit insérer les deux paquets obtenus l'un dans l'autre. Le jeu apparaît bien mélangé. Le spectateur doit alors prendre les huit premières cartes du paquet obtenu (ou les huit dernières, s'il préfère), en retirer une qu'il ne montre pas au magicien. Il mélange les sept qui restent en utilisant cette fois la méthode qu'il souhaite et tend au magicien les sept cartes ainsi mises totalement en désordre. Le magicien jette

un œil rapide à ces sept cartes et annonce : «La carte que vous avez choisie est une carte 9/dame (ou 8/roi, etc.)», ce qui, bien sûr, est exact.

Explication

Après le retournement individuel de quelques cartes (leur nombre est sans importance), le jeu a gardé la structure : quatre fois de suite une carte 7/as, une carte 8/roi, une carte 9/dame, une carte 10/valet. Après le second mélange, d'après le principe de Gilbreath appliqué avec n égal à 4, les quatre premières cartes comportent exactement une carte 7/as, une carte 8/roi, une carte 9/dame, une carte 10/valet, ainsi que les quatre suivantes. Les huit premières cartes comportent donc exactement deux cartes 7/as, deux cartes 8/roi, deux cartes 9/dame, deux cartes 10/valet. Voyant les sept cartes que le spectateur lui tend, le magicien n'a donc aucun mal à déduire celle qui manque. Une variante consiste à préparer secrètement le jeu comme il se trouve à la fin du retournement individuel des m cartes, à le montrer aux spectateurs en leur faisant constater que le jeu est déjà battu (ce qui est un mensonge!), à leur demander de le mélanger encore plus, en leur faisant faire un mélange en mitraille après avoir ouvert le paquet comme un livre et à poursuivre comme précédemment.

CE N'ÉTAIENT QUE DES EXEMPLES

De nombreux jeux sont adaptables aux cartes *Janus* et apparaissent alors sous un jour nouveau et intéressant. Des variantes des réussites classiques peuvent être imaginées et se révèlent fréquemment plus amusantes que l'originale. Des tours mathématiques innombrables exploitant les propriétés de régularité et de parité du jeu *Janus* sont possibles. Ce nouveau jeu de cartes ouvre un univers riche et passionnant à ceux qui trouvent bon de passer quelques heures en compagnie de bouts de carton imprimés.

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique à l'Université des sciences et techniques de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille du CNRS.

Richard WOLLMER, *Le principe de Gilbreath*, Magix, éditions du Spectacle, 3, rue de la Klebsau, 67100 Strasbourg.

Roland YÉLÉHADA, *Janus : le jeu de cartes à double face*, à paraître.

Martin GARDNER, *Math' Festival*, chap. 6, Bibliothèque Pour La Science, Paris, 1981.

