

Pour mieux cerner ces phénomènes électrocinétiques en vraie grandeur, et passer du qualitatif au quantitatif, une équipe associant l'Institut de physique du Globe de Paris, l'École normale supérieure, le Commissariat à l'énergie atomique et le Centre de géophysique de Garchy a organisé une première expérience sur le terrain. Le site choisi fut celui du Mayet-de-Montagne, près de Vichy, où plusieurs forages dans le granite recoupent, à 200 mètres de profondeur, une zone altérée subhorizontale de quelques mètres d'épaisseur et de forte perméabilité. Lors de l'expérience, on pompait l'eau d'un des forages afin de provoquer une circulation d'eau importante, dont les effets électrocinétiques étaient enregistrés par deux magnétomètres et par un réseau de 15 électrodes installées, tant en profondeur, à proximité de la zone altérée, qu'en surface.

Après avoir résolu les multiples problèmes que pose une telle expérimentation (signaux parasites des clôtures électriques, dévidage de kilomètres de câbles à travers bois et champs, creusement de longues tranchées pour que ces mêmes câbles échappent à la curiosité masticatoire des vaches, etc.), nous avons enregistré un signal électrique qui a d'abord semblé décevant : le bruit électrique continu était de forte amplitude – 200 millivolts sur des lignes de 50 mètres de long ! – et d'une période caractéristique comprise entre 5 et 10 secondes. À ce niveau de bruit, ni le pompage ni le rééquilibrage ultérieur de l'aquifère n'engendraient de signal perceptible.

En revanche, l'élimination des bruits parasites par un filtrage fait apparaître un signal électrique systématique dans les dix minutes qui suivent l'arrêt de la pompe, décroissant en proportion de la hauteur d'eau dans le puits, enregistrée en parallèle. Il s'agit donc bien d'un signal d'électrofiltration, avec des différences de potentiel maximales de l'ordre de 10 millivolts pour 100 mètres de distance, pour une perturbation de hauteur d'eau d'environ une atmosphère. En outre, un signal magnétique se distingue légèrement du bruit de fond au moment où l'on enregistre le signal électrique ; il faudra cependant attendre l'analyse détaillée de l'ensemble de ces données, incluant celles du magnétomètre de référence, pour conclure à un effet magnétique clairement identifié.

Ce signal n'est pas d'interprétation facile, car les différences de potentiel entre les électrodes ne décroissent pas nettement avec la distance, ce qui témoignerait d'une forte hétérogénéité des propriétés électriques du massif granitique. Dans les zones sismiques, pour les mêmes raisons d'hétérogénéité électrique de la croûte, l'éventuelle détection



2. Échantillon de roche (cylindre) où l'on fait circuler de l'eau ; une différence de potentiel électrique apparaît entre les faces d'entrée et de sortie de l'eau.



3. Descente d'une électrode dans un des puits de Mayet-de-Montagne.

d'une source électrique profonde par des réseaux d'électrodes ou de magnétomètres installés en surface ne permettra sans doute pas de localiser ni de caractériser cette source de manière précise : d'autres mesures géophysiques complémentaires seront indispensables pour comprendre les processus physiques de déformation profonde. C'est

dans cet esprit que nous établissons aujourd'hui un réseau de surveillance continue du golfe de Corinthe, dans le cadre du projet européen GAIA. L'expérience du Mayet-de-Montagne devrait faciliter les interprétations des mesures magnétotelluriques, appuyées par les observations sismologiques, géodésiques et hydrogéologiques.

Pascal BERNARD est sismologue à l'Institut de physique du Globe.

L'expérience du Mayet-de-Montagne a été réalisée par P. PINETTES, P. BERNARD, et F. CORNET de l'I.P.G.P., L. JOUNIAUX et J.-P.

POZZI de l'E.N.S., V. BARTHES du C.E.A., G. OGANESSIAN et G. NOZIERES de Garchy.

Archimède(s), l'émission franco-allemande de vulgarisation scientifique d'ARTE, présente ce sujet les mardi 4 et 11 mars à 20 heures.

Les mélanges de cartes

JEAN-PAUL DELAHAYE

Le difficile passage de l'ordre au désordre, ou les illusions du mélange.

Avec des cartes, on peut jouer à plusieurs (belote, bridge, poker, etc.), faire des patiences, réaliser des tours de magie ou faire semblant d'y déchiffrer l'avenir. On peut aussi manipuler les cartes pour le simple plaisir de découvrir des structures mathématiques. On expérimente ainsi très concrètement les notions d'ordre et de désordre : l'ordre, c'est un paquet classé, le désordre, c'est un paquet battu. Le passage du premier état au second s'appelle le mélange, moins simple à pratiquer qu'on ne le pense.

RETOUR AU DÉPART

Pour bien mélanger – croit-on – il suffit de faire n'importe quoi avec application et assez longtemps ! Erreur : un théorème de théorie des groupes indique qu'il ne faut pas trop s'appliquer. Ce théorème énonce que « tout élément d'un groupe fini possède une puissance qui est l'identité ». Appliqué aux opérations de mélange d'un jeu de cartes, qui forment un groupe fini, le théorème indique que si vous effectuez de manière répétée le même mélange, vous reviendrez toujours à votre

point de départ, c'est-à-dire à l'ordre initial du paquet. Le nombre de fois qu'il faut appliquer l'opération de mélange pour revenir au paquet initial est la *période* de l'opération.

L'opération d'inversion d'un paquet (la première carte devient la dernière, la seconde l'avant-dernière, etc.) a une période 2 : si vous inversez deux fois un paquet, vous revenez bien sûr à votre point de départ. Ce retour, le théorème l'affirme, n'est pas exceptionnel mais général.

Examinons un second exemple de mélange un peu plus intéressant et que nous appellerons le *mélange binaire*. Il comprend trois étapes :

(1) On prend le paquet dans la main, faces en dessous.

(2) On retourne la première carte et on la place à gauche sur la table, on retourne la deuxième carte et on la place à droite sur la table, et ainsi de suite alternativement à gauche et à droite, ce qui constitue deux nouveaux paquets.

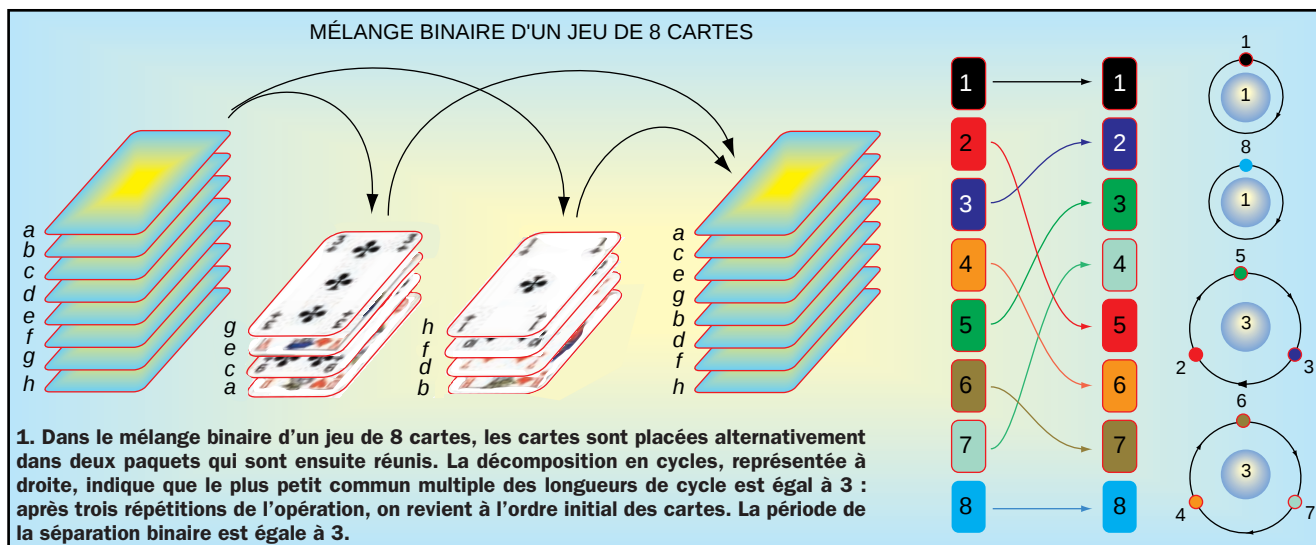
(3) Toutes les cartes ainsi disposées, on place le paquet de droite sur celui de gauche (remarquez que la carte initialement sous le paquet y subsiste, de même que la carte du dessus).

Avec un jeu de 32 cartes, cette opération, répétée cinq fois, redonne l'ordre de départ : sa période est 5. Si vous partez d'un jeu complètement classé – 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as – dans l'ordre trèfles, carreaux, cœurs, piques –, après trois opérations de mélange binaire, le jeu est classé par niveaux : les quatre « 7 », puis les quatre « 8 », etc. Vous aviez cru mélanger consciencieusement le paquet, alors que vous êtes passé d'un ordre à un autre avant de revenir à l'ordre initial. Pour 52 cartes, la période du mélange binaire est 8, et le jeu est classé par niveaux après six étapes.

L'arithmétique permet d'en savoir plus sur le mélange binaire : pour 2^n cartes, la période est n . Le résultat général est que, pour un jeu de $2m$ cartes, la période est le plus petit entier p tel que $2^p - 1$ soit divisible par $2m - 1$. Le petit théorème de Fermat indique que si q est un nombre premier qui ne divise pas k , alors $k^{q-1} - 1$ est divisible par q . Ici (en prenant k égal à 2 et q égal à $2m - 1$), on obtient que, si $2m - 1$ est un nombre premier, alors $2^{2m-2} - 1$ est divisible par $2m - 1$: ainsi, lorsque $2m - 1$ est un nombre premier, $2m - 2$ opérations de mélange binaire suffisent toujours pour replacer un jeu de $2m$ cartes dans son ordre initial.

Si, dans la dernière étape du déroulement du mélange binaire, on place le paquet de gauche sur celui de droite (au lieu de droite sur gauche), on obtient une opération de mélange très différente, que nous désignerons par la *variante du mélange binaire*, dont la période est 10 avec 32 cartes. Il apparaît alors deux étapes intermédiaires où les cartes sont classées par niveaux (une fois par niveaux croissants, une fois par niveaux décroissants), et, de plus, à la fin de l'étape 5, le jeu est dans l'ordre inversé.

La période de la variante du mélange binaire avec 52 cartes est 52, et chaque



carte passe par les 52 positions possibles dans le jeu quand on effectue 52 fois l'opération. Dans le cas général pour n cartes, la période de la variante du mélange binaire pour n cartes est la période du mélange binaire.

LE MÉLANGE DESSUS-DESSOUS

Il est difficile de connaître *a priori* la période d'une opération de mélange, comme le montre l'exemple suivant, apparemment proche du précédent. Cette opération de mélange est très naturelle, car elle est rapide et ne nécessite pas de table pour poser les cartes ; nous l'appellerons le *mélange dessus-dessous* (on l'appelle parfois mélange de Monge, car Gaspar Monge s'y est intéressé en 1773).

Vous prenez le jeu dans votre main gauche, vous faites passer la première carte (celle au-dessus) dans la main droite, puis la seconde sur la première, puis la troisième sous le paquet de deux cartes que vous avez en main droite, puis la quatrième sur le paquet de trois cartes, etc. Cette fois, avec un jeu de 32 cartes, il faudra réaliser six fois l'opération avant de retrouver le classement initial du paquet. Pour un jeu de 52 cartes, la période est 12. On peut démontrer qu'avec 2^n cartes la période du mélange dessus-dessous est $n + 1$ (à comparer avec le mélange binaire).

Les opérations de mélange que nous avons considérées ont toutes une période relativement petite : on revient rapidement au point de départ. Est-ce toujours le cas ?

Pour connaître la réponse, regardons comment les cartes changent de place dans une opération de mélange. On s'aperçoit (voir les figures 1 et 2) que toute carte suit un cycle : par exemple, la carte en position 2 passe à la place numéro 5, puis à la place numéro 3, puis revient à la place numéro 2. Toute opération de mélange se décompose ainsi en cycles. Si une opération de mélange est composée d'un cycle de longueur 3 pour une carte et d'un autre de longueur 5, alors la période de cette opération est le produit de 3 et 5, c'est-à-dire 15.

Si une opération de mélange est composée de cycles de longueur $n, m, \dots, p$, la période de cette opération est le plus petit commun multiple des entiers $n, m, \dots, p$. S'il y a des cycles de longueur 4, 5 et 6, la période sera 60 (60 est un multiple de 4, de 5 et de 6 ; de tous les multiples communs à 4, 5 et 6, 60 est le plus petit).

Comme chaque carte apparaît dans un cycle et un seul, la somme des longueurs des cycles d'un mélange d'un jeu de 32 cartes est égale à 32 (une carte

qui reste à sa place compte comme un cycle de longueur 1).

Les périodes possibles des opérations de mélange sont donc tous les nombres qui sont plus petit commun multiple d'entiers dont la somme est égale à 32. Puisque $15 + 5 + 5 + 5 + 2 = 32$, et que le plus petit commun multiple de 15, 5, 5, 5, 2 est 30, 30 est une période possible pour une opération de mélange.

Une recherche systématique dans tous les mélanges possibles montre alors que la période la plus grande possible pour un jeu de 32 cartes est

5 460, obtenu comme le produit des nombres 3, 4, 5, 7, 13, dont la somme est 32. Dans toute opération de mélange, on est certain de repasser par l'ordre initial avant le 5 460^e essai.

Existe-t-il des opérations de mélange simples de période 5 460 ? Oui, en voici un exemple : extraire les cartes de rang 1, 8, 13, 17 et 22 du jeu en les plaçant à la fin du jeu à mesure qu'on les enlève (la carte de rang 22 se retrouve donc dernière dans le nouveau paquet). En l'appliquant consciencieusement, vous reviendrez au classement initial au bout de 5 460 étapes, mais pas avant. Sur la figure 6, nous avons indiqué la décomposition en cycles de cette opération de mélange.

Pour le jeu de 52 cartes, la période maximale d'une opération de mélange est 180 180 qui est le produit des nombres 4, 5, 7, 9, 11, 13. Leur somme fait 49, car pour 49, 50, 51 et 52 la période maximale est la même (voir la figure 3). Une opération simple ayant cette période consiste à extraire du jeu les cartes de rang 4, 7, 12, 19, 28, 34 en les plaçant à la fin du jeu au fur et à mesure qu'on les enlève. Dans cette opération, il y a trois cycles de longueur 1 qui, avec les autres cycles, donnent le total de 52 attendu. Avec cette opération de mélange à raison d'une opération par minute et en mélangeant huit heures par jour, il vous faudra plus d'un an pour revenir à l'ordre initial.

LA REMISE EN ORDRE CERTAINE

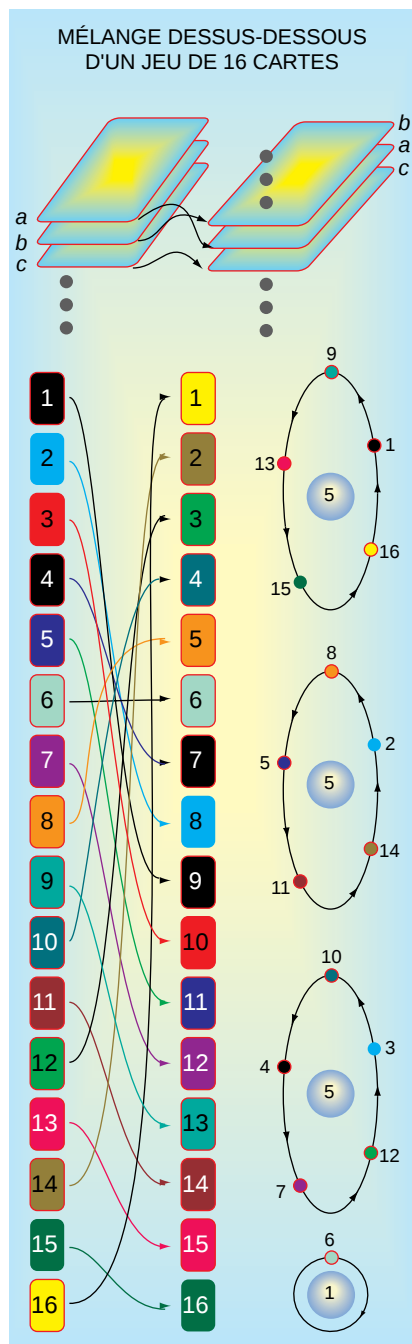
Attention ! Nous n'affirmons pas qu'après avoir appliqué 5 460 fois un mélange dans un jeu de 32 cartes (ou 180 180 fois dans le cas d'un jeu de 52 cartes), nous obtiendrons alors la position de départ : le plus souvent, nous y serons revenus avant et nous n'y serons donc plus nécessairement au coup 5 460 (ou 180 180). Se pose donc la question de savoir s'il existe un nombre n tel que, quelle que soit l'opération de mélange choisie pour un jeu de 32 cartes (ou 52), on soit certain, en l'appliquant n fois exactement, de revenir au point de départ.

La réponse est oui. Ce nombre n est le plus petit commun multiple (encore !) des périodes de toutes les opérations de mélange possibles. Le calcul indique que ce nombre est :

$$2^5 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 \times 29 \times 31 = 144\,403\,552\,893\,600.$$

Pour le jeu de 52 cartes, le nombre correspondant est :

$$2^5 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times 23 \times 29 \times 31 \times 37 \times 41 \times 43 \times 47 = 3\,099\,044\,504\,245\,996\,706\,400.$$



2. Dans le mélange «dessus-dessous» d'un jeu de 16 cartes, on revient à l'ordre initial après cinq répétitions de l'opération.

TAILLE DU PAQUET	PLUS LONGUE PÉRIODE POSSIBLE	TAILLE DES CYCLES
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5-6	6	2 3
7	12	3 4
8	15	3 5
9	20	4 5
10-11	30	2 3 5
12-13	60	3 4 5
14	84	3 4 7
15	105	3 5 7
16	140	4 5 7
17-18	210	2 3 5 7
19-22	420	3 4 5 7
23-24	840	3 5 7 8
25-26	1260	4 5 7 9
27	1540	4 5 7 11
28	2310	2 3 5 7 11
29	2520	5 7 8 9
30-31	4620	3 4 5 7 11
32-33	5460	3 4 5 7 13
34-35	9240	3 5 7 8 11
36-37	13860	4 5 7 9 11
38-39	16380	4 5 7 9 13
40	27720	5 7 8 9 11
41	30030	2 3 5 7 11 13
42	32760	5 7 8 9 13
43-46	60060	3 4 5 7 11 13
47-48	120120	3 5 7 8 11 13
49-52	180180	4 5 7 9 11 13

3. Périodes maximales possibles en fonction du nombre de cartes. En utilisant un jeu de 52 cartes, par exemple, on sait construire avec les cycles de 3, 5, 7, 9, 11, 13, une opération de mélange du jeu qui ne revient pas à l'ordre initial avant 180 180 coups.

La conclusion de tout cela est que, pour vraiment mélanger un jeu, ce qui est notre but ultime, il faut utiliser plusieurs méthodes différentes. Une seule ne permet jamais d'atteindre plus de 5 460 classements différents, ce qui est très peu en regard des 32! (= 263 130 836 933 693 530 167 218 012 160 000 000) classements possibles différents d'un jeu de 32 cartes (pour 52 cartes, la situation est pire).

Mettre vraiment en désordre un jeu n'est pas possible avec une seule opération de mélange répétée : avec une activité trop organisée, nous ne pourrions jamais atteindre le désordre.

Se pose donc maintenant la question : existe-t-il des ensembles d'opérations de mélange qui donnent n'importe quel classement ? La théorie des groupes propose de répondre oui.

UN ENSEMBLE DE 31 MÉLANGES SUFFISENT

La théorie des mélanges indique une famille de 31 mélanges élémentaires qui permet de tout faire : c'est la famille des 31 *échanges de deux cartes voisines* («échange des cartes 1 et 2», «échange des cartes 2 et 3», etc.). Avec ces 31 opérations de mélanges utilisées soigneusement, on peut tout faire.

Pouvoir tout faire veut dire qu'en appliquant uniquement ce type de mélange

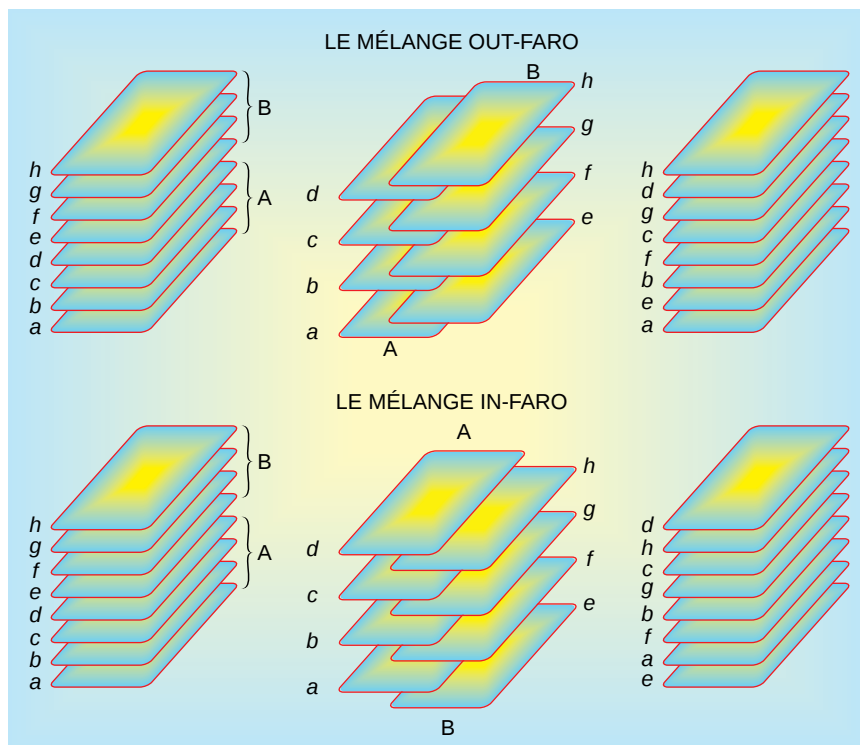
(une opération mélangeant très peu, puisque deux cartes uniquement sont déplacées à chaque fois), on peut passer de n'importe quel classement à n'importe quel autre : ces 31 mélanges constituent un système de générateurs du groupe de tous les mélanges. Bien sûr, ce résultat se généralise aux autres valeurs que 32.

La démonstration de ce résultat tient en quelques lignes. Vous partez d'un certain classement et vous voulez arriver à un autre. Imaginons que la carte qui doit être placée en position 1 soit, au départ, en position 15. Vous la rapprochez petit à petit en l'échangeant avec la carte en position 14 (ce qui consiste à utiliser l'opération de mélange «échange des cartes 14 et 15»), puis avec la carte de position 13, etc. Une fois la première carte en place, vous vous occupez de la seconde, puis de la troisième, etc. Vous obtenez le classement voulu en ayant utilisé au plus $31 + 30 + 29 + \dots + 1 = 496$ opérations de mélanges du type *échange de deux cartes voisines*.

Ce nombre de $31 + 30 + \dots + 1 = 496$ est celui qui vous sera nécessaire par cette méthode pour effectuer l'opération d'inversion du paquet, car, pour amener la dernière carte en position 1, vous devez utiliser 31 échanges ; la dernière carte sera alors celle qu'il faudra mener en position 2, et donc il faudra faire 30 échanges pour la placer, etc.

Une mise en garde doit être formulée. Puisqu'il n'y a que 31 échanges de cartes voisines, si vous en effectuez par exemple 496, vous utilisez plusieurs fois les mêmes échanges ; aussi, en regroupant ces échanges deux à deux, ce qui revient à ne rien faire, vous pourriez diminuer le nombre total d'échanges opérés et passer de 496 à 31 au plus. Votre raisonnement serait juste si le groupe des opérations de mélange était commutatif, ce qui n'est pas le cas : faire A, puis B ne revient pas toujours à faire B, puis A. Cette non-commutativité interdit donc les regroupements envisagés, et l'on démontre qu'ici 496 ne peut être réduit.

Il faut noter que, même si ce résultat indique comment mélanger vraiment des cartes, il ne change rien à la remarque formulée précédemment indiquant que, si on fait quelque chose de trop organisé, on n'obtient jamais de désordre à partir de l'ordre : pour obtenir un mélange d'un paquet de cartes, vous pouvez utiliser des échanges de cartes voisines, mais il faut en prendre un assez grand nombre et les prendre désordonnées pour obtenir un vrai désordre. Pour obtenir du désordre, il faut quelque part l'introduire explicitement : des choses ordonnées combinées



4. Mélange out-faro (en haut) de période 5 et mélange in-faro (en bas) de période 10 (pour un jeu de 32 cartes). Ces types de mélanges, parfois appelés en mitraille, sont utilisés par les joueurs professionnels à des fins que la morale réprouve.

entre elles de façon ordonnée ne peuvent pas produire rapidement un vrai désordre. Ce principe général constaté ici ne doit pas surprendre, car il admet des versions mathématisées. On les démontre en utilisant la théorie de la complexité algorithmique (qui est la théorie fondée sur l'idée que les objets aléatoires sont ceux dont on ne peut pas donner de description courte).

LE MÉLANGE PHARAON

Les tricheurs professionnels et les prestidigitateurs utilisent une opération de mélange qui ne peut être réussie qu'après un long entraînement et avec un jeu en bon état : le *mélange pharaon* ou *mélange parfait*. Il consiste à insérer l'une dans l'autre les deux moitiés d'un jeu coupé en deux. Ce mélange ressemble au *mélange en mitraille* qui, entre des mains non expertes, constitue effectivement une bonne méthode de mélange, car on n'effectue pas la même opération à chaque fois : on ne coupe pas au même endroit et on insère les deux moitiés irrégulièrement (par exemple deux cartes du tas de droite, puis trois du tas de gauche, puis une du tas de droite etc.). Des études mathématiques établissent que, pour bien mélanger un jeu de 52 cartes par le *mélange en mitraille*, il faut l'effectuer six ou sept fois au moins.

Le cartomane bien entraîné, lui, réussit d'abord à séparer le paquet exactement en son milieu, puis à insérer l'une dans l'autre de manière parfaite les deux moitiés du jeu : les cartes des demi-paquets de droite et de gauche alternent donc régulièrement. Comme on ne soupçonne pas que cette perfection soit possible, le procédé est très efficace pour tricher.

Il existe deux versions du *mélange pharaon*, celle où l'alternance obtenue préserve la carte du dessus – appelée *out-faro* – et celle où la carte de dessus est passée seconde (c'est donc la première carte de la moitié du dessous qui se retrouve en première position après l'opération de mélange), appelée cette fois *in-faro* (voir la figure 4).

Le *out-faro* est l'opération inverse de l'opération considérée tout à l'heure (appelée mélange binaire) : si vous effectuez l'une, puis l'autre, vous revenez au paquet initial. Il en résulte que le *out-faro*, pour un jeu de 32 cartes, a une période de 5, et une période de 8 pour un jeu de 52 cartes (une opération a toujours la même période que son opération inverse). On en déduit aussi qu'avec un jeu de 32 cartes, quatre *out-faro* équivalent à un mélange binaire, et quatre mélanges binaires donnent un *out-faro*.

ALGÈBRE DU JEU DE 32 CARTES

MÉLANGE BINAIRE : MB ;
OUT-FARO : OF ; IN FARO : IF

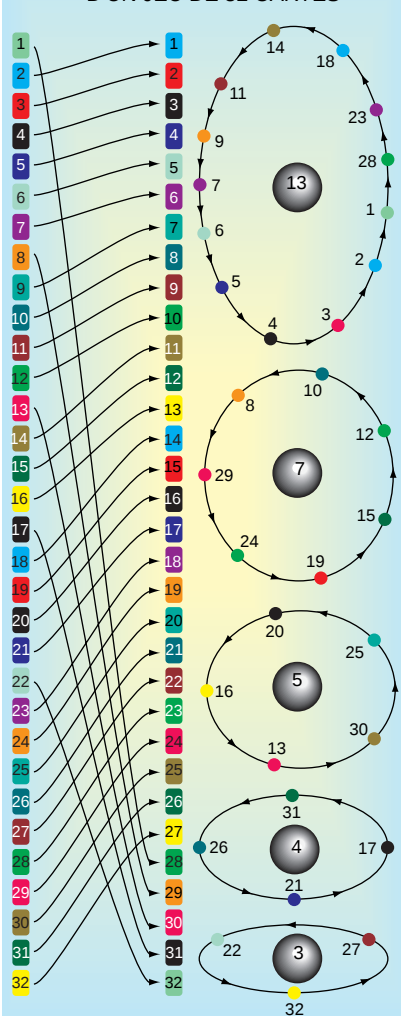
(MB puis MB puis MB puis MB puis MB) = RIEN
(OF puis OF puis OF puis OF puis OF) = RIEN
(IF puis IF puis IF puis IF puis IF) = INVERSION
(INVERSION puis INVERSION) = RIEN
(OF puis MB) = (MB puis OF) = RIEN
(MB puis MB) = (OF puis OF puis OF)

Pour amener la carte du dessus en position numéro 13 (on numérote à partir de zéro : on décompose 13 en base 2 : $13 = 1101$, on fait successivement :

IF puis IF puis OF puis IF
1 1 0 1

5. Les opérations de mélange se combinent selon une algèbre dont nous avons écrit quelques règles. RIEN est l'élément neutre, l'inversion est une racine carrée de RIEN, OF une racine cinquième, IF une racine dixième.

MÉLANGE DE PLUS GRANDE PÉRIODE D'UN JEU DE 32 CARTES



6. Avec un jeu de 32 cartes, le mélange de plus longue période consiste à extraire successivement les cartes de rang 1, 8, 13, 17, 22 et à les placer en dessous. Ce mélange est de période $13 \times 7 \times 5 \times 4 \times 3 = 5\,460$.

Vous le soupçonniez sans doute, l'opération inverse du *in-faro* est la variante du mélange binaire. La période du *in-faro* est donc de 10 pour 32 cartes et de 52 pour 52 cartes, ce que l'on peut constater directement en effectuant les manipulations.

Voici une façon de tricher en utilisant le *out-faro*. Imaginons que vous jouiez à quatre à un jeu où, en utilisant les 52 cartes, on commence par les distribuer toutes par la méthode habituelle (une par une en tournant), ce qui donne 13 cartes pour le joueur à ma gauche A, puis son voisin B, puis son voisin C et enfin moi. En ramassant les cartes, vous préparez discrètement le jeu en mettant, à partir du haut du paquet, les 13 cartes que vous voulez donner au joueur A, suivies des 13 que vous voulez pour B, suivies des 13 pour C et enfin de celles que vous voulez pour vous. Vous pouvez aussi vous contenter de regarder les cartes et d'en retenir certaines, ce qui vous donnera un avantage sérieux. Vous battez deux fois les cartes en utilisant le *out-faro*, et vous distribuez les cartes. Elles seront exactement comme vous le vouliez, car la distribution en quatre, carte par carte, équivaut à deux mélanges binaires que les deux *out-faro* ont par avance annulés. Souvent on doit faire couper le jeu par son voisin avant de distribuer, mais on peut oublier ou utiliser une méthode de *fausses coupes* ou encore *forcer la coupe* là où cela arrange.

Les deux opérations de *out-faro* et de *in-faro* ne constituent pas un système de générateurs, comme les 31 opérations de mélange vues tout à l'heure. En revanche, à elles seules, elles permettent de déplacer la carte du dessus à l'emplacement qu'on veut dans le jeu selon la méthode suivante due à Alex Emsley : pour amener la carte du dessus en position k dans un jeu de $2m$ cartes dont on numérote toutes les positions de 0 jusqu'à $2m - 1$, on décompose k en base 2 (par exemple, $6 = 110$), on interprète les «1» comme «in» et les «0» comme «out», et l'on effectue, de la gauche vers la droite, les opérations de *in-faro* et de *out-faro* correspondantes (pour notre exemple donc : *in-faro*, *in-faro*, *out-faro*). On imagine le parti qu'on peut tirer de ce résultat pour tricher ou faire des tours de prestidigitation.

UN MÉLANGE AVEC DÉCOUPE

Alors que les mélanges que nous avons évoqués traitent tous de cartes qu'on garde entières, voici maintenant un tour amusant qu'on réalise en mélangeant des

cartes que l'on découpe. Ce tour peut être réalisé avec toutes sortes d'objets identiques (même tridimensionnels), à condition d'avoir un outil pour les découper en tranches : des statuettes identiques avec une bonne scie conviendraient.

Prenez entre 5 et 10 cartes identiques (ou des photos, etc.). Pour un tour en public, il faut utiliser de grandes cartes de 20 centimètres de haut, par exemple.

Formez une file avec les cartes en prenant soin de mettre toutes les cartes dans le même sens (si elles possèdent un haut et un bas).

Demandez à un spectateur de découper chacune des cartes en tranches (de

deux à cinq pour chaque carte) à l'aide de coups de ciseaux horizontaux. À chaque fois qu'il découpe une carte, il en remet les tranches dans l'ordre dans la file. Vous lui demandez ensuite de mélanger les tranches en opérant de la manière suivante : il prend alternativement une tranche en haut de la file et une tranche en bas et recompose ainsi, à côté de la première, une nouvelle file de tranches de cartes. Cette file est doublement mélangée, puis qu'il a choisi lui-même les découpes et qu'il a fait alterner des bouts provenant du haut avec d'autres provenant du bas.

Vous annoncez alors que, grâce à la puissance persuasive de votre pensée,

vous avez forcé le spectateur à découper soigneusement les cartes en des endroits précis et à les mélanger d'une telle façon que les morceaux se recomposent en cartes complètes.

Vous prenez une règle (ou un objet pouvant vous indiquer la hauteur d'une carte), vous mesurez 20 centimètres de la file en haut et, en effectuant une découpe de plus si nécessaire, vous prenez cette longueur de 20 centimètres de la file de tranches de cartes (qui sera constituée de deux à six tranches de cartes venant de cartes différentes).

Miracle ! Quand vous les disposez sur la table, elles se complètent exactement pour former une carte entière. L'effet est maximal si un dessin figure sur la carte, comme un personnage debout ou un paysage. Vous pouvez poursuivre plusieurs fois en prenant 20 centimètres de tranches en haut de la file restante ; à chaque fois, les bouts se recomposent exactement pour former une carte entière (voir la figure 7).

Ce tour ne demande aucun trucage ni aucune manipulation (physique ou mentale !), car il est basé sur un principe mathématique qui assure qu'il marchera à chaque fois. Ce principe est la version généralisée aux variables continues du principe de Gilbreath, principe que nous avons déjà traité (voir *Pour la Science*, mai 1996) et dont la démonstration alors indiquée s'adapte facilement.

Là encore, bien que l'insertion entre les tranches venant du haut de la file et celles venant du bas de la file apparaisse aléatoire (le spectateur ayant lui-même choisi la taille et le nombre des tranches) elle ne l'était qu'en apparence : l'opération de mélange ne mélange pas.

Jean-Paul DELAHAYE est directeur adjoint du Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille du CNRS.
e-mail : delahaye@lilfl.fr

J. BEASLEY, *The Mathematics of Games*, Oxford University Press, Oxford, 1989.

J.-P. DELAHAYE, *Jeu avec des cartes bifaces*, in *Pour la Science*, mai 1996.

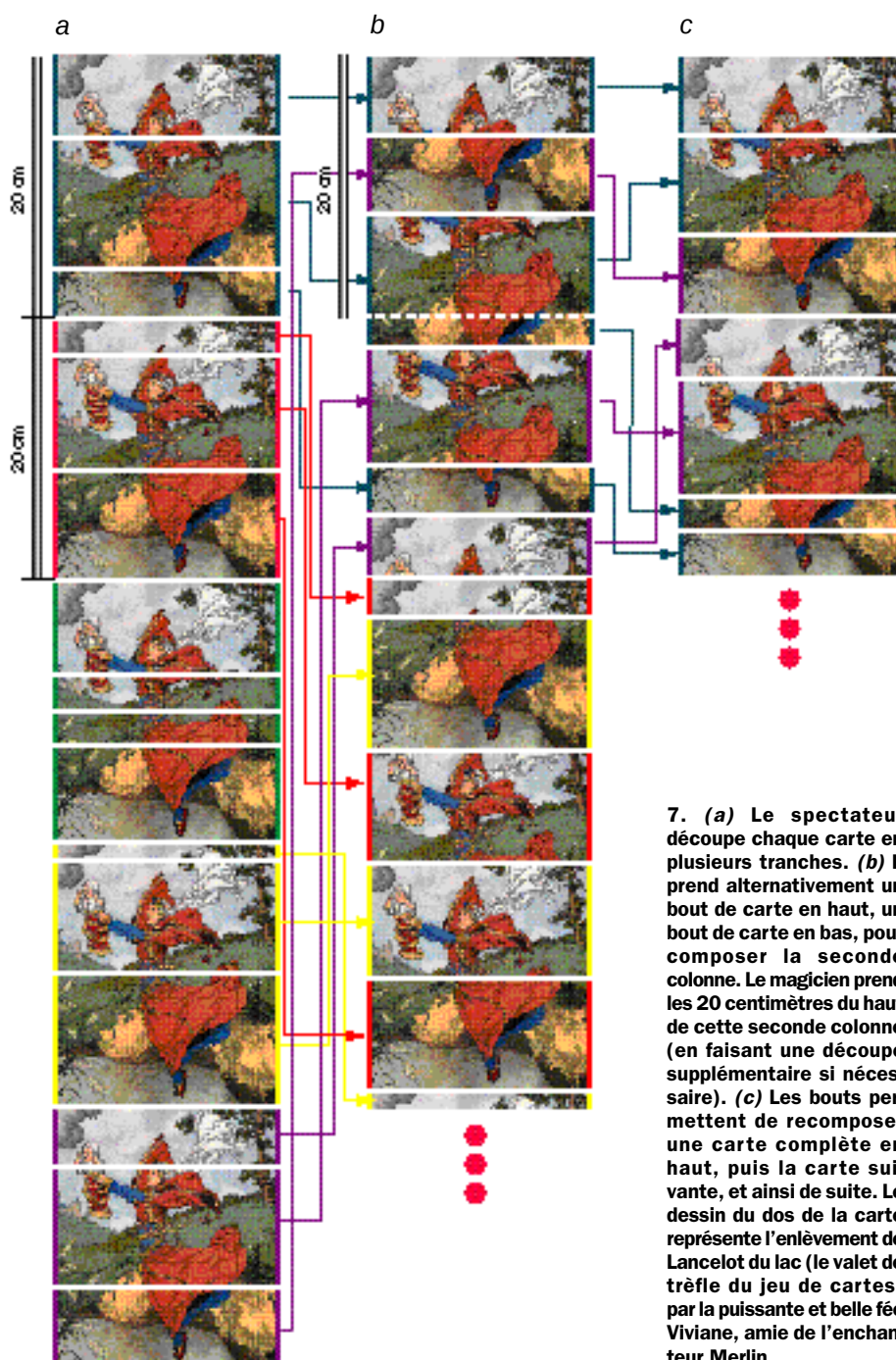
J. HUGARD et **F. BRAUE**, *Expert Card Technique : Close-Up Table Magic*, Dover Publication, New York, 1974.

R. VOLMER, *Les trésors du pharaon*, éditions du spectacle, 6 rue de la Klebsau, 67100 Strasbourg, 1988.

R. VOLMER, *Le principe de Gilbreath*, éditions du spectacle, 1991.

P. DIACONIS, **R.L. GRAHAM** et **W.M. KANTOR**, *The Mathematics of Perfects Shuffles*, in *Advances in Applied Mathematics*, 4, 1983, pp. 175-196.

J. CONWAY et **R. GUY**, *The Book of Numbers*, Springer-Verlag, New York, 1996.



7. (a) Le spectateur découpe chaque carte en plusieurs tranches. **(b)** Il prend alternativement un bout de carte en haut, un bout de carte en bas, pour composer la seconde colonne. Le magicien prend les 20 centimètres du haut de cette seconde colonne (en faisant une découpe supplémentaire si nécessaire). **(c)** Les bouts permettent de recomposer une carte complète en haut, puis la carte suivante, et ainsi de suite. Le dessin du dos de la carte représente l'enlèvement de Lancelot du lac (le valet de trèfle du jeu de cartes) par la puissante et belle fée Viviane, amie de l'enchantement Merlin.

Les insectes orfèvres

Hubert Duprat a la curiosité des amateurs des cabinets de curiosités : la plus étonnante de ses œuvres est celle qu'il fait réaliser par des larves de trichoptères, insectes des ruisseaux et des mares. À mi-chemin entre un artefact animal, un bijou et une sculpture, les créations d'Hubert Duprat sont les produits d'expériences scientifiques.

Les trichoptères, plus communément nommés phryganes, sont des insectes dont les larves aquatiques sont enfermées dans des fourreaux. L'animal se métamorphose lors de la nymphose, dans l'étui fermé à cet effet. L'adulte ressemble à un papillon de nuit. Les larves sont récoltées entre le mois de janvier et le mois d'avril dans les ruisseaux de basse et de moyenne montagne ; elles sont conservées dans un aquarium où l'eau est oxygénée, brassée et maintenue à -4 °C. Cet hiver artificiel prolonge la période de construction du fourreau et diffère la métamorphose.

L'étui a plusieurs fonctions : minéral, il lesté l'animal dans les eaux courantes. Dans les eaux stagnantes, l'air contenu fait que l'animal flotte. Dans la nature, l'étui est confectionné avec du sable, des petits graviers, des brindilles, des débris de coquilles. L'art d'Hubert Duprat consiste à remplacer les matériaux naturels par des matériaux précieux, contraignant l'animal à construire des étuis avec des paillettes d'or, des turquoises, des opales, des perles ou de petites tiges d'or (les étuis mesurent environ deux centimètres de longueur).

L'animal relie les matériaux à l'aide d'un fil de soie qu'il secrète selon un mouvement hélicoïdal, et dont il tapisse l'intérieur du tube. Chaque matériau étant dans un bac séparé,

l'artiste contrôle, en fonction de la durée du séjour dans tel ou tel bac, la composition des anneaux de croissance de l'étui. L'animal n'utilise pas tous les matériaux avec la même affinité, et il préfère les perles. Son savoir-faire constructeur est canalisé à des fins esthétiques.

De telles expériences ont déjà été tentées. François-Jules Pictet rapporte dans ses *Recherches pour servir à l'histoire et à l'anatomie des phryganides* (1834) «quelques essais pour voir à quel point on peut faire travailler des espèces avec des matériaux qui ne sont pas les leurs». Jean-Henri Fabre, dans ses *Souvenirs entomologiques* décrit des expériences réalisées sur l'espèce *Limnephilus flavicornis*, à qui il donne des grains de riz : il s'extasie devant «l'ouvrage régulier» qui en résulte.

L'entomologiste américain Charles Brues a observé des phryganes dans une rivière du Nord du Nevada : les animaux y sélectionnent des opales d'un bleu brillant. Ainsi les matériaux ne seraient pas seulement choisis en fonction de leur poids ou de leur texture. Enfin, l'entomologiste français Christian Denis a étudié les conséquences de la modification expérimentale du milieu naturel, par exemple de la modification de la taille des grains de sable ou encore de l'intensité de la lumière.

Architecte divin, insecte constructeur, ingénieux bâtisseur de sa demeure, l'insecte artisan nourrit la littérature entomologique. En plongeant les phryganes dans des conditions inhabituelles, H. Duprat détermine un comportement nouveau et espère des réactions inattendues, mais l'étui précieux de la phrygane est-il œuvre de l'insecte ou œuvre de l'artiste ?

Christian BESSON, Université de Bourgogne

