



Anne Solomon

8. LA RENCONTRE avec les Européens, avec leurs armes et leurs chevaux, est dépeinte dans l'abri de Beersheba, dans les montagnes du Drakensberg. Les San, qui occupaient autrefois toute l'Afrique australe, sont aujourd'hui confinés dans quelques régions qui ne cessent de se réduire.

ces peintures, principalement parce qu'elles sont mal datées. Les matières organiques présentes sous forme de traces, dans le liant qui a été mélangé aux pigments, permettent parfois de dater les peintures. Toutefois, les échantillons sont souvent contaminés par de la matière organique plus récente, et les artistes san n'ont pas toujours utilisé de liants. Les informations les plus fiables sont fournies par des matières tombées des parois d'une grotte et intégrées dans les couches archéologiques du sol. À partir du charbon de bois et d'autres substances organiques présentes dans les couches, les datations au carbone 14 indiquent l'âge des dépôts.

Ainsi Royden Yates et Antonieta Jerardino, de l'Université du Cap, ont récemment déterré, dans une grotte de la côte Ouest, des fragments de peinture datant avec certitude de 3 500 ans. Outre la grotte que A. Mazel et moi-

même avons visitée au Kwazulu-Natal, un autre site a été bien daté : dans le Sud-Ouest de la province du Cap, les archéologues de l'Université du Cap ont étudié une peinture en noir d'une figure humaine ; comme la peinture était probablement à base de charbon de bois, elle renfermait suffisamment de carbone pour une datation et se révéla remonter à environ 500 ans (plus ou moins 140 ans).

Témoignage extraordinaire du passé, l'art rupestre san est un élément important de la culture d'Afrique australe. Toutefois, les peintures se décolorent lentement, s'écailent ou sont recouvertes de graffiti, et les rochers gravés disparaissent peu à peu. Grâce aux efforts combinés d'un ensemble de spécialistes, nous espérons que l'art rupestre subsistera comme un testament de cette ancienne culture qui a malheureusement disparu.

Anne SOLOMON travaille à l'Université du Cap.

J.D. LEWIS-WILLIAMS et J. CLOTTES, *Les chamanes de la préhistoire*, éditions du Seuil, 1996.

Michel LORBLANCHET, *Les grottes ornées de la préhistoire*, éditions Errance, 1995.

J.D. LEWIS-WILLIAMS et A.T. DAWSON, *L'art des Bochimans : peintures et gravures d'Afrique australe*, in *Grand Atlas Universalis de l'Art*, Encyclopædia Universalis, 1992.

J. David LEWIS-WILLIAMS, *Believing and Seeing : Symbolic Meanings in Southern San Rock Paintings*, Academic Press, 1981.

W.H.I. BLEEK, L. LLOYD et G.M. THEAL, *Specimens of Bushman Folklore*, George Allen, Londres, 1911

Alan BARNARD, *Hunters and Herders of Southern Africa*, Cambridge University Press, 1992.

Miscast : Negotiating the Presence of the Bushmen, sous la direction de Pippa Skotnes, University of Cape Town Press, 1996.

Le pinceau du peintre

FRANÇOIS PEREGO

Cette touffe de poils a des propriétés physico-chimiques que les peintres apprennent à maîtriser pour créer des effets spéciaux.

Objet anodin, ravalé au rang de simple touffe de poils par ceux qui ne le manient pas souvent, le pinceau cache tant de subtilités qu'il figurerait parmi les sept trésors du lettré chinois. Une série d'observations et de manipulations simples nous montrera comment la physico-chimie aide à l'employer habilement.

L'acte de peindre fait intervenir le pinceau, mais aussi le fluide véhiculé et un support sur lequel ce fluide est étalé. Commençons par analyser le pinceau, dont l'anatomie est rudimentaire : une touffe de poils ordonnés est liée à un manche par une monture (plume, ficelle, virole métallique...). Les caractéristiques de la touffe de poils, partie active du pinceau, dépendent de la longueur des poils, de leur forme (cylindrique, conique ou fusiforme), de leur nature et de leur finesse.

Pour les peintres, le type de poils d'un pinceau, naturel ou synthétique, est fondamental. Est-ce justifié ? Les poils

naturels sont exclusivement d'origine animale : les poils à base de fibres végétales ne sont plus utilisés, bien que les Égyptiens les aient employés pour créer des chefs d'œuvre, dans l'Antiquité. Aussi les poils naturels sont soit des poils fins à fleur unique (la fleur est l'extrémité effilée du poil), tels les poils de martre kolinski, de blaireau, de putois, d'écureuil petit-gris, de chèvre, etc. ; soit des soies à fleur multiple, de porc ou de sanglier. La fleur multiple donne un toucher doux à ces poils raides et nerveux, tout en augmentant la capacité de la touffe. Un poil dont la fleur a été coupée, tel celui du poney, ne peut pas former de pinceau faisant aussi bien la pointe.

Pourquoi les manuels de peinture recommandent-ils tantôt les poils blancs, plus souples, tantôt les poils foncés ? Parce que la composition et la structure du poil déterminent ses propriétés. Tous les poils naturels sont composés de kératine, une protéine hydrophile, qui se ramol-

lit à l'eau, mais est insensible aux solvants organiques. Cette kératine est incrustée de mélanine, en quantité variable et sous une forme et une répartition variables ; la mélanine rigidifie la structure et détermine ainsi la nervosité et l'élasticité du poil. De plus, des écailles qui recouvrent la cuticule de kératine accroissent la rétention capillaire, c'est-à-dire la quantité de liquide qui monte dans la touffe sous l'action des forces capillaires.

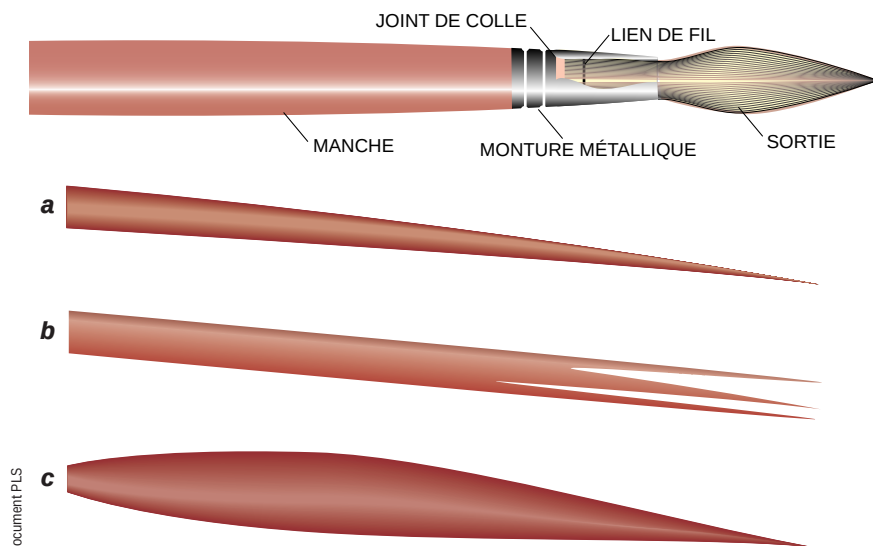
Les poils synthétiques, en polyamide ou en polyester, imitent autant que possible la forme des poils naturels, mais leur nature chimique les rend insensibles à l'eau (hydrophobes, ils ne s'y ramollissent donc pas), et sensibles aux solvants organiques.

Les critères de choix d'un pinceau comprennent également le module d'élasticité du poil : ce nombre qui mesure la rigidité d'un poil est d'autant plus faible que le diamètre est faible (ce diamètre n'est pas régulier, sur toute la longueur du poil et, pour les poils naturels, il peut varier selon les poils du pinceau). Le module d'élasticité des poils détermine la rigidité de la touffe et, de ce fait, conditionne aussi le contact avec le support (le pinceau pousse davantage le fluide dans les creux si les poils sont fermes).

Enfin la forme de la touffe ajoute à la complexité inattendue de ce pinceau qui semblait si simple : la section peut être ronde ou plate, et de dimensions variées ; l'extrémité peut être pointue, carrée ou bombée ; et le profil peut être droit, former un ventre ou partir en éventail. Que de variantes possibles ! Une dizaine de formes, une vingtaine de sortes de poils différents, qui peuvent d'ailleurs être mélangés, divers types de montages des poils sur le pinceau, une sortie (longueur de poil utile qui dépasse de la virole) allant du simple au décuple, dépassant 150 millimètres pour certains poils et n'atteignant pas deux millimètres pour certains pinceaux, enfin une section comprise entre un millimètre et plusieurs centimètres.

PEINTURE, PÂTE ET POUDRE

Cet outil complexe n'est pas cantonné au travail des peintures : on l'utilise aussi pour déposer des liquides, des pâtes ou des poudres. Là encore, la diversité est plus grande que ne le soupçonnent les néophytes : les liquides sont plus ou moins visqueux, homogènes ou chargés de grains de tailles variées ; les pâtes et les gels peuvent être plastiques ou thixotropes (nous verrons plus loin ce dont il s'agit) ; les poudres peuvent être



Document PLS

1. Le type de trait formé par un pinceau dépend de composition et de la forme de la touffe, mais aussi de la structure des poils : fins à fleur unique (a), soie à fleur multiple (b) ou fusiformes (c).

constituées de particules régulières ou non, sphériques, en aiguilles ou lamellaires, impalpables ou grossières. Et tous ces matériaux peuvent être hydrophiles ou hydrophobes...

Pour maîtriser l'application des peintures, il est utile de reprendre la distinction des physiciens : les fluides «newtoniens», tout d'abord, s'écoulent à une vitesse proportionnelle à la contrainte appliquée ; les fluides non newtoniens, d'autre part, ont des comportements plus complexes. Par exemple, les fluides plastiques, ne s'écoulent que lorsque la contrainte devient supérieure à un seuil ; les fluides élastiques reviennent à leur position d'origine dès que la contrainte n'est plus suffisante. Naturellement, plus un liquide est visqueux, moins il s'écoule spontanément de la touffe ; les pâtes peuvent même être prises avec le plat d'une brosse en soies, et tenues en toutes positions sans se déformer.

Pour ces pâtes, une caractéristique physique fréquemment rencontrée est la thixotropie : ces pâtes, qui sont en fait des gels, ont la faculté de passer à l'état fluide sous la contrainte, un peu comme la mayonnaise, qui est ferme quand elle repose dans un bol, mais fluide quand elle passe en bouche. La nature thixotropique de certaines pâtes permet d'appliquer une peinture apparemment épaisse avec un pinceau relativement souple. Grâce à la thixotropie, certains peintres, tel Petrus Paulus Rubens, ont posé des touches sur des fonds frais, sans que les couleurs se mélangent : par exemple, pour peindre des tournesols jaunes sur un ciel bleu, soit on attend que le bleu du ciel sèche, soit on applique une peinture thixotropique, dont la fluidité provoquée par le mouvement du pinceau évite l'entraînement de la couleur bleue du fond déjà posé.

Le support, enfin, intervient par sa rugosité, qui retient mécaniquement le fluide, par son affinité physico-chimique vis-à-vis du fluide et par sa porosité. Pour y déposer la quantité de peinture appropriée, le peintre en bâtiment, comme l'artiste génial et inspiré, maîtrise l'angle que forme le pinceau avec le support, la pression sur la touffe (qui détermine la déformation) et la vitesse d'étalement (la réaction rhéologique). La façon de charger le pinceau ou de l'essorer sont également importantes. Il est passionnant, du reste, de comparer l'évolution des outils et l'histoire des techniques ; c'est un autre sujet, mais on observe que les utilisateurs ont sélectionné, durant plus de deux millénaires, les outils qui convenaient le mieux à leur tâche.

TOUT EST PHYSIQUE

Examinons le problème de la peinture par les phénomènes physiques qui régissent les rapports entre le pinceau, le fluide et le support : ces phénomènes sont la capillarité, la rigidité mécanique du poil (caractérisée par le module d'élasticité), l'affinité physico-chimique, la viscosité et l'absorbance du support.

Un pinceau est un distributeur de liquide, de pâte ou de poudre. L'analyse de son fonctionnement comprend donc celle des mouvements du fluide, lors de la prise de celui-ci, puis du déchar-

gement vers le support. Pour comprendre ces mouvements, il est utile de comparer le pinceau à une pompe aspirante-refoulante.

Pour un liquide de viscosité pas trop élevée, le phénomène de capillarité est prépondérant : le liquide monte entre les poils en raison des forces capillaires qui s'exercent au contact des surfaces. La loi due au médecin et physicien anglais James Jurin (1684-1750) stipule que la hauteur à laquelle s'élève un liquide dans un tube capillaire varie en raison inverse du rayon du tube à l'endroit où s'arrête le liquide et en proportion directe de la



François Perego

2. Cette peinture hollandaise du XVII^e siècle est un bel exemple de peinture où l'artiste joue à la fois avec le pinceau et avec la consistance de la pâte. L'agrandissement inférieur montre l'œil du brochet. On voit que le cerne ocre le plus proche de l'œil fut réalisé (dans le sens inverse des aiguilles d'une montre) avec un coup de pinceau tiré d'abord assez lentement, puis plus rapidement. Les rehauts blancs, près de l'œil, sont travaillés avec une pâte onctueuse, posée calmement ; quelques petits traits allongés sont tirés plus rapidement. L'écaille beige pâle, en haut à droite, est exécutée avec une brosse gorgée de peinture pressée contre le support.

tension superficielle. La viscosité ne modifie pas cette hauteur, mais elle peut ralentir le mouvement, jusqu'à l'immobiliser complètement : du miel d'acacia s'écoule facilement dans un entonnoir, mais difficilement dans une seringue munie d'une aiguille fine.

Comment utiliser cette loi dans le cas des pinceaux ? L'espace entre les poils fait office de capillaire, de sorte que la montée capillaire dans un pinceau dépend de la finesse de ses poils : plus ils sont fins, plus l'espace entre eux peut être petit, et mieux le liquide monte. La hauteur atteinte dépend également de la tension superficielle du liquide, de sa densité et de sa viscosité. Je vous engage ainsi à mettre en contact la pointe d'un pinceau en poils fins (d'écureuil petit-gris, par exemple) avec de l'eau : celle-ci monte jusqu'en haut de la touffe. L'ascension a

lieu parce que les poils sont parfaitement mouillés par le liquide : l'eau ne monterait pas si les poils étaient en Téflon, par exemple. De surcroît, l'eau favorise la formation d'une pointe : elle ramollit les poils naturels, qui suivent alors plus facilement les mouvements imposés par le fluide, et elle rapproche les poils les uns des autres, par réaction : si les poils attirent l'eau, l'eau attire aussi les poils.

Cette brève analyse montre que le mythe du pinceau à un seul poil ne tient pas (certains ont prétendu que les traits fins de certaines miniatures ont été faites avec des pinceaux à un poil) : pour disposer d'une réserve capillaire, le peintre doit avoir au moins deux poils à son pinceau.

La maîtrise de cette réserve capillaire permet des effets remarquables. Ainsi certains peintres chinois et japonais char-

gent leur pinceau de plusieurs couleurs (par exemple un jaune dans la touffe et un noir sur la pointe), afin que les liquides se déchargent ensuite dans l'ordre inverse de leur montée capillaire, ce qui permet d'obtenir des tracés en dégradé (voir la figure 6).

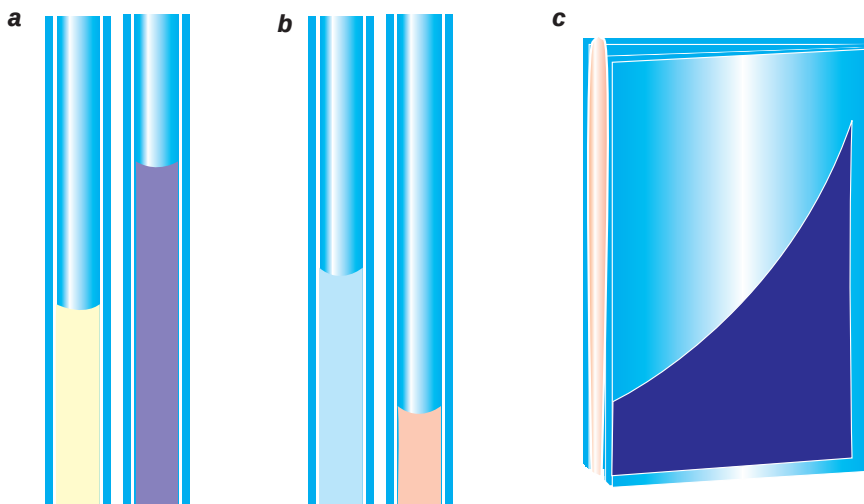
Comment utiliser correctement un pinceau pour les traits plus familiers ? Je vous invite à observer ce qui se passe quand vous trempez complètement dans de l'eau la touffe d'un pinceau en poils fins naturels : ceux-ci, du fait de leur faible densité et de leur souplesse, s'écartent ; puis, lorsqu'on retire doucement le pinceau de l'eau, ils gardent une quantité de liquide supérieure à celle qu'ils auraient pris par simple montée capillaire, emprisonnant une grosse goutte dans une cage de poils. Toutefois une chiquenaude fait perdre cet embonpoint. Un pinceau aux poils raides (une brosse en soies de porc, par exemple) ne manifeste pas ce comportement. La montée capillaire et la capacité de réserve sont donc, pour un liquide donné, supérieures pour un pinceau aux poils fins.

Toutefois, si les poils sont trop serrés, la réserve est réduite. Inversement, en jouant sur la géométrie du poil, par exemple avec un poil en fuseau comme celui de la martre kolinski, on obtient une forte réserve à la base et une pointe fine, grâce à la fleur effilée, rigidifiée de surcroît, par les forces capillaires, qui y sont plus intenses. Notons que la réserve disponible d'un pinceau est nécessairement inférieure à la quantité totale de liquide qui y est chargé : une partie nécessaire au mouillage des poils n'est plus disponible. C'est la «part du pinceau» (plus les poils sont fins, plus la surface développée est importante) qui, évidemment, force le peintre à revenir plus souvent à sa palette. «Bien prendre pour bien donner» serait la devise du pinceau idéal.

DU PINCEAU AU SUPPORT

Le pinceau étant chargé, posons-le contre le support : si celui-ci a une affinité physico-chimique pour le liquide et s'il est assez poreux, la capillarité tend à faire descendre une partie du liquide. Cette concurrence capillaire peut être très forte : essayez de peindre des briques au pinceau avec une peinture liquide ! La peinture imbibe si vite la brique que l'on doit recharger aussitôt le pinceau. Parfois, au contraire, la faible affinité du support pour la peinture gêne le travail : essayez de couvrir régulièrement une vitre, voire du Téflon !

Lors de l'application de la peinture, la loi de Jurin s'applique encore, mais la gravité aide en outre le pinceau à se



Document PLS

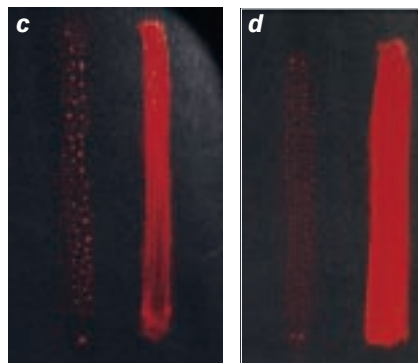
3. Si l'on compare la montée capillaire de quelques liquides, on met en évidence les paramètres de la loi de Jurin : deux liquides de densité voisine, mais de tension superficielles différentes (a), telles la morpholine et l'eau, atteignent des hauteurs très différentes. Deux liquides de tensions superficielles voisines, mais de densités différentes, tels le dichlorométhane et le benzène (b), montent également différemment. L'écart de la montée capillaire est proportionnel aux différences observées entre les densités ou les tensions superficielles. En (c), l'encre monte moins haut entre les lames de verre à l'endroit où elles sont écartées par une bande de plastique. La viscosité ralentit le mouvement de montée, mais elle ne modifie pas la hauteur maximale atteinte. Ces trois expériences révèlent le mécanisme du pinceau : la montée capillaire dans le pinceau dépend de la finesse des poils (plus ils sont fins, mieux le liquide monte), de la tension superficielle du liquide, de sa densité et de sa viscosité (trop visqueux, le liquide ne monte pas).



Document PLS

4. La vitesse du pinceau détermine la qualité du trait. Sur la partie gauche de la figure, on a indiqué les traces laissées par de la peinture fluide (peinture à l'eau). À droite, c'est de la peinture épaisse (à l'huile). Les deux traces supérieures ont été déposées lentement, les deux tracés inférieurs plus rapidement.

Document PLS



5. La fluidité de la peinture et la nature du support déterminent le type d'effet réalisé par les peintres et imposent le choix du pinceau. Les traces (a) et (b) ont été appliquées sur du papier, respectivement avec un pinceau de poils fins et un pinceau de poils durs. Ci-dessus, de même sur du Téflon (c et d). À gauche de chaque série, on a utilisé une aquarelle très fluide : à droite, de la peinture à l'huile en pâte.

Document PLS



6. Les peintres d'Extrême Orient exploitent la montée capillaire jusqu'au point de placer plusieurs couches superposées dans la touffe du pinceau. Ils obtiennent ainsi des tracés de plusieurs couleurs fondues, qui sortent dans l'ordre inverse de leur chargement.

décharger s'il est tenu la pointe en bas. Au total, si le support est gourmand, la réserve de peinture est rapidement épuisée ; on résout ce problème en corrigeant la viscosité du liquide, mais il faut tenir compte de cette modification dans le choix du pinceau. D'autre part, comme le contact avec le support vide une partie de la réserve capillaire, on peut reprendre, ailleurs sur le support, du liquide avec un pinceau pas trop chargé. Cette propriété est utilisée en aquarelle : par exemple, lors de la réalisation d'un ciel bleu, l'aquarelliste qui a déposé tout le bleu de fond nécessaire peut décharger son pinceau sur un papier absorbant, et repomper localement un peu de la peinture déjà posée pour créer quelques nuages.

Le peintre qui veut maîtriser son art doit aussi considérer la déformation de la touffe en fonction du mouvement : lorsqu'on l'écrase ou qu'on la plie, les poils se resserrent et la réserve capillaire diminue. C'est ainsi que l'on essore un pinceau sur le bord d'un pot de peinture. La touffe peut être déformée de plusieurs manières, même par torsion. La déformation est réversible tant que les poils peuvent glisser les uns sur les autres, mais un fluide trop vis-

queux rigidifie la touffe, ce qui en fixe les déformations.

L'ANGLE ET LA VITESSE

On se doute que la position du pinceau par rapport au support est déterminante. L'angle et la pression interviennent tous deux dans la déformation de la touffe, ainsi que dans l'aire de la surface de contact de la touffe et du support. L'entraînement visqueux, le laminage du bourrelet de fluide entre la touffe et le support, et l'étalement capillaire dépendent étroitement de ces facteurs. Essayez des pinceaux de divers poils, plus ou moins fins ou nerveux, différents supports, et des fluides de viscosités variées. Vous noterez que l'angle ne pourra pas être identique pour un pinceau pointu ou à bout carré, un pinceau rond ou un pinceau plat : le contact de la fleur du poil avec le substrat n'est alors pas la même.

Avec l'angle, la nature du fluide détermine la vitesse de défilement maximale du pinceau. Un fluide visqueux, par exemple, ne s'écoule plus à partir d'une certaine vitesse d'écoulement : la perte de charge due aux frottements et aux turbulences devient supérieure aux

forces qui provoquent l'écoulement. Alors le pinceau décroche, reprend contact avec le support un peu plus loin, et ainsi de suite, ce qui crée des variations périodiques d'épaisseur du film appliqué (voir la figure 4). Chaque matière impose une vitesse optimale : trop lent, le pinceau qui court sur un fond vierge dépose une couche trop mince, tirée ; trop rapide, il n'étale pas bien, et peut même « surfer » sur la matière (il flotte presque au-dessus de la couche peinte, et ne modifie que la couche superficielle de la peinture appliquée). Enfin la porosité du support et la vitesse de réaction du fluide aux contraintes déterminent la vitesse d'étalement optimale. C'est ainsi que le peintre joue avec les molécules. Comment doit-il s'y prendre ?

Examinons d'abord le cas d'un fluide très visqueux, voire pâteux : la montée capillaire peut être nulle, et le pinceau agit plus, alors, comme une truelle : sous l'effet de la pression, la pâte se charge entre les poils, qu'elle écarte. La touffe ainsi chargée peut être vidée par une déformation, et c'est la viscosité de la pâte qui la fait adhérer au support lorsque le peintre tire le pinceau. Le pinceau peut même ne prendre la pâte que sur la surface de la touffe, à la manière d'un

François Perregé



François Perego

7. Certains gels «thixotropes» peuvent passer de l'état gel à l'état fluide quand ils sont soumis à des contraintes (la photographie montre un gel thixotrope avant et après agitation).

couteau pour tartiner. La brosse, pinceau dur en soie de porc, pose, appuie, racle, pousse, tire la pâte sur le support. Son poil, s'il était trop mou, n'aurait pas une résistance suffisante. Il n'est d'ailleurs parfois plus indispensable d'utiliser un pinceau : pensons à la peinture au couteau, ou avec les doigts.

Avec les brosses en poils raides, tels les soies de porc, les poils dans le côté sous pression de la courbure concave s'écartent de la touffe à la base, augmentant ainsi la réserve de peinture à cet endroit. Mais aussi, lors de la relaxation de la contrainte, une partie de la pâte remonte à la surface de la touffe, pour former un bourrelet. Le peintre doit régulièrement récupérer cette peinture. Une pâte thixotrope accentue le phénomène : cette partie de la touffe se déforme peu, donc les mouvements de fluide y sont lents. La pâte gélifie et ne redescend plus dans la touffe.

Le peintre choisit ainsi ses pinceaux en fonction de la consistance de la pâte qu'il travaille : un poil fort pour une pâte, avec une sortie courte pour des pâtes plus épaisses ; un poil fin et souple pour les peintures plus fluides et un bon réservoir si nécessaire, car, dans ce cas, on peut jouer avec les phénomènes de capillarité. Il existe une différence importante entre les brosses de porc rudes et courtes utilisées par Van Gogh ou Monet, et les pinceaux en petit gris ou en martre employés par les aquarellistes. Inversement il est impossible de peindre comme Van Gogh avec des pinceaux en petit gris, ou de travailler comme Van Eyck avec des brosses en porc.

Pour que le trait ou l'aplat soit régulier, l'écoulement doit être continu, ce qui dépend de la capacité du pinceau à délivrer le fluide, de la vitesse d'éta-

ment, de la nature du fluide et de l'absorbance du support. D'autant qu'un pinceau ne sert pas seulement à étaler une matière, mais aussi à la travailler, à la lisser, la structurer, fonder deux teintes, etc. Certains pinceaux, même, ne permettent pas de prendre de la peinture : on les réserve pour retravailler une peinture déjà appliquée.

Cet univers du pinceau est plein de mystères. Il est parfois difficile de nettoyer un pinceau à fond : il reste souvent de la peinture à la base de la touffe entre les poils, ce qui forme un talon, gêne le nettoyage et finit par abîmer le pinceau. Une conception nouvelle de pinceau résoudra-t-elle ce problème ? D'autre part, les poils synthétiques s'usent en se courbant et en se bouclant vers l'extérieur, contrairement aux poils naturels ; les fabricants utilisent de plus en plus les mélanges de poils synthétiques et naturels, mais quelles sont les proportions idéales et pour quels rapports de diamètres de poils ?

Les poils naturels ne poussent pas toujours droit, de sorte qu'ils sont souvent redressés, durant leur préparation, mais il arrive souvent que des poils sortent du gabarit idéal de la touffe. Existe-t-il un système de «mise en plis» qui moulerait la touffe dans une forme quasi parfaite, sans dénaturer les capacités du poils ? La section des poils synthétiques, comme celle des poils naturels, est cylindrique : une autre section accroîtrait-elle la réserve, le nerf, la conduite capillaire ou la douceur du toucher sans compliquer le nettoyage ? Outil millénaire, le pinceau n'a pas fini d'évoluer.

François Perego est peintre restaurateur à Bécherel (Ille-et-Vilaine).

Le Monopoly revisité

IAN STEWART

Le jeu est équitable, mais, à long terme, toutes les cases ne sont pas équiprobables.

En juin 1996, nous avons examiné un modèle mathématique du jeu de *Monopoly*. Au début du jeu, lorsque tous les joueurs sortent de la case *Départ*, en lançant une paire de dés, ils ont des probabilités variées d'atteindre les douze premières cases. En utilisant des objets mathématiques nommés «chaînes de Markov», nous avons vu que la répartition initiale des probabilités d'occupation des cases se nivelait progressivement, et nous avons conclu que le jeu est équitable : tous les joueurs ont la même probabilité d'occuper une case quelconque et d'acheter la rue qui lui correspond. Toutefois ce résultat n'est vrai qu'au prix de simplifications, et les adeptes du *Monopoly* m'ont fait remarquer que, dans le vrai jeu, la répartition à long terme n'est pas équiprobable.

Quelle est la véritable répartition ? La méthode des chaînes de Markov s'applique également au véritable jeu, mais l'analyse est complexe et impose un recours à l'aide informatique. Avant tout, revoyons comment les chaînes de Markov s'appliquent au *Monopoly*. Un joueur peut être sur n'importe laquelle des 40 cases du plateau que, par commodité, nous numérotions dans le sens des aiguilles d'une montre, de 0 pour la case *Départ*, à 39 pour la *Rue de la Paix*.

Entre deux cases *A* et *B*, la probabilité de transition est le nombre qui exprime la probabilité qu'un joueur partant de *A* atteigne *B* à son prochain lancer des dés. Si le déplacement est impossible, la probabilité de transition est nulle.

Il existe 40×40 , soit 1 600 probabilités de transition, que l'on représente dans une matrice carrée *M* (un tableau de nombres) à 40 lignes et à 40 colonnes. Par exemple, le coefficient de la sixième ligne et de la dixième colonne est la probabilité de passer de la *Gare Montparnasse* à l'*Avenue de la République* en un coup. Les probabilités d'occupation initiales, pour tout joueur, sont égales à 1 pour la position 0, et à 0 pour les autres cases ; on peut les représenter par un vecteur $v = (1, 0, 0, \dots, 0)$.

La théorie des chaînes de Markov indique que l'évolution de cette répartition de probabilités est donnée par la suite de vecteurs $v, Mv, M^2v, M^3v, \dots$, où chaque lancer de dés correspond au produit de *M* par le vecteur précédent de la suite. Les programmes d'ordinateur calculent de telles suites, ainsi que les valeurs propres et vecteurs propres des matrices. Un vecteur *u* est un vecteur propre de *M*, associé à la valeur propre *c*, si Mu est égal à cu : le produit d'une matrice par un vecteur propre donne un vecteur proportionnel au vecteur propre. Le théorème

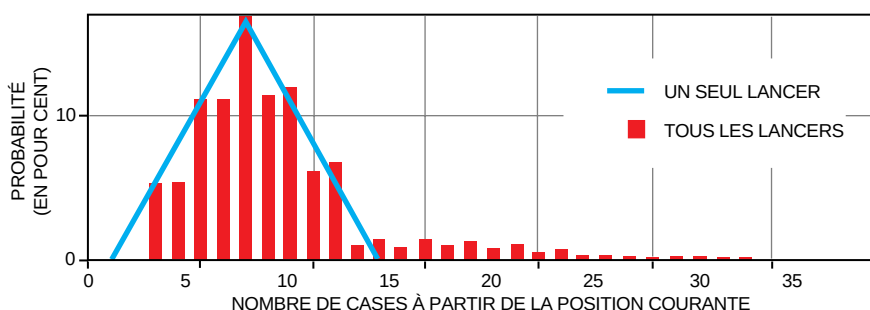
central de Markov stipule que la répartition à long terme est donnée par le vecteur propre dont la valeur propre a la plus grande valeur absolue. Ainsi, pour savoir si le *Monopoly* est équitable, il suffit d'explicitier la matrice *M* et d'appliquer l'analyse matricielle. C'était particulièrement facile, dans mon modèle simplifié du jeu, mais, dans le jeu réel, il faut tenir compte des rôles multiples des dés, des cases spéciales telles que *Allez en prison*, et des instructions données par les cartes que tirent les joueurs quand ils arrivent sur une case *Chance* ou *Caisse de communauté*.

De nombreux lecteurs m'ont fait part de leur analyse du jeu ; examinons une synthèse de leurs résultats (tous les modèles de *Monopoly* simplifient le jeu ; les différences entre les hypothèses ne sont pas importantes).

LES DOUBLES ET LA PRISON

La première modification de mon modèle initial est la prise en compte des règles relatives aux dés : si les dés marquent deux valeurs identiques, le joueur rejoue, mais trois doubles consécutifs l'envoient en prison. Le lancement des dés est, à lui seul, une petite chaîne de Markov, qui doit être traitée par la méthode usuelle. Le résultat est un graphe de la probabilité de déplacement d'une distance quelconque à partir de la position initiale (voir la figure 1). Notez que la distance la plus probable est 7 et qu'un joueur peut se déplacer au maximum de 35 cases (en lançant $6 + 6, 6 + 6, 6 + 6$). En outre, les déplacements de plus de 29 cases sont si peu probables qu'ils ne sont pas visibles sur un graphe à cette échelle. On incorpore ces résultats dans la matrice *M* en ajustant chaque coefficient.

Incluons ensuite l'effet du *Allez en prison*. Les règles carcérales posent un problème, car un joueur peut choisir d'acheter sa liberté, ou de rester en prison et d'essayer de lancer des doubles qui l'en sortiraient (ou encore, lorsque la prison devient un refuge contre des loyers élevés, de rester en prison et d'espérer n'obtenir aucun double). Les probabilités associées à ces choix dépendent de la psychologie des joueurs, champ que les chaînes de Markov décrivent mal. La plupart des lecteurs qui m'ont écrit ont contourné cette difficulté en supposant que le joueur n'achète pas sa liberté. La case *En prison* n'est alors plus une simple case, mais un sous-processus markovien : une suite de trois cases (virtuelles) où les joueurs vont de *Juste en prison*, à *En prison depuis un tour* et à



1. La probabilité de déplacement d'un nombre de cases en un lancer, compte tenu des règles de lancement des dés, est maximale pour le déplacement de sept cases. Quand un joueur tire un double, il relance les dés ; trois doubles consécutifs l'envoient en prison.