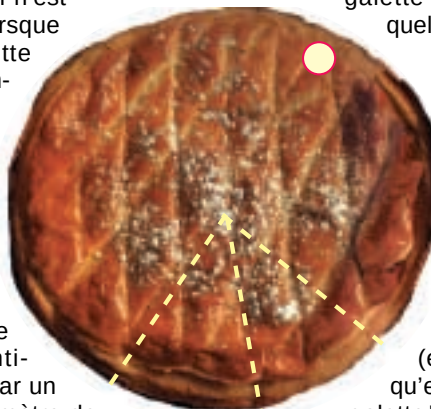


JEU-CONCOURS

N°33

GALETTE ET PROBABILITÉ

À l'Épiphanie, rien n'est plus agaçant, lorsque l'on coupe la galette des rois, que de tomber sur la fève. C'est pourquoi nous chercherons ce mois-ci la probabilité d'éviter ce désagrément. Pour cela, nous modéliserons la galette par un disque de rayon 20 centimètres et la fève par un disque de un centimètre de rayon que le boulanger aura pris soin de disposer tangent à la périphérie du disque. Si l'on découpe cette galette en dix parties égales, quelle est la probabilité que l'on évite la fève?



galette de rayon minimum, quel devra être ce rayon? Enfin, hors concours, j'invite les lecteurs à rechercher la probabilité moyenne d'éviter la fève si le boulanger place la fève de un centimètre de façon aléatoire équiprobable dans la galette (en évitant cependant qu'elle ne dépasse de la galette!) de rayon 20 centimètres que l'on découpe pour dix personnes.

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à Pour la Science, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois de mars 1997 dix gagnants tirés au sort recevront un livre de la Bibliothèque Pour la Science.

Maintenant plaçons-nous du point de vue du boulanger dont un client mathématicien lui commande une galette pour dix personnes, telle qu'il ait neuf chances sur dix de la découper sans rencontrer la fève. Si ce client de surcroît est écossais et exige une

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N°31

Vue l'ampleur du nombre de bonnes réponses, il ne fait aucun doute que les lecteurs de *Pour la Science* feraient d'excellents chefs de gare! Pour ceux qui n'ont pas voulu révéler leur talent caché, voici la solution. On part de la remarque suivante : si n est le numéro de la première locomotive du convoi à former, il faut rentrer d'abord les locomotives de 1 à n sur la voie principale, puis sortir n par la droite. Maintenant si le numéro de la deuxième locomotive du convoi à former est l'un des nombres 2, 3 ... $n-2$, on ne pourra le faire car les locomotives 1 et $n-1$ empêcheront de la sortir. Ainsi, si le convoi commence par 5 suivi de 3, on ne pourra la sortir car $1 < 3 < 4$, d'où les six impossibilités 53(124).

En exploitant systématiquement cette idée, on trouve facilement les

solutions, soit 53(124), 52(134), 542(13), 513(24), 42(135), 452(13), 352(14), 253(14) et 153(24). Bien qu'il ne soit pas évident que cette procédure couvre tous les cas d'impossibilités, le fait que leur nombre est de 30 nous garantit que ce sont les seuls, car il existe une formule de récurrence donnant le nombre a_n de convois possibles de n locomotives qui est la suivante : $na_n = 3(2n-3)a_{n-1} - (n-3)a_{n-2}$ $n \geq 2$. À ce sujet, Madame Asquin a trouvé la formule explicite suivante :

$$a_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-2} \binom{n-1}{i} \binom{n-1}{i+1} 2^{i+1}$$

où $\binom{n}{i}$ est le coefficient binomial égal à :

$$\frac{n!}{(n-i)! i!}$$

Réponse mathématique

Didier Nordon m'a fait l'honneur de commenter la page de couverture de mon récent ouvrage sur les mathématiques (voir *Bloc-notes, Pour la Science*, janvier 1997). Comment peut-on publier des lignes aussi fielleuses que vides sur le fond ? Est-ce le titre qui fait la valeur d'un ouvrage ou bien ce qu'il tente d'apporter au lecteur ?

Celui-ci verra que je me suis efforcé de défendre les mathématiques, parfois injustement attaquées, et de les promouvoir. M'appuyant sur les écrits d'Henri Poincaré, j'ai notamment rappelé leur intérêt essentiel pour la formation de l'esprit. Je me suis efforcé de les faire comprendre et accepter, soit en décrivant de manière littéraire plusieurs de leurs aspects, soit en essayant d'apporter, de façon aussi peu formelle que possible, des compléments d'intelligibilité à certains chapitres de base de l'enseignement.

Le titre original, *Essais sur l'intelligibilité des mathématiques*, est devenu, de manière plus sobre, *Comprendre les mathématiques*. Le titre de ce livre et son sous-titre n'ont pas choqué les mathématiciens ni les philosophes, académiciens ou non, français ou non, qui m'avaient adressé un courrier fort agréable à lire.

C.P. BRUTER, Gometz-le-Châtel

Réponse de Didier Nordon

C.P. Bruter ne répond pas aux critiques que je formulais. Son livre est un cours de géométrie classique – niveau seconde année de Premier Cycle universitaire – précédé d'un essai d'une soixantaine de pages. Ni le cours ni l'essai ne me semblent à la hauteur de l'extrême ambition affichée tant par le titre, *Comprendre les mathématiques*, que par le sous-titre, «Les 10 notions fondamentales».

La rigidité du poil

François Pérégé écrit, dans *Le pinceau du peintre* (voir *Pour la Science*, janvier 1997), que «la mélanine rigidifie la structure et détermine ainsi la nervosité et l'élasticité du poil». Si certains poils blancs sont considérés comme plus souples par les peintres, on ne peut en déduire que la mélanine contrôle la souplesse du poil.

Le poil des mammifères, tel le cheveu humain, est un tube de kératine rempli d'une moelle souple et dont les parois sont formées de deux couches. La couche externe est constituée de six épaisseurs de cellules disposées en un arrangement régulier, comme les

tuiles d'une toiture. La couche interne est constituée de faisceaux cylindriques, parallèles au grand axe du cheveu, qui ne sont pas cohérents entre eux. La rigidité du poil est due à l'interaction de ses trois parties.

La mélanine est un pigment synthétisé dans le bulbe pileux et transmis aux cellules qui se différencient petit à petit pour former la tige pileuse. Elle est stockée dans de petites pelotes nommées mélanosomes. La richesse en pigments et le type de mélanine produite déterminent la couleur du cheveu. La mélanine ne participe pas à la rigidité du poil.

Philippe DEPREZ

Réponse de François Pérégé

M. Pomarède, de l'Université de Montpellier, qui a travaillé sur les couleurs des oiseaux, signale que la mélanine rigidifie les plumes. Il me semble logique qu'elle rigidifie aussi les poils. L'eumélanine, noire, est un polymère qui se présente en pelotes, en bâtonnets ou en fuseaux, et s'incruste de manière plus ou moins homogène entre les faisceaux de microfibrilles de kératine. En mécanique des matériaux composites, des granules dispersés dans un faisceau de fibres parallèles apportent de la rigidité.

La structure du poil intervient toutefois aussi. Sinon, pourquoi le poil de la martre kolinski serait-il si rigide, alors qu'il ne contient que de la phaéomélanine, qui ne se présente pas en grosses molécules ?

Véhicules et carburants

Selon Daniel Sperling, le gaz naturel ou le gaz de pétrole liquéfié ne réduisent pas beaucoup les émissions polluantes des véhicules (voir *Les véhicules électriques*, *Pour la Science*, janvier 1997). Toutefois, les principaux composants de ces carburants sont le méthane, le propane et le butane, alcanes légers dont la combustion, correctement menée, ne dégage presque pas de monoxyde de carbone. Contrairement aux essences actuelles, ils ne contiennent ni composés aromatiques ni plomb. On peut facilement supprimer le soufre qui leur est ajouté comme marqueur odorant.

Olivier BOUTRY, Arnouville-lès-Gonesse

La principale difficulté à surmonter pour la généralisation des véhicules électriques est leur faible autonomie et la durée de recharge des batteries. Si l'on calcule le rapport entre l'autonomie et le temps de recharge pour les différentes énergies, on

obtient 4 200 kilomètres par heure pour une voiture à essence, et huit kilomètres par heure pour les véhicules électriques actuels. Il serait souhaitable d'atteindre 25 kilomètres par heure pour un véhicule de livraison urbain, et au moins 200 pour un véhicule routier. Si l'on divise ce rapport par le poids de l'énergie embarquée (carburant ou batterie), un véhicule à essence est 2 000 fois plus performant qu'un véhicule électrique.

Guy BARTHAS, Boulogne Billancourt

Double hélice

Dans *Les inattendus de la double hélice* (voir *Pour la Science*, janvier 1997), Jean Rossier retrace la naissance de la biologie moléculaire. Je souhaite compléter cet historique.

Est-il certain qu'Avery «ne croyait pas tellement lui-même» en la signification de ses travaux sur le principe transformant du pneumocoque ? Avery était modeste, et il a été prudent, dans ses publications scientifiques, sur les interprétations de ses travaux, mais sa correspondance atteste qu'il pensait avoir montré que le principe transformant, l'ADN, était le principe des virus et des gènes. On ne saurait lui reprocher sa prudence quand, à la même époque, George Beadle, le découvreur de la fonction primaire du gène, la synthèse des protéines, tout en connaissant et citant les travaux d'Avery, maintenait que le gène était probablement constitué de protéines «ou peut-être de nucléoprotéines».

Que «Jim Watson était encore plus mauvais expérimentateur que Francis Crick, si c'est possible» est une opinion discutable. Les travaux de génétique microbienne que J. Watson a réalisés au Cold Spring Harbor, avant son séjour à Cambridge, et ceux qu'il a réalisés après ce séjour, ne sont pas le fait d'un mauvais expérimentateur. Il est en effet l'un de ceux qui, en concurrence avec Sidney Brenner et François Jacob, et par une autre méthode, ont mis en évidence physiquement (ou biochimiquement) l'ARN messager prédit par F. Jacob et Jacques Monod. Quant à F. Crick, c'est essentiellement un théoricien. Il semblerait qu'il n'ait, de ses mains, réalisé qu'une expérience «de pailleasse», mais quelle expérience ! C'est, en collaboration avec S. Brenner, la magnifique expérience de génétique du phage démontrant que le code génétique est constitué de «codons», formés de «triplets de bases» (succession de trois bases) non chevauchants.

Jean DEUTSCH, Paris



Les coûts de l'informatique

BERNARD BEAUZAMY

On les réduit en améliorant les algorithmes avant de travailler la programmation.

Toute utilisation de l'informatique s'élabore en deux étapes, dont la confusion diminue l'efficacité et augmente les coûts. La première étape est la conception de l'algorithme de résolution du problème, la seconde la programmation de cet algorithme.

Imaginons que l'on ait assigné à un conducteur de bus la tâche : «prendre trente enfants chez eux et les conduire au musée». Un algorithme pourrait être : ranger par ordre alphabétique la liste des noms des enfants ; aller chercher le premier, puis le second, ainsi de suite jusqu'au dernier ; lorsque tous sont dans le bus, aller vers le musée. Les règles établies dans l'algorithme devront s'appliquer encore le mois suivant, où l'on n'aura que 20 enfants à transporter et où le musée sera remplacé par la piscine.

L'algorithme conçu, on le programme. Dans notre exemple, l'école dispose d'une base de données de tous ses élèves ; ceux qui doivent être emmenés au musée ce matin-là sont sélectionnés selon un certain critère (ils sont dans telle classe, ou ont eu de bonnes ou de mauvaises notes en histoire) : c'est un tri informatique. Ensuite, leurs fiches sont rangées par ordre alphabétique. On connaît l'adresse de chacun, donc la distance entre deux élèves consécutifs. On sait alors bâtir un programme informatique qui sera la feuille de route du chauffeur : à 7 h, il se présente chez Adam, puis à 7 h 03, il sera chez Barnabé (une minute pour charger Adam, deux minutes pour aller chez Barnabé etc.) ; l'arrivée au musée sera prévue, disons pour 7 h 52.

Dans ce processus, la conception de l'algorithme coûte beaucoup moins que la partie de programmation. C'est évident sur notre exemple, parce que l'algorithme se ramène à ranger les noms par ordre alphabétique et mettre les adresses en regard, ce que n'importe qui peut faire en cinq minutes. La programmation est plus complexe : il faut accéder à des bases de données, y faire des opérations, des calculs de distances et d'horaires, et imprimer les résultats sous forme utilisable par

le chauffeur. Cette programmation prend une heure ou deux. L'exemple est trop simple, me direz-vous, et n'est pas significatif. Il est effectivement trop simple, mais il est significatif : la partie conceptuelle, qui relève des mathématiques, est toujours moins coûteuse, en moyenne d'un facteur dix, que la partie programmation, qui relève de l'informatique.

Ainsi la matière grise, la partie «intelligence», coûte moins cher que la partie «développement». Ce qui étonne. Pour la première, il faut résoudre un problème, alors que pour la seconde, il suffit d'écrire un programme d'une simplicité biblique.

Le paradoxe est levé si l'on considère que l'algorithmique relève des mathématiques, une science vieille de 6 000 ans : dans bien des cas, le problème considéré a déjà été étudié et résolu. L'expert sait utiliser les «briques» antérieures. De plus, une méthode mathématique a un caractère absolu : si les hypothèses sont bien celles que l'on a prévues, la conclusion sera celle que l'on attend.

PROGRAMMER EST UN ART

La programmation, au contraire, n'est pas une science, mais «un art». Elle s'élabore lentement en fonction du contexte (Quel type de machine ? Quel système d'exploitation ? Quel langage de programmation ?). De plus, il n'est jamais sûr que le logiciel fera exactement ce que l'on attend de lui, et cela seulement : dans des programmes qui font des centaines de milliers de lignes, voire des millions, comment s'assurer que tel cas n'a pas été oublié ? Que telle instruction n'entre pas en conflit avec telle autre ? Ce fut la situation d'*Ariane V* : une «brique» logicielle, datant d'*Ariane IV*, avait été oubliée dans le programme de guidage, ou plus exactement, on avait omis d'évaluer les conséquences qu'elle pourrait avoir dans une situation spécifique nouvelle.

Cette «validation des logiciels» est un souci majeur car il n'existe pas de méthode infaillible : il faut tester chaque logiciel, en espérant que les tests seront assez

nombreux, et corriger chaque erreur décelée, en espérant qu'il n'y en a pas d'autres.

Pourtant c'est la partie conceptuelle, la partie algorithmique, qui détermine le coût et l'efficacité de l'ensemble du programme ! Reprenons l'exemple de notre bus, et imaginons que nous ayons une contrainte horaire : pour des raisons impératives, tous les enfants doivent être au musée à 7h45, alors que notre méthode précédente ne les y mettait qu'à 7h52. Comme le chauffeur ne prend son service qu'à 7h, quel est l'unique recours du directeur de la Compagnie de bus ? Acheter un bus plus rapide ! Quand on a fixé l'itinéraire et les temps de départ et d'arrivée, l'unique paramètre sur lequel on puisse jouer est la vitesse. Mais un nouveau bus, surtout un bus plus rapide, plus performant, coûte très cher...

Là encore, l'exemple est significatif : si la méthode de travail est fixée, l'unique façon d'améliorer les performances est de remplacer le matériel par du matériel plus élaboré, 10 à 100 fois plus coûteux que l'algorithmie et la programmation réunies ! Il faudra des moteurs plus puissants, des caméras plus sensibles, des asservissements plus élaborés, des circuits plus rapides, bref, payer fort cher, sous forme de matériel, l'imprévoyance dont on a fait preuve au début en adoptant un algorithme simpliste.

Car, simpliste, notre algorithme de départ l'était : ranger par ordre alphabétique est peut-être la première méthode qui vient à l'esprit, mais ce n'est probablement pas la meilleure, en termes de temps de trajet. La «recherche opérationnelle» dispose de bien d'autres méthodes pour relier des points sur une carte, de sorte que le temps total de trajet soit minimal. Demandons à un mathématicien de les rechercher pour nous. Peut-être, selon les contraintes, mettra-t-il une demi-journée ou une journée, qu'importe ? Le programme informatique, en sera fort peu modifié, mais le temps réel de trajet pourra être réduit de 10 ou 20 pour cent. Et nous conserverons notre vieux bus et son chauffeur asthmatique.

La situation est la même en régate. Le fin barreur remontera au vent avec des réglages adéquats de voile et de route, et achèvera la course avec une grande économie de moyens. Le néophyte ne saura pas serrer le vent ; comme il est riche, il acquerra, pour compenser, une voilure plus vaste ou un bateau plus long ; mais il fera davantage de manœuvres, perdra du temps, finira la course au milieu des rires et tout mouillé. La nature punit avec ironie celui qui en méconnaît les lois.

Bernard Beauzamy est PDG de la Société de Calcul Mathématique.