

La vache folle : une suite d'erreurs

JEAN-JACQUES DUBY

L'épizootie d'encéphalite spongiforme bovine, après avoir tué 160 000 bovins et touché le quart des exploitations britanniques, est réduite à quelques dizaines de cas par semaine. Nul ne sait si cette diminution se poursuivra jusqu'à l'éradication.

Les déclarations du ministre de l'Agriculture britannique sur dix cas de maladie de Creutzfeldt-Jakob atypiques posent la question d'une éventuelle transmission à l'homme de la maladie de l'animal.

D'où l'«affolement» : la consommation de viande bovine et les cours ont chuté de 30 à 40 pour cent dans les pays européens. Une crise économique frappe le secteur de l'élevage, l'industrie de la viande et sa distribution.

Analysons le déroulement de cette crise à la lueur des erreurs commises.

Le manque de connaissances scientifiques est le handicap majeur. L'erreur des responsables britanniques a été de ne pas lancer des recherches en 1985 ou 1986, dès qu'il fut acquis que l'encéphalite spongiforme bovine progressait rapidement. Le risque a été sous-estimé. Lorsque, dix ans après, les politiques ont besoin de réponses scientifiques pour résoudre la crise, les spécialistes ont peu progressé sur l'agent infectieux ou sur le mode de transmission, encore moins sur un test de contamination ou sur un vaccin. De telles recherches n'auraient pas abouti sur tous les plans, mais on serait certainement plus avancé, et les décideurs ne seraient peut-être pas obligés de jouer «à l'aveugle», dans un tragique *zeitnot* où ils sont piégés.

La crise de la vache folle est une catastrophe technologique causée par l'homme. Si les éleveurs anglais n'avaient pas transformé des ruminants en carnivores, rien ne serait arrivé. Certains philosophes ou sociologues stigmatiseront une dérive : les valeurs de la nature – la vache qui mange de la bonne herbe au grand air – et le respect du consommateur sont passés au second plan. Peut-être, mais la décision fatale, qui a été d'autoriser la production de farines moins chauffées, relève d'une imprévoyance trop commune : les impératifs économiques ont pris le pas sur le contrôle du risque. Remarquons à cet égard que l'assouplissement de la réglementation,

au début des années 1980, a été favorisé par un transfert de l'autorité de contrôle des fabricants britanniques d'aliments pour bétail, du ministère de l'Agriculture vers le ministère de l'Industrie. Je pense que la réglementation aurait été moins laxiste si les farines avaient contenu des ingrédients artificiels : on pense trop souvent que seul ce qui est créé par l'homme est potentiellement dangereux, ce qui vient de la nature, inoffensif...

LE PRINCIPE DE PRÉCAUTION EST-IL APPLICABLE ?

Le risque le plus grave reste la transmission à l'homme. On craint aujourd'hui que ce risque n'existe, mais on ignore son ampleur éventuelle : aussi les conditions typiques du principe de précaution s'appliquent-elles. L'interdiction de la consommation de certains abats de bovins et l'embargo européen sur les bovins anglais relèvent de ce principe. Le coût est énorme : la Grande-Bretagne exportait l'équivalent de 500 millions de livres sterling par an. L'abattage du cheptel coûtera des milliards de livres.

Ces mesures douloureuses visent autant à restaurer la confiance du consommateur qu'à réduire le risque de contamination humaine. Si cette contamination existe, mais a une incidence du même ordre de grandeur que la maladie de Creutzfeldt-Jakob classique, le risque est limité à quelques dizaines de décès par an, et l'on peut juger le coût actuariel de chaque vie sauvée exorbitant.

Toutefois, des scientifiques comme le microbiologiste Richard Lacey, de l'Université de Leeds, craignent que la maladie de Creutzfeldt-Jakob atypique ne soit une maladie nouvelle, une «encéphalite spongiforme bovine humaine», différente de l'affection classique, transmise par l'ingestion de viande provenant de bêtes atteintes d'encéphalite spongiforme, et dont l'incidence pourrait être beaucoup plus élevée. R. Lacey évoque des centaines, voire des milliers de décès dans les prochaines années.

Selon un scénario encore plus catastrophique, l'encéphalite spongiforme bovine serait transmissible à l'homme via les cochons ou les volailles qui continuent

à être nourris aux farines carnées et pourraient être contaminés : certes, cochons et poulets ne vivent pas assez vieux pour développer la maladie, mais ils pourraient multiplier l'agent pathogène. La seule précaution efficace serait d'interdire purement et simplement la fabrication de ces farines.

On peut se demander s'il n'y a pas eu longtemps un déficit de communication. Dans le milieu des années 1980, le gouvernement britannique n'a pas beaucoup diffusé les informations sur l'épizootie, ni semble-t-il la Commission européenne après 1990. La polémique sur le mécanisme de la maladie, et a *fortiori* sur une éventuelle transmission à l'homme, est restée confinée aux publications spécialisées. La grande presse n'a-t-elle couvert l'épizootie que d'une manière anecdotique, et sans insister sur la transmission humaine jusqu'au 20 mars 1996, date à laquelle elle a repris les déclarations du ministre, déclenchant la panique chez les consommateurs. Panique pour panique, il eût sans doute mieux valu qu'elle se produisît plus tôt : les dommages humains, si par malheur ils devaient être confirmés, en eussent été réduits, et les dommages économiques n'eussent pas été plus importants.

Les fautes d'appréciation des politiques, des responsables de la santé, et peut-être des médias, peuvent être diversement appréciées. Et les scientifiques ? Il est difficile de stigmatiser leur manque de connaissances sur ces maladies, pas plus qu'on ne peut leur reprocher de ne pas avoir encore découvert de vaccin contre le cancer ou le SIDA. En revanche, en minimisant la probabilité de transmission à l'homme dans son premier rapport, la Commission Southwood a commis une erreur culturelle. Les théories de Prusiner, leurs conséquences sur l'existence ou l'absence d'une barrière d'espèce n'auraient-elles pas dû être prises en compte ? Comme le reconnaît aujourd'hui R. Southwood, «le modèle de la tremblante paraissait [alors] le plus vraisemblable, mais il semble (maintenant) que nous ayons pu nous tromper...».

Faut-il alors passer la vache folle et sa possible transmission à l'homme par les pertes et profits du risque de développement ? L'histoire et, peut-être, les tribunaux, en jugeront. La multiplication des errements, le laxisme des réglementations, la mollesse et le retard des mesures administratives ne plaident pas pour une exonération totale des responsabilités.

Jean-Jacques DUBY est directeur général de l'École supérieure d'électricité et conseiller scientifique de l'UAP.

L'invention du zéro

CHRISTIAN HOUZEL

La présence d'une absence, matérialisée par le zéro, illustre et contient l'essence des mathématiques.

Sil l'inventeur (inconnu) du zéro avait déposé un brevet et que ce brevet avait duré 1 000 ans, il aurait gagné gloire éternelle et beaucoup d'argent. Pourtant, l'acquisition du concept de zéro n'est pas particulièrement douloureuse : il est difficile de nous souvenir quand nous avons appris l'existence du zéro à l'école primaire.

Zéro est un chiffre à part : la multiplication par zéro redonne zéro, et des questions sur le zéro sont encore difficiles à résoudre au XIX^e siècle, comme la valeur de 0^0 . La division par zéro est impossible. Elle donne l'infini, quel que soit le nombre que l'on mette au numérateur, sauf si c'est zéro lui-même. Le zéro et l'infini sont liés, non seulement en mathématiques, mais aussi en physique où, pour atteindre le zéro absolu de température, il faut une énergie infinie.

Zéro n'est rien, et il est inattendu que le rien ait une aussi grande importance en mathématiques. Dans les équations, il a un statut privilégié, car c'est le seul que l'on mette à droite du signe égal, où il trône, isolé et magnifique.

LA NUMÉRATION DE POSITION

Zéro est issu de la numération de position où le sens d'un symbole dépend de sa position : le chiffre 1 isolé signifie une unité, 10 s'il est en deuxième position avec un zéro à côté de lui, 100 quand il est en troisième position avec deux zéros à sa droite. Selon l'étymologie latine de la terminaison, «ente» signifie 10, comme dans trente, quarante, etc. Les abaquas anciens étaient des tables formées de colonnes où l'on mettait des petits cailloux : dans la colonne des unités, chaque caillou valait 1, dans la colonne des dizaines à côté, chaque caillou valait 10, etc. En latin, *calculus* signifie caillou.

La première numération positionnelle attestée date de l'antiquité babylonienne (à partir du II^e millénaire avant notre ère) ;

elle n'était pas de base 10, mais de base 60. Nous avons d'ailleurs conservé cette base 60 dans le décompte du temps et des angles.

Dans l'écriture babylonienne, un bâton inscrit dans l'argile fraîche avec un roseau taillé donnait une incision en forme de clou muni d'une tête ; cette marque signifie 1 ou 60 ou 3 600, les différentes puissances de 60, mais aussi les puissances négatives, c'est-à-dire $1/60$ ou $1/3 600$, etc. En l'absence de «rien», c'est-à-dire de zéro, quand il manquait un ordre de puissance de 60, l'écriture babylonienne était ambiguë : seul le contexte permettait de savoir si un clou vertical signifiait 1 ou 60.

Les Babyloniens, pour noter l'absence d'un rang au milieu de chiffres, inséraient un espace. Or un espace est de longueur élastique et peut échapper à l'examen : deux «clous» verticaux, serrés l'un à côté de l'autre, signifient deux ; quand un petit espace les sépare, cela fait 61. Aussi les mathématiciens de Babylone, dans

les derniers siècles avant notre ère, ont-ils rempli l'espace vide par un signe, deux petits clous obliques indiquant l'absence d'une unité d'un rang sexagésimal.

Les Grecs de l'antiquité hellénistique, dans les derniers siècles avant l'ère chrétienne, ont beaucoup étudié l'astronomie babylonienne et adopté, pour les calculs astronomiques, l'arithmétique babylonienne ; dans ce contexte, ils notent quelquefois l'absence d'un rang par un «o» qui est l'initiale du mot grec *ouden*, lequel signifie rien. Pour noter un petit angle inférieur à un degré, ils inséraient ce «zéro» à la place des degrés, puis indiquaient après les minutes et les secondes.

Dans les plus anciens textes indiens, le zéro était noté par un point ou par un petit rond. Ce signe a plusieurs désignations : les Indiens rédigeaient en vers leurs règles de calcul, comme les règles de grammaire et les règles de construction des temples, et ils inventaient des synonymes, d'autres façons de nommer les choses, pour que leurs règles de versification soient respectées. On dénombre une dizaine de façons de nommer zéro, un, deux, etc.

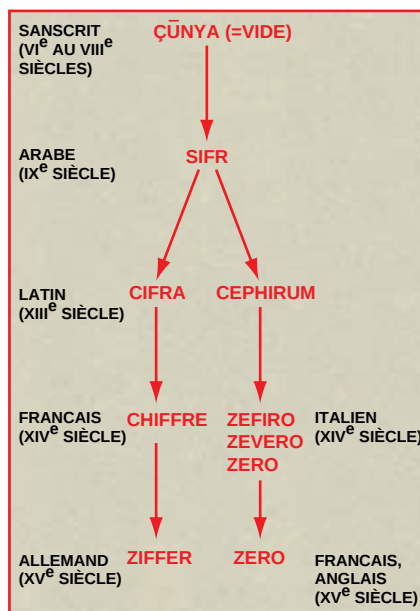
Toutefois, le nom canonique indien est *çūnya*, qui signifie vide en sanscrit et désigne un «blanc». Ce signe n'est pas encore considéré comme un chiffre : il y a neuf marques, les chiffres de 1 à 9, et ce symbole qui indique le vide.

Les Indiens ont toujours eu un système de base 10 : avant l'invention du zéro, 10 est dénoté par un symbole spécial, une espèce de rond avec deux petites cornes sur le côté. Il n'est pas impossible que ce signe soit l'origine du zéro. Les plus anciennes inscriptions indiennes incorporant le système de positions datent des VII^e et VIII^e siècles. En Inde, la plus ancienne inscription comportant la notation avec zéro date du IX^e siècle.

Les Mayas de l'Amérique centrale ont aussi un système positionnel en base 20. La civilisation maya atteint son apogée au X^e siècle de notre ère, plus tard que les Indiens, mais elle s'est développée de façon indépendante, et les Mayas utilisent aussi un zéro. Un zéro qui était noté par une espèce de forme en amande, avec une décoration à l'intérieur qui varie suivant les inscriptions ou les manuscrits.

LA FASCINATION DES GRANDS NOMBRES

Les Babyloniens, les Indiens et les Mayas sont fascinés par les très grands nombres, à la différence des Grecs et des Romains, qui ne s'en préoccupent guère. Le plus grand nombre possible dans la langue grecque, c'est la myriade, c'est-à-dire 10 000. Or le zéro est une première étape dans la représentation commode des



grands nombres, et ni Archimède ni Euclide n'utilisent le zéro. Cependant Archimède avait inventé une méthode pour désigner des nombres extrêmement grands, permettant de compter les grains de sable qui rempliraient la sphère des étoiles fixes.

Les Babyloniens, avec la base 60, peuvent noter de très grands nombres de façon économique. Chez les Indiens, avec la base 10, c'est un peu plus compliqué, et les erreurs sont plus faciles. Toujours est-il que les Indiens ont systématisé cette notation du zéro dans les premiers siècles de notre ère. On n'en sait pas beaucoup plus.

Les Chinois n'ont adopté la notation du zéro indien que très tardivement, au XIII^e siècle. À l'époque, les Chinois ont une notation numérique mixte : ils notent 1 par un trait horizontal, 2 par deux traits, 3 par trois traits ; ensuite, il y a des chiffres jusqu'à 9, et puis 10 est représenté par une croix et, quand on veut noter 20, on met le chiffre 2, c'est-à-dire deux traits, suivi de la croix. C'est deux fois 10. Il existe un symbole indépendant pour 100, un symbole indépendant pour 1 000. Les Chinois, pour faire leurs calculs, se servent de baguettes qu'ils posent sur une table en colonnes verticales : une colonne pour les unités, une colonne pour les dizaines, etc. Ils n'avaient pas besoin du zéro, puisque, sur la table, une colonne vide dénote le rang de l'absence.

Au XIII^e siècle, dans les traités mathématiques, pour expliquer leurs algorithmes, les Chinois reproduisent en marge du traité la configuration des baguettes et s'aperçoivent qu'il était très gênant de laisser des places vides, et ils commencent à placer un grand rond, le symbole indien du zéro, aux endroits adéquats.

Les Arabes adoptent le système indien dès la fin du VIII^e siècle de notre ère, au début parallèlement à d'autres systèmes. Vers 825, un grand mathématicien de Bagdad, inventeur de l'algèbre, Al-Khwarizmi, rédige un traité sur ce qui s'appelait le calcul indien. Là apparaissent non seulement la notation du zéro, mais aussi des méthodes de calcul utilisant ce nombre.

Car ajouter un zéro, à droite, revient à multiplier par 10. Un poète indien du XVII^e siècle, Bihārī, évoque le point que les femmes ont sur le front, point qui multiplie leur beauté par 10, comme le point à côté d'un nombre multiplie le nombre par 10.

Malheureusement l'original arabe du livre d'Al-Khwarizmi a disparu, et l'on n'en a que des adaptations en latin qui datent du XII^e siècle. On en connaît plusieurs adaptations un peu différentes inti-



1. Plus ancienne inscription où apparaît le zéro, dans le nombre 270, coloriée en jaune sur l'illustration par souci de clarté. D'autres chiffres, 933 (en bleu) et 187 (en rouge) confirment que les indiens utilisaient la numérotation de position et le système décimal. Sur cette inscription de Gvalior, le nombre 933 indique la date qui correspond à 870.

	594	753	793	815	837	867	870	876	917	925
1			-				1	1		
2				2			2			2
3	3						3	3		
4	4				8		8		8	
5		5	9		4		5	5	4	
6	6	6					2			
7		7	3	3		7	7	7	7	
8				7		7	7	7		7
9					9	9	9	9	9	9
0							0	0	0	

2. Chiffres des premières inscriptions hindoues, avec apparition de la notation avec zéro dans l'inscription de Gvalior.

tulées algorithmes, prononciation latine au Moyen Âge du nom Al-Khowarizmi. Au Moyen Âge, un algorithme c'était un livre sur les méthodes de calcul.

LE NOM DE ZÉRO

D'où vient le nom zéro ? En sanscrit, zéro est écrit *çūnīa*, le vide. Les Arabes, quand ils ont adopté le système indien, ont traduit vide en arabe : le mot utilisé, *sifr*, vient d'une racine qui signifie «être vide». Les Latins ont adopté le mot arabe tel quel, *ciphra*, avec des formes un peu différentes. Dans certains textes latins, zéro c'est un petit cercle ; dans d'autres c'est une petite roue. Léonard de Pise, un auteur plus connu sous le nom de Fibonacci, a écrit en 1202 un célèbre livre, *Liber abaci*, où il dénomme le zéro *cephirum* d'après l'arabe. Le latin *cifra* qui en découle a donné, probablement par l'intermédiaire du picard, chiffre.

Dans les anciens textes français, chiffre signifie parfois zéro et, par exten-

sion, désigne tous les chiffres. Les chiffres, ce ne sont pas des nombres, ce sont les symboles numériques. Aujourd'hui, on parle toujours de chiffres, on «fait du chiffre», on «donne les choses en chiffres», les hommes d'affaires, les banquiers parlent de chiffres pour signifier nombres. Or les chiffres, ce sont les symboles ; c'est une erreur que de confondre les lettres et les mots. Il y a des mots d'une lettre en français, mais ce ne sont pas des lettres. Longtemps, zéro a été un symbole, pas un nombre.

LE ZÉRO ET L'INFINI

Dès qu'il a fallu faire de l'arithmétique, il a fallu expliciter les opérations sur le zéro. Les règles de base sont explicitées dans les traités de calcul indiens du ^ve siècle, et les Indiens se posent le problème de la division par zéro. C'est là que l'infini apparaît. De manière floue. Par exemple, Brahmagupta, au ^{vii}e siècle,

dit : «Un nombre divisé par zéro, ça fait ce qu'il dénomme *taccheda*. *Taccheda* c'est le nom de dénominateur et *taccheda* signifie «ce qui a ce dénominateur», c'est-à-dire la fraction qui a pour dénominateur zéro.

Un auteur un peu postérieur Mahāvīra, commet une erreur. Il énonce : «Un nombre divisé par zéro, ça fait zéro.» Bhāskara, qui vit au ^{xii}e siècle, à l'apogée de la mathématique indienne, tente de clarifier la question en énonçant : «Un nombre divisé par zéro, c'est le nombre qui a comme dénominateur *kha*, c'est-à-dire le creux, le vide, zéro.»

Il précise : «Ce nombre ne peut être ni augmenté ni diminué», en se référant à la mythologie indienne où zéro est comme le dieu immuable qui n'est ni augmenté ni diminué au changement de cycle. Dans la conception indienne de l'éternel retour, quand le monde disparaît et est recréé, un nombre gigantesque d'êtres sont absorbés et sont créés, mais le dieu reste immuable.

Document PLS



4. Exemples d'utilisation de barres et de cercles dans la numérotation calendaire maya. À chaque nombre est associé le signe d'une période, d'un jour ou d'un mois. Les Mayas commençaient logiquement leur numérotation par zéro. Certaines désignations de

1	15	0
0	0	0
1 x 20	15 x 20	1 x 360
+ 0	+ 0	+ 0 x 20
= 20	= 300	= 360
1	14	3
0	0	10
0	6	0
2	12	0
1 x 7200	14 x 7200	1 x 144000
+ 0 x 360	+ 0 x 360	+ 3 x 7200
+ 0 x 20	+ 6 x 20	+ 10 x 360
+ 2	+ 12	+ 0 x 20 + 0
= 7202	= 100932	= 169200

nombres sont seulement utilisées dans les calendriers. Dans les codices (à gauche), le système de numération est à base 20, sauf pour le troisième ordre, de base 18 (pour faire que 1 en troisième position donne 360, le nombre approximatif de jours dans un an).

Un autre auteur indien, Krishna, aborde le concept d'infiniment petit, qui sera très utilisé dans le calcul différentiel et intégral à la fin du XVII^e et au XVIII^e siècles. Euler, le grand mathématicien du XVIII^e siècle, développait ce calcul infinitésimal avec des infiniment petits, qu'il négligeait dans certains calculs. Comme les mathématiques sont une science parfaitement exacte, on ne peut pas négliger quelque chose qui ne soit pas rigoureusement nul, donc ces infiniment petits... sont nuls.

Mais alors, comment peut-on calculer avec des zéros ? Dans le calcul infinitésimal, il y a des choses qu'on appelle dx , dx^2 . Si toutes valent zéro, que signifie cette notation ? Euler explique qu'il y a deux façons de comparer des grandeurs. La façon qu'il appelle arithmétique, qui consiste à dire : « Deux quantités sont égales si leur différence est nulle ». Sous ce rapport-là, tous les infiniment petits sont égaux entre eux. Selon une autre façon de voir, deux quantités sont égales quand leur quotient est égal à 1, et, à ce moment-là, le quotient de deux zéros, $0/0$, peut avoir un sens, comme l'indiquait le mathématicien indien Bhāskara.

Cette définition est imposée par l'astronomie chez Bhāskara, et par le développement du calcul différentiel chez Euler. La pratique d'Euler du calcul sur des infiniment petits, nuls quand cela l'arrange, ne nous satisfait plus maintenant. Au XX^e siècle, on a développé une théorie, l'analyse non standard, où les infiniment petits ont un statut propre sans être des zéros : ce sont des quantités qui, multipliées par n'importe quel entier, restent toujours infiniment petites. On a ainsi donné un sens légitime et rigoureux à tous ces infiniment petits qui avaient un statut incertain au XVIII^e siècle et même encore au XIX^e siècle.

Zéro est-il le premier nombre ? Quand on commence à numérotter, on commence par 1, pas par 0. On s'interroge : le XX^e siècle se termine-t-il en 2000 ou en 2001 ? On verra bientôt refluer le débat parce que notre ère commence par l'année 1 et pas par l'année zéro. Les Mayas, des spécialistes du calendrier, étaient plus cohérents : ils commençaient le mois par le jour zéro. Chez les Mayas, la querelle sur le début du troisième millénaire n'aurait pas lieu d'être !

Au siècle dernier, Peano a fondé l'axiomatique, mais il n'admettait pas encore zéro comme nombre et il commence à 1, ce qui est maladroit.

0⁰ ?

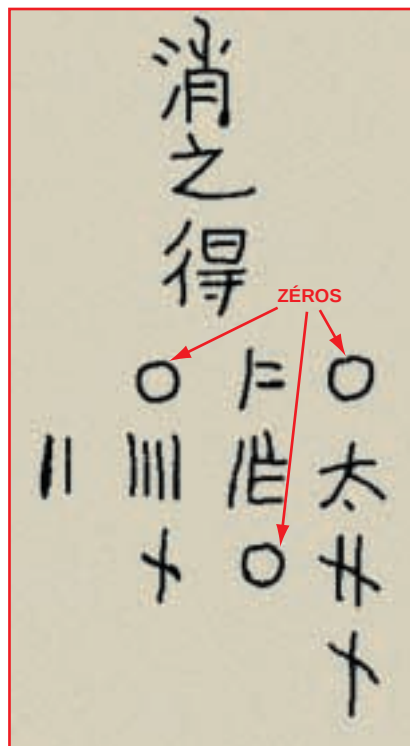
Le problème de la valeur de 0^0 apparaît dans Euler. Quelle est la valeur de a^b quand on fait tendre a et b vers zéro. Il

y a ou non une limite selon la façon dont a et b tendent vers zéro. Si on fait x^x , et qu'on fait tendre x vers zéro, on obtient 1. C'est la seule définition raisonnable, cohérente, de 0^0 . Nous pouvons mieux la justifier avec la théorie des ensembles.

En théorie des ensembles, les nombres dérivent des conceptions sur les ensembles. On définit les nombres ordinaux à partir de l'idée d'ensembles bien ordonnés. Un ensemble bien ordonné, c'est un ensemble où l'on a une relation d'ordre qui permet de dire si un élément est avant un autre : chaque fois qu'on prend une partie non vide d'un ensemble bien ordonné, cette partie a un premier élément.

Dans la hiérarchie des ensembles, il y a d'abord l'ensemble vide qui n'a aucun élément : quel que soit l'élément x , x n'appartient pas à l'ensemble vide. Ce qui est difficile à concevoir, c'est que, là où il n'y a rien, il y a quand même un ensemble. Il faut s'ôter de la tête qu'un ensemble est une collection d'objets, parce qu'une collection qui n'a aucun objet n'est pas une collection.

L'ensemble vide est déjà un ordinal, l'ordinal zéro. On peut construire un deuxième ensemble qui a pour seul élément l'ensemble vide. C'est l'ordinal 1.



5. Le plus ancien texte mathématique chinois comportant le symbole du zéro sous forme d'un cercle est le *Shushu jiu Zhang* de 1247. Le texte ci-dessus, le *Siyuan yujian*, date de 1303. L'énorme intervalle entre le zéro-cercle indien et le zéro-cercle chinois militerait en faveur d'une influence indienne.

Ensuite on prend l'ensemble qui a comme seul élément l'ensemble vide, et l'ensemble vide, et l'on définit l'ordinal 2.

Cette construction des nombres entiers à partir de l'ensemble vide est l'œuvre du mathématicien américain d'origine hongroise, von Neumann. Les cardinaux sont des ordinaux particuliers : chaque ordinal fini est un cardinal. À chaque ensemble correspond un cardinal qui compte combien il y a d'éléments. Sur les ensembles, on peut faire des constructions qui singent les opérations arithmétiques sur les nombres. On définit ces opérations sur les ensembles d'abord, et les opérations sur les nombres en découlent.

Ainsi, la somme disjointe des deux ensembles est un nouvel ensemble dont les éléments appartiennent à l'un ou à l'autre. Cette somme correspond simplement à l'addition des nombres : si l'ensemble A a pour cardinal a , si B a pour cardinal b , le cardinal de la somme disjointe est $a + b$. Cette transposition a toutes les propriétés de l'addition et peut être étendue aux cardinaux infinis. Similairement, le produit $A \times B$ de deux ensembles A et B est l'ensemble des couples qui ont deux composantes a ; b , une composante a dans A , une composante b dans B . Le cardinal de $A \times B$ est le cardinal de A multiplié par le cardinal de B .

Une troisième opération est l'exponentiation : A^B , A et B étant des ensembles : c'est l'ensemble de toutes les applications de B dans A qui, à chaque élément de B , associe un élément de A . L'ensemble de ces applications est A^B . Le cardinal de A^B c'est le cardinal de A à la puissance du cardinal de B . Nous pouvons alors donner un sens à 0^0 , qui est le cardinal de l'ensemble vide à la puissance de l'ensemble vide : ce sont toutes les applications de l'ensemble vide dans lui-même. Comme il n'y en a qu'une, 0^0 est égal à 1.

D'AUTRES ZÉROS

L'invention du zéro est une très grande découverte mathématique : tout un pan des mathématiques est né de ce bouillonnement qui vient du zéro.

Sans le zéro, il n'y a pas de dérivées, pas de calcul infinitésimal, pas d'intégrales. L'utilisation du zéro en tant qu'infiniment petit non nul est très délicate, et s'affine encore aujourd'hui. En géométrie algébrique, on a besoin d'infiniment petits parce que les courbes algébriques ont des tangentes. Il faut savoir les construire, calculer dessus, mais, en algèbre, on ne peut pas tou-



LES SYMÉTRIES BRISÉES

Pascal Chossat

La symétrie, de simple conséquence des lois physiques, est devenue principe d'explication dans des domaines aussi divers que les transitions de phase ou la turbulence.

La théorie des brisures de symétrie rend compte de la diversité des phénomènes en s'attachant aux symétries perdues, «brisées», d'un état originel.

Elle donne une nouvelle compréhension de la genèse des formes dans la nature.

Voir bon de commande p. 98

POUR LA
SCIENCE
DIFFUSION BELIN

jours faire tendre une quantité vers zéro, comme on le fait en analyse, parce qu'on ne calcule pas toujours avec des nombres réels.

Il arrive alors que l'on utilise d'autres règles : par exemple, en calculant «modulo quelque chose», c'est-à-dire en remplaçant chaque nombre par le reste de la division par un certain module. Ainsi 3 est égal à 1 modulo 2 parce que le reste de la division de 3 par 2 donne 1. Dans ce cadre, des éléments dénommés «nilpotents» jouent le rôle du zéro. Ce sont, par exemple, des éléments non nuls, mais dont le carré est nul. On peut considérer que cet ε est un élément petit, parce que son carré est nul. Quand on fait de l'analyse, on dira ε est petit, le carré est beaucoup plus petit, on le néglige ; en algèbre, on dit ε n'est pas nul, mais le carré de ε est nul.

Ce type de calcul est facile à concevoir parce qu'il est familier. Les compteurs d'eau, les compteurs de kilomètres des voitures reviennent à zéro automatiquement quand ils dépassent un certain nombre. Les Mayas avaient cette conception du calendrier : à la fin de l'année, ils repartaient à zéro.

Examinons un exemple numérique : dans le calcul modulo 9, chaque nombre est remplacé par le reste de sa division par 9 (C'est ce qu'on fait quand on fait la preuve par 9). Trois est un élément nilpotent : le nombre 3 n'est pas nul, mais, modulo 9, 3^2 , qui fait 9, est égal à zéro.

UN ARGUMENT RÉALISTE ?

Toutes ces belles propriétés sont-elles inattendues ? Ce qui est inattendu, c'est qu'elles aient été indépendamment découvertes par de multiples civilisations. Sont-elles le fruit de l'imagination humaine, comme l'affirment les constructivistes, ou toutes les belles caractéristiques du zéro reposent-elles dans une caverne scintillante de type Ali Baba qu'il nous appartient d'explorer, comme le pensent les réalistes ? Le zéro pose toute la question de la réalité des mathématiques et des difficultés de sa définition.

Christian HOUZEL est mathématicien, historien des mathématiques et professeur à l'IUFM (Institut universitaire de formation des maîtres) de Paris.

Une retranscription de ce débat, enregistré avec Émile Noël au Palais de la Découverte, sera diffusée sur France Culture le 9 octobre à 9 heures.

Bières de pharaons

Les Égyptiens connaissaient le maltage.

Les hiéroglyphes ont révélé que les Égyptiens fabriquaient de la bière, mais comment s'y prenaient-ils ? Les provisions de route pour l'au-delà, enterrées avec les défunts, viennent de le dire : utilisant des résidus de cette bière des bières, l'archéologue Delwen Samuel, de l'Université de Cambridge, a reconstitué les recettes des brasseurs égyptiens.

On a longtemps cru que les Égyptiens étaient des brasseurs primitifs : ils auraient fait leur bière à partir de pâte à pain très levée et peu cuite, qu'ils auraient dispersée dans l'eau, tamisée et fermentée par les levures utilisées pour la confection du pain. Comment tester cette hypothèse ? Les résidus alimentaires antiques étant très bien conservés dans le climat aride de l'Égypte (les micro-organismes ont besoin d'eau pour proliférer), les archéologues des années 1920 avaient utilisé le microscope optique pour préciser la matière première des brasseurs égyptiens : du blé emmer (*Triticum dicoccum*) et de l'orge, utilisés soit ensemble, soit séparément. Quels traitements ces céréales subissaient-elles ?

D. Samuel a complété les premières études par des analyses au microscope électronique de tissus végétaux, de grains d'amidon, de levures et d'autres micro-organismes. Elle s'est surtout intéressée

aux grains d'amidon des céréales retrouvées à Deir el-Medina, où vivaient entre l'an -550 et l'an -307 les ouvriers qui construisaient les tombes de la Vallée des rois ; d'autres échantillons analysés provenaient d'Amarna, en Moyenne Égypte. Les grains d'amidon étant modifiés de façon caractéristique par les traitements qu'on leur fait subir, l'archéologue britannique supposait que l'on trouverait dans la morphologie des grains antiques la clef des anciens procédés de brasserie.

Les céréales sont composées de grains d'amidon dans des enveloppes ; les grains, eux, sont composés de deux types de grosses molécules, l'amylose et l'amylopectine, enchaînement respectivement linéaire et ramifié d'un motif de base qui est le glucose.

Quand des grains d'amidon sont chauffés dans l'eau, l'amylose se dissout dans la solution, et le reste des grains gonfle, parce que l'eau s'introduit par capillarité entre les molécules. Au microscope, on voit les grains gonfler, se replier et, finalement, fusionner. Quand la quantité d'eau est limitée, les grains ne sont pas complètement dispersés, de sorte qu'ils conservent une limite identifiable.

De surcroît, les enzymes des céréales qui germent dissocient l'amidon en molé-

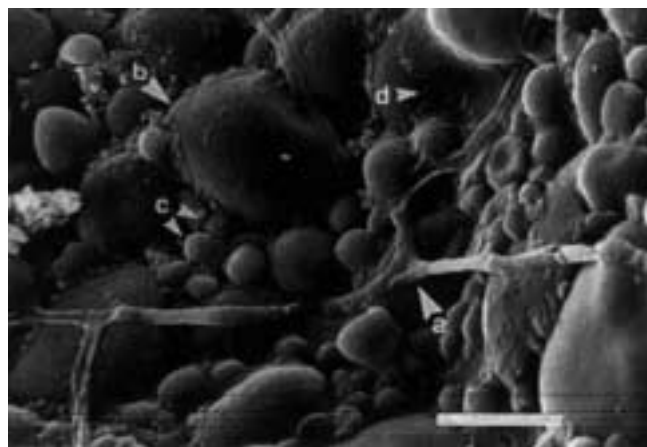
cules plus petites, les dextrines ou les sucres élémentaires, ce qui creuse la surface des grains d'amidon de petites cavités et creuse des galeries dans les grains. Si les Égyptiens avaient obtenu de la bière en dispersant seulement de la mie de pain dans l'eau, les grains d'amidon auraient été simplement fusionnés, mais comme ils étaient également attaqués, D. Samuel a conclu que les Égyptiens pratiquaient une sorte de maltage (le maltage moderne est l'opération qui consiste à tremper de l'orge dans l'eau, à provoquer la germination des grains, puis à sécher ces derniers dans une touraille).

Apparemment les Égyptiens maltaient et chauffaient d'abord les grains, ce qui engendrait les sucres et des molécules aromatiques par les réactions dites de Maillard, entre les sucres et les acides aminés. Puis ils mélangeaient les grains maltés à des grains germés et non chauffés et à de l'eau. La solution formée était ensuite décantée et fermentée.

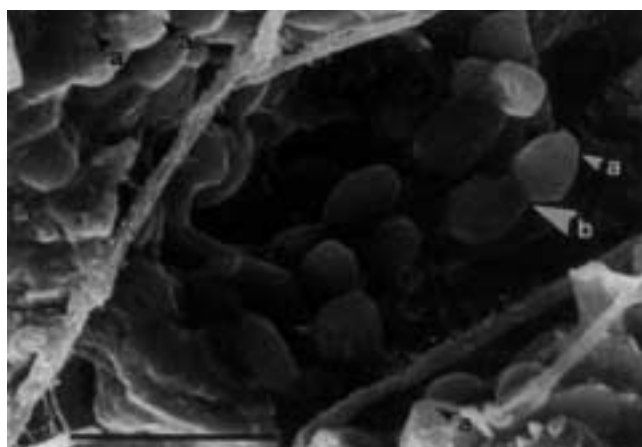
Quels ustensiles utilisaient-ils pour le maltage ? Les archéologues, guidés par les analyses au microscope, peuvent se mettre en quête. Quel goût avait leur bière ? James Merrington, brasseur à Newcastle, s'est fondé sur le procédé retrouvé par D. Samuel : utilisant blé emmer, coriandre et genièvre, il a obtenu une bière plaisante, avec un goût complexe et puissant. Ce n'est peut-être pas une réplique des bières antiques, mais la tentative était intéressante.

Hervé This

Prochain rendez-vous France Info et Pour la Science, le XX octobre 1996, avec la chronique Info Sciences de Marie-Odile Monchicourt.



Microstructure d'un fragment de pain. On distingue des grains d'amidon de diverses tailles. Les grains ne présentent pas de signe de déformation particulière.



Cellules de levure trouvées dans des résidus de bière trouvés dans une poterie d'une tombe de l'Égypte antique. On aperçoit des modifications sur plusieurs grains (b).