



POUR LA
SCIENCE

VOUS INVITENT
À L'ENREGISTREMENT
PUBLIC
DE L'ÉMISSION :
L'IMPOSSIBLE

Les impossibles
de
la finance

avec
Christian Walter,
actuaire au
Crédit lyonnais,
enseignant à l'ESSEC.

LE SAMEDI 11 mai 1996
À 15 HEURES
AU PALAIS DE LA DÉCOUVERTE
SALLE DE CINÉMA
AVENUE FRANKLIN D. ROOSEVELT
75008 PARIS

π , e^π et $\Gamma(1/4)$

Démonstration d'une conjecture centenaire.

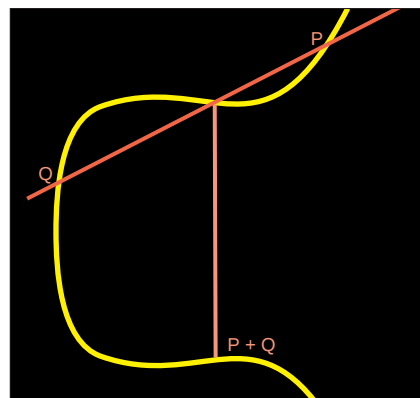
La démonstration du théorème de Fermat, par Andrew Wiles, avait mis en vedette les courbes elliptiques, composées de points dont les coordonnées x et y vérifient des équations de la forme $y^2 = 4x^3 - g_2x - g_3$. Aujourd'hui des mathématiciens français et russe obtiennent de nouveaux résultats liés à ces courbes et à l'«invariant modulaire» qui leur est associé.

Qu'est-ce que l'invariant modulaire ? Tout commence par le paramétrage des courbes elliptiques : on sait qu'on peut aussi les définir par un seul paramètre, un nombre complexe z (un nombre que l'on associe à un point d'un plan, au lieu de l'associer à un point d'une droite) et par une fonction p dite de Weierstrass. L'abscisse x de tout point de la courbe s'écrit sous la forme $p(z)$, tandis que l'ordonnée correspondante s'écrit sous la forme $p'(z)$, où p' est la fonction dérivée de p .

Ce paramétrage étant fait, les mathématiciens ont défini une sorte d'addition des points de la courbe, en associant un point noté $P + Q$ à deux points P et Q de la courbe : si le point P a pour coordonnées $(p(z), p'(z))$ et si le point Q a pour coordonnées $(p(t), p'(t))$, alors le point $P + Q$ a pour coordonnées $(p(z+t), p'(z+t))$. Géométriquement, le point $P + Q$ s'obtient en traçant la droite qui passe par les points P et Q ; cette droite coupe la courbe elliptique en un troisième point, dont le symétrique par rapport à l'axe des abscisses est la somme $P + Q$.

Peut-on classer les diverses courbes elliptiques ? Les mathématiciens utilisent à cette fin la fonction p et ses périodes. Une fonction d'une variable réelle, comme le sinus, a une période unique, égale en l'occurrence à 2π ; mais les fonctions p sont des fonctions de la variable complexe, et elles ont deux périodes de base. Le nombre $J(q)$ nommé invariant modulaire est défini à partir de leurs périodes ; il indique les ressemblances entre les courbes elliptiques : deux courbes ayant le même invariant modulaire ont des comportements identiques pour la loi d'addition de leurs points.

En 1969, Kurt Mahler, de l'Université de Canberra, avait conjecturé que l'invariant modulaire $J(q)$ est transcendant quand q est algébrique. Un nombre est transcendant s'il n'est pas algébrique, c'est-à-dire s'il n'est racine d'aucune



On définit une addition de points appartenant aux courbes elliptiques. Pour classer de telles courbes selon la façon dont leurs points s'additionnent, on utilise une fonction nommée invariant modulaire.

équation polynomiale à coefficients entiers. S'il n'est pas besoin d'être grand mathématicien pour vérifier que $\sqrt{2}$ est algébrique (puisque'il est racine de l'équation $x^2 = 2$), la démonstration de la transcendance d'un nombre est souvent très difficile : il a fallu attendre 1882 pour savoir que le nombre π est transcendant. La conjecture de Mahler a intéressé de nombreux théoriciens des nombres : en démontrant cette conjecture, on obtient la transcendance d'une famille infinie de nombres.

Avec Katia Barré-Sirieix, Guy Diaz et Georges Philibert, nous avons démontré la conjecture de K. Mahler en février 1995. Notre résultat a fait quelque bruit dans la communauté mathématique, parce qu'il résolvait un problème ancien, mais il a surtout ouvert une voie nouvelle pour l'étude de questions difficiles, et il est à l'origine de résultats spectaculaires : Yuri Nesterenko, de l'Université de Moscou, talonné par Patrice Philippon, de l'Université Paris VI, ont démontré l'indépendance algébrique des nombres π , e^π et $\Gamma(1/4)$, où la fonction Γ d'Euler prolonge la fonction factorielle aux nombres fractionnaires. Cela signifie que, si P est un polynôme de trois variables à coefficients entiers non tous nuls, le nombre $P(\pi, e^\pi, \Gamma(1/4))$ n'est pas nul. L'indépendance algébrique de π et e^π qui découle du travail de Y. Nesterenko et P. Philippon est un résultat dont les mathématiciens rêvaient depuis près d'une centaine d'années !

François GRAMAIN
Université de Saint-Étienne

La végétation par satellite

On étudie les échanges de carbone de la biosphère continentale en suivant les variations de couverture végétale du Globe.

Depuis 1750 environ, l'humanité rejette une quantité croissante de dioxyde de carbone (CO_2) dans l'atmosphère. Une partie du gaz libéré est fixée par les océans ou par les plantes et les sols, mais le reste s'accumule dans l'atmosphère, augmentant l'effet de serre et contribuant au réchauffement de la planète. Cette accumulation de dioxyde de carbone dans l'atmosphère sera-t-elle ralentie ou amplifiée par la végétation dans les prochaines décennies ? Pour étudier cette question, notre équipe s'est associée à celle de Gérard Dedieu, du Centre d'études spatiales de la biosphère, à Toulouse : ensemble, nous avons utilisé des capteurs embarqués à bord de satellites pour déterminer la production de matière organique par l'ensemble de la végétation mondiale, puis les échanges de dioxyde de carbone entre la végétation et l'atmosphère.

Les plantes fabriquent de la matière organique par photosynthèse en fixant le dioxyde de carbone de l'atmosphère, grâce à l'énergie solaire. Une partie de la biomasse formée est consommée par les herbivores, qui nourrissent eux-

mêmes des carnivores. Puis, lorsque les plantes et les animaux meurent, leur matière organique est décomposée en éléments minéraux assimilables par les plantes. Pendant la saison de croissance, la photosynthèse l'emporte sur la respiration des végétaux et des animaux, et les écosystèmes accumulent du carbone, qu'ils extraient de l'atmosphère. C'est l'inverse pendant la mauvaise saison.

Sur les continents, la photosynthèse n'a lieu que si des feuilles vertes absorbent le rayonnement solaire. Nous avons eu recours aux observations par satellite pour distinguer les feuilles vertes du sol nu : les feuilles, en effet, réfléchissent très peu le rouge (absorbé par la chlorophylle) et beaucoup le proche infrarouge (à cause des interfaces air-eau dans les feuilles) ; en revanche, les sols et les roches réfléchissent à peine plus le proche infrarouge que le rouge. On a donc construit des indices de végétation permettant, à partir de mesures par satellites, de calculer la fraction de sol occupée par de la végétation, puis le rayonnement solaire absorbé par cette dernière.

Le problème est un peu compliqué par l'atmosphère : d'une part, on doit

éliminer les zones couvertes de nuages, ce qui est un phénomène fréquent en zone équatoriale ; d'autre part, le contenu de l'air en vapeur d'eau et en aérosols modifie le spectre du rayonnement reçu par le satellite et impose des corrections atmosphériques.

Malgré ces difficultés, nous avons établi des cartes mensuelles du rayonnement solaire absorbé par la végétation, avec une résolution spatiale de un degré de latitude et de longitude. Nous avons ensuite calculé la photosynthèse qui, en première approximation, est égale au produit du rayonnement absorbé par une efficacité de conversion biologique. Cette efficacité a été prise identique pour tous les types de végétation sur la base de données expérimentales. Nous avons ensuite calculé la respiration des plantes, qui dépend de la température et de la quantité de biomasse qui respire, et nous avons finalement obtenu la production de biomasse sur l'ensemble des continents (voir la figure).

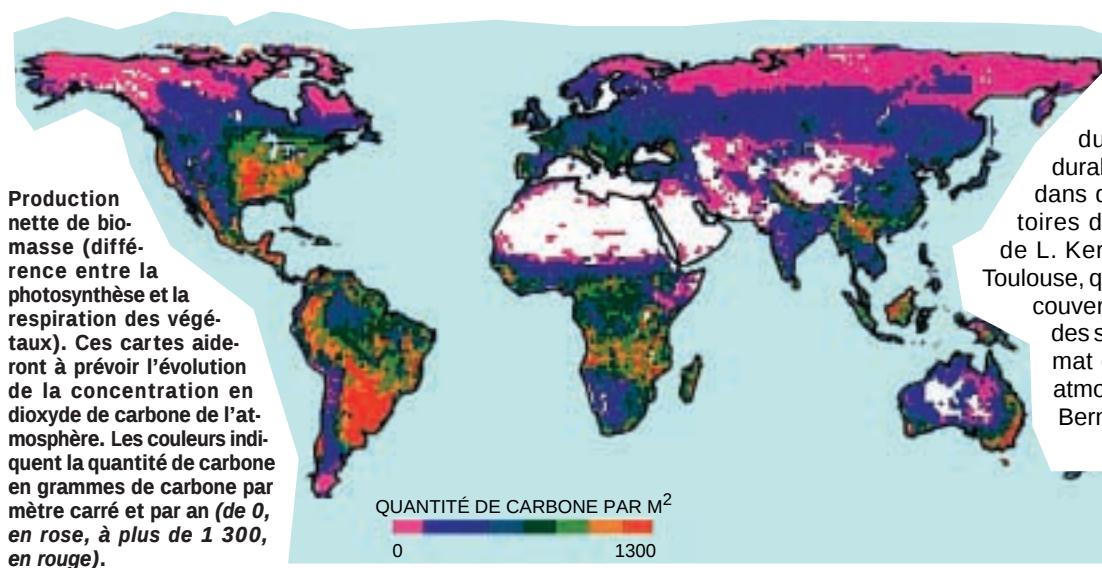
ÉVOLUTION DE LA PRODUCTION

Revenons à la question initiale : comment évolue cette production végétale ? Chez la plupart des plantes, une augmentation de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone accroît la photosynthèse et la production de biomasse. On s'attend donc à ce que la végétation modère l'accumulation de dioxyde de carbone dans l'atmosphère en stockant un excédent de carbone dans la biomasse et dans la matière organique des sols ; toutefois l'effet observé fluctue beaucoup selon la température annuelle moyenne, la pluviométrie, etc. Notre suivi, année par année, du couvert végétal est en cours de corrélation avec les mesures globales de la concentra-

tion atmosphérique en dioxyde de carbone. Il restera à préciser si l'accroissement de production végétale est durable, ce qui est étudié dans de nombreux laboratoires dont le nôtre et celui de L. Kergoat, au CESBIO de Toulouse, qui simulent l'état de la couverture végétale à partir des seules données du climat et de la composition atmosphérique.

Bernard SAUGIER

et Anne RUMY
Laboratoire
d'écophysiologie
végétale, (URA
1492) Orsay



La vidéo-chirurgie

FRANÇOIS DUBOIS

Aujourd'hui, les chirurgiens introduisent par de petites incisions les instruments miniaturisés grâce auxquels ils pratiquent les opérations qui nécessitaient de larges ouvertures, douloureuses et difficiles à cicatriser.

Endormir, pénétrer dans l'organisme humain, traiter et réveiller : ces différentes étapes d'une opération chirurgicale ont été rendues moins traumatisantes au cours des 20 dernières années. Les améliorations réalisées en anesthésie et en réanimation ont permis de nouvelles interventions ; simultanément, la chirurgie vidéo-endoscopique parfois qualifiée, aux États-Unis, de «seconde révolution française» a bouleversé la pratique chirurgicale des 15 dernières années. Cette technique est née de la volonté des chirurgiens de limiter les conséquences physiologiques de l'agression, de minimiser les risques liés à une large incision des tissus et d'accélérer la cicatrisation. La chirurgie vidéo-endoscopique est une chirurgie très peu invasive.

Lors d'une intervention classique, dite ouverte, le chirurgien atteint, par une large incision, l'organe cible qu'il observe directement, touche, coupe ou suture, avant de refermer la plaie. Lors d'une intervention vidéo-endoscopique, le chirurgien n'observe pas directement l'organe, mais seulement une image transmise par un dispositif optique sur un écran de télévision ; il ne tient pas directement les ciseaux qui découpent ou les pinces qui arrêtent la circulation sanguine, et qui sont sous la paroi, mais il commande ces instruments par des poignées à l'extérieur.

Cette méthode, dont nous allons examiner le principe, les applications, les avantages – et aussi les inconvénients – a suscité une nouvelle querelle des Anciens et des Modernes. Les pionniers de la chirurgie vidéo-endoscopique se sont heurtés à la résistance de leurs pairs ; au début, on refusa de publier leurs résultats dans les revues scientifiques internationales.

Ils ont dû travailler dans la réprobation officielle et ont subi de nombreux sarcasmes : on les traitait de charlatans ou de chirurgiens philippins aux mains nues ! Puis, en 1990, les Américains se sont intéressés à la méthode et, sous la pression des futurs opérés, la chirurgie vidéo-endoscopique s'est répandue : la méthode est aujourd'hui reconnue et enseignée dans les facultés.

Cinq petites ouvertures

La chirurgie vidéo-endoscopique est issue de la laparoscopie, une méthode qui permettait d'observer l'intérieur de la cavité abdominale. En 1902, un médecin allemand, G. Kelling, a, le premier, introduit un cystoscope dans la cavité péritonéale (ou abdominale) d'un chien ; l'instrument utilisé était un trocart (un tube évidé) de quelques millimètres de diamètre, équipé d'une petite lampe à l'extrémité, introduite dans l'abdomen, et d'un oculaire, à l'autre extrémité, par laquelle le médecin observait.

Ce dernier avait d'abord injecté de l'air dans la cavité péritonéale afin de décoller les membranes du péritoine qui normalement adhèrent à l'intestin et qui en interdiraient l'observation. Quelques années plus tard, en 1910, le Suédois H.C. Jacobaeus semble avoir été le premier à explorer par ce procédé les cavités pulmonaires et abdominales de l'homme. Toutefois ces méthodes, d'abord strictement réservées à l'observation de l'intérieur du corps humain, restèrent confidentielles jusque dans les années 1950 ; elles se développèrent alors comme aide au diagnostic, en gynécologie et en pathologie digestive ou pulmonaire.

Bientôt quelques gestes chirurgicaux complétèrent la stricte observa-

tion : par le trocart introduit dans la cavité abdominale ou thoracique, on observait les organes, et l'on commençait à sectionner des brides (des tissus fibreux anormaux) de la plèvre, à prélever des biopsies de tissus, ou encore à ponctionner des organes pour retirer des kystes, par exemple.

Au cours des années 1960, le système optique fut amélioré : on remplaça la petite lampe, à l'extrémité du trocart, par une source de lumière éloignée, transmise à l'extrémité de l'endoscope par des fibres optiques ; les tissus étaient mieux éclairés et n'étaient plus chauffés par la lampe. Dans les années 1970, les gynécologues Kurt Semm, à Kiel, Maurice Antoine Bruhat, de Clermont-Ferrand, et Hubert Manhès, de Vichy, ont fait les premiers gestes chirurgicaux sur des femmes : ils ont opéré sur des ovaires et sur des trompes de Fallope (qui relient les ovaires à l'utérus). Quelques opérations de chirurgie digestive ont été pratiquées au début des années 1980, mais elles restaient encore confidentielles.

En 1987, Philippe Mouret, à Lyon, fort de son expérience laparoscopique, réalise la première ablation coelioscopique de la vésicule biliaire, ou cholécystectomie. Dès les premières interventions, les chirurgiens ont eu besoin de toute une gamme d'instruments de petites dimensions, que l'on peut introduire dans l'abdomen par les trocarts. Les gestes opératoires – écarter les tissus, couper, recoudre, faire coaguler, arrêter la circulation, les mêmes qu'en chirurgie ouverte – nécessitent des instruments miniaturisés : pinces, ciseaux, porte-aiguilles, etc. Grâce à cette panoplie, on réalise progressivement par chirurgie endoscopique les mêmes opérations que par chirurgie classique.