

de n cartes, il faut un nombre de comparaisons m tel que $2^m \geq n!$. Le résultat annoncé s'obtient maintenant en utilisant la célèbre formule de Stirling, $n! \approx \sqrt{(2\pi n)} (n/e)^n$, qui donne $\log_2(n!) \approx n \log_2(n)$. Pour discriminer tous les classements possibles de cartes (ce qui est nécessaire pour trier les cartes), il faut donc au moins effectuer $n \cdot \log_2(n)$ comparaisons.

TRI DE CARTES PERFORÉES

Pour les cartes, le tri-rapide n'est pas agréable, il est encombrant. De plus, le tri-rapide n'utilise pas l'information que, dans un jeu normal, il y a une carte de chaque sorte ni plus, ni moins.

En informatique, bien souvent, on ne sait pas si les données qu'on doit trier appartiennent ainsi à un ensemble de valeurs réduit, mais si c'est le cas il existe d'autres algorithmes qui peuvent être préférés au tri-rapide.

Lorsqu'on doit trier des numéros dont on sait qu'ils forment une suite complète (ou seulement contenue dans un intervalle assez petit), il existe un algorithme amusant qui fut utilisé à l'époque des cartes perforées, car il

pouvait s'effectuer mécaniquement avec une grande rapidité.

Je vais présenter l'idée de ce tri appelé *tri par base* sur un exemple. Imaginons que nous voulions trier les nombres suivants, tous inférieurs à 16 : 2 ; 7 ; 4 ; 9 ; 1 ; 15 ; 3 ; 13 ; 6 ; 12 ; 5. On les écrit tous en base 2, ce qui donne cette liste de nombres binaires de quatre chiffres binaires au plus chacun : 10 ; 111 ; 100 ; 1001 ; 1 ; 1111 ; 11 ; 1101 ; 110 ; 1100 ; 101.

On les classe selon le dernier chiffre binaire : ceux dont ce dernier chiffre binaire est 0 sont amenés en tête :

10 ; 100 ; 110 ; 1100 ; 111 ; 1001 ; 1 ; 1111 ; 11 ; 1101 ; 101.

On les classe selon l'avant-dernier chiffre binaire : ceux dont cet avant-dernier chiffre binaire est 0 sont amenés en tête en respectant l'ordre qu'ils ont les uns par rapport aux autres (c'est important) :

100 ; 1100 ; 1001 ; 1 ; 1101 ; 101 ; 10 ; 110 ; 111 ; 1111 ; 11.

On continue ainsi en les classant selon l'avant-avant-dernier chiffre binaire, puis l'avant-avant-avant-dernier chiffre binaire.

1001 ; 1 ; 10 ; 11 ; 100 ; 1100 ; 1101 ; 101 ; 110 ; 111 ; 1111.

1 ; 10 ; 11 ; 100 ; 101 ; 110 ; 111 ; 1001 1100 ; 1101 ; 1111.

Cette fois, c'est bon :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 9 ; 12 ; 13 ; 15

Avec des cartes perforées, il suffisait d'écrire sur chaque carte son numéro en notation binaire, de sélectionner mécaniquement toutes les cartes dont le dernier chiffre est un zéro, de les extraire d'un coup et de les faire passer devant, etc. Une méthode d'encoche permet (voir la figure 3) de faire l'opération de sélection instantanément avec une tige métallique.

Ce tri appartient à l'histoire de l'informatique, et d'ailleurs sa première description est due à L. J. Comrie qui, en 1929, l'a introduite en présentant des équipements pour cartes perforées. Du matériel de bureau dans les années 1960 était fondé sur cette méthode.

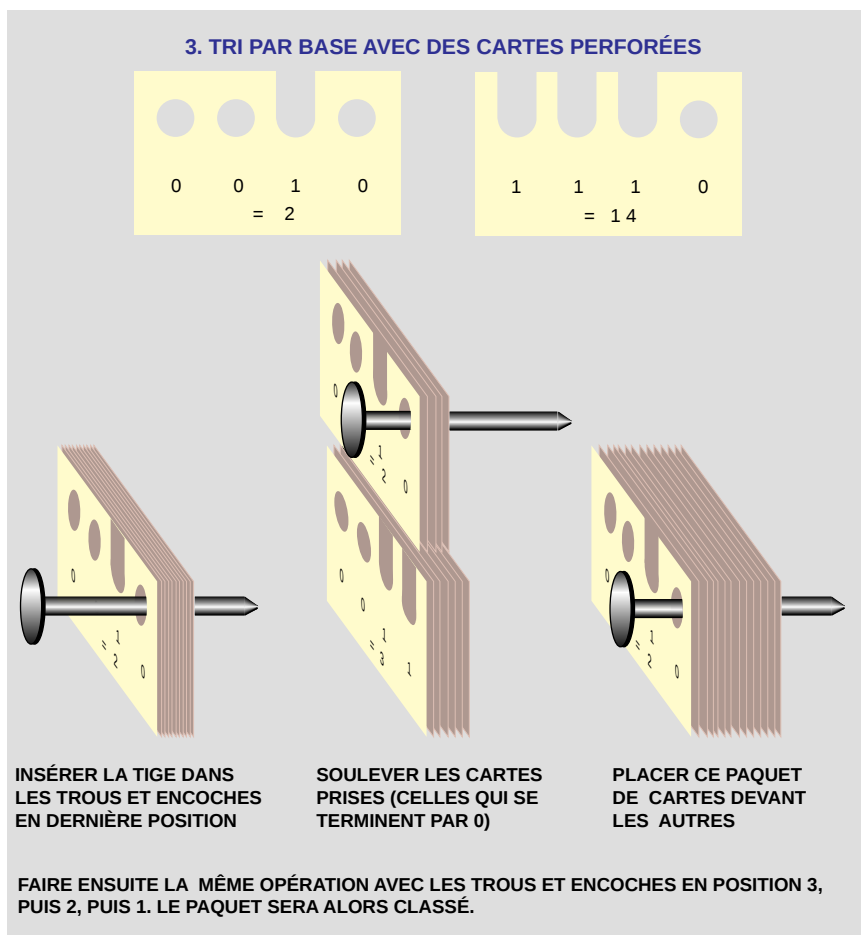
Le classement de fiches étant maintenant fait dans la mémoire des ordinateurs, ce tri est moins pratiqué. Cependant Thomas Cormen fait remarquer que, pour trier un million de nombres de 64 chiffres binaires, un tel tri (programmé et non plus bien sûr effectué avec des cartes perforées) supporte bien la comparaison en temps de calcul avec le tri-rapide. Il ne faut donc pas l'oublier.

La comparaison sur critère mathématique (comme nous l'avons faite entre le tri par insertion et le tri-rapide) n'est pas facile, car le tri par base utilise la décomposition en base 2 des nombres (l'obtenir est bien sûr un travail). De plus, on ne compare que des chiffres binaires et non plus des nombres. On ne peut donc pas évaluer le tri par base par la méthode utilisée précédemment, il faut mener des analyses plus fines. On montre cependant qu'une fois que la taille maximale des nombres à trier est fixée, le temps de calcul du tri par base est proportionnel au nombre de données à trier : il faut kn étapes de calcul pour trier n données, k étant une constante qui dépend de la taille maximale des données à trier.

En apparence, cela semble signifier qu'il faut toujours préférer cet algorithme aux deux précédents. Mais la constante de proportionnalité k étant assez grande, cette conclusion n'est vraie que pour des grandes valeurs de n .

En définitive, si vous devez réaliser un tri de données, choisir le bon algorithme n'est pas simple et demande une analyse préalable. Néanmoins la règle suivante devrait suffire dans presque toutes les situations :

– (a) s'il y a peu de données à trier (moins de 100), utilisez le tri par inser-



tion, facile à écrire et pas si mauvais que cela ;

– (b) sinon, utilisez le tri-rapide (avec mélange préalable), sauf si vous avez une très grande quantité de nombres à traiter et qu'ils restent dans un petit intervalle, auquel cas vous devez tester le tri par base.

TRI PAR SÉPARATIONS ET RETOURNEMENTS

Avec des cartes à jouer, le tri par base s'adapte très bien pour le jeu de 32 cartes. On considère qu'on veut arriver à un jeu classé comme suit : 7, 8, 9, 10, valet, dame, roi et as, en plaçant d'abord les ♥, puis les ♦, puis les ♠ et enfin les ♣. La carte numéro 0 est donc le 7♥ et la carte numéro 31 l'as ♣.

En pratique, le tri par base conduit au procédé suivant. On prend le jeu face en dessous. On retourne les cartes une par une en plaçant face au-dessus à gauche les cartes 7, 9, valet et roi (ce sont les cartes dont le numéro écrit en binaire se termine par 0) et à droite les autres. Une fois ce premier passage de toutes les cartes, on place le paquet de gauche sur celui de droite, on retourne le tout et l'on effectue un

second passage en mettant cette fois les 7, 8, valet et dame à gauche, et les autres cartes à droite. On regroupe les deux paquets comme précédemment. Pour le troisième passage, on place les 7, 8, 9 et 10 à gauche, pour le quatrième les couleurs cœur et pique à gauche et pour le cinquième et dernier passage les rouges à gauche. Le jeu est alors trié du 7♥ à l'as ♣.

LE TRI PAR SÉPARATIONS SANS RETOURNEMENT

L'adaptation directe du tri par base au jeu de 32 cartes que nous venons de décrire présente un défaut qui en ralentit la pratique : il faut retourner les cartes une à une, ce qui retarde la décision qu'on doit prendre de la placer à droite ou à gauche. À bien y réfléchir donc, un tri de cartes utile fondé sur un principe de séparations successives évitant cet inconvénient doit être possible.

Voici une telle méthode en 5 passages que j'ai trouvée par tâtonnements et dont je ne connais pas l'adaptation au jeu de 52 cartes. On prend le jeu face vers soi et on le partage cinq fois de suite en deux paquets en faisant simplement glisser les cartes, une à une, à droite ou à gauche.

– premier passage : mettre les cartes 7, 9, V et R à gauche et les autres (8 10 D A) à droite ;

– deuxième passage : mettre les cartes 9, 10, R, A à gauche et les autres (7, 8, V, D) à droite ;

– troisième passage : mettre les cartes 7, 8, 9, 10 à gauche et les autres (V, D, R, A) à droite ;

– quatrième passage : mettre les cartes ♣, ♦ à gauche et les autres ♥, ♠ à droite ;

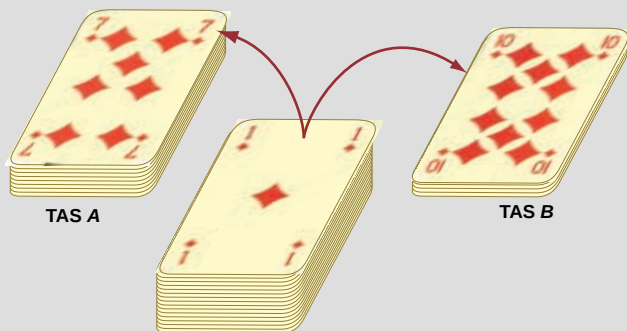
– cinquième passage : mettre les rouges à gauche et les noires à droite.

LE TRI PAR SÉPARATIONS SANS TABLE

Voici un autre perfectionnement du tri par base pour les cartes (que j'ai encore trouvé par tâtonnements) ; il permet de trier sans table les cartes d'un jeu de 32 cartes en faisant simplement passer les cartes plusieurs fois de suite d'une main à l'autre et en ne jouant que sur la possibilité de placer la carte qu'on déplace en dessous ou au-dessus du paquet. Voici les séparations à effectuer :

– premier passage : mettre les cartes 8, 9, dame et roi au-dessus et 7, 10, valet et as en dessous ;

4. TRI D'UN JEU DE 32 CARTES SANS RETOURNEMENT



PASSAGE 1 7 9 V R À GAUCHE (A)
8 10 D As À DROITE (B)
PLACER LE TAS A SUR LE TAS B

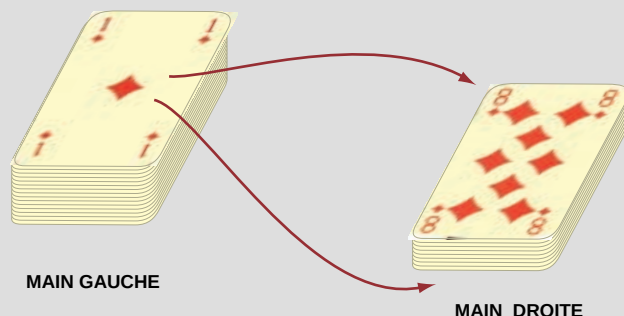
PASSAGE 2 9 10 R As À GAUCHE (A)
7 8 V D À DROITE (B)
PLACER LE TAS A SUR LE TAS B

PASSAGE 3 7 8 9 10 À GAUCHE (A)
V D R As À DROITE (B)
PLACER LE TAS A SUR LE TAS B

PASSAGE 4 ♣ ♦ À GAUCHE (A)
♥ ♠ À DROITE (B)
PLACER LE TAS A SUR LE TAS B

PASSAGE 5 ROUGES À GAUCHE (A)
NOIRES À DROITE (B)
PLACER LE TAS A SUR LE TAS B

5. TRI D'UN JEU DE 32 CARTES SANS TABLE



PASSAGE 1 8 9 D R AU-DESSUS
7 10 V As EN DESSOUS

PASSAGE 2 9 10 V D AU-DESSUS
7 8 R As EN DESSOUS

PASSAGE 3 7 8 9 10 DE ♦ ET DE ♣
V D R As DE ♥ ET DE ♠ AU-DESSUS
7 8 9 10 DE ♥ ET DE ♠
V D R As DE ♦ ET DE ♣ EN DESSOUS

PASSAGE 4 ♠ ET ♦ AU-DESSUS
♣ ET ♥ EN DESSOUS

PASSAGE 5 ROUGES AU-DESSUS
NOIRES EN DESSOUS

– deuxième passage : mettre les cartes 9, 10, valet, dame au-dessus et 7, 8, roi et as en dessous ;

– troisième passage : 7, 8, 9 et 10 de carreau et trèfle et valet, dame, roi et as de cœur et pique au-dessus, et les autres en dessous ;

– quatrième passage : mettre les ♠ et les ♦ en dessus, les ♥ et ♣ au dessous ;

– cinquième passage : mettre les rouges au-dessus et les noires en dessous.

Avec un peu d'attention, vous classerez un jeu en moins de deux minutes, et avec un peu d'entraînement vous y arriverez même en une minute (l'exercice de concentration est assez amusant).

Un lecteur me donnera-t-il l'algorithme équivalent pour le jeu de 52 cartes ?

Peut-on faire ces classements en quatre séparations binaires seulement, au lieu des cinq proposées ? La réponse est non. Une démonstration par décompte des discriminations (comme pour $n \cdot \log_2(n)$) permet d'établir que 4 séparations sont nécessaires pour un jeu de 32 cartes, mais ne permet pas d'aller plus loin. Pour prouver que 5 séparations sont nécessaires, un raisonnement plus difficile doit être élaboré, que m'a communiqué mon collègue Max Dauchet.

Ainsi la simple mise en ordre d'un jeu de cartes ou de données introduit des mathématiques si peu évidentes qu'elles n'ont été développées qu'au xx^e siècle. Dans le cas des tris informatiques, cette connaissance mathématique se traduit en millions de francs économisés. Les mathématiques font gagner de l'argent.

Jean-Paul DELAHAYE est directeur adjoint du Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille du CNRS.
e-mail : delahaye@lifl.fr

J.-C. ROUTIER et Eric WEGRZYNSKI, *Débuter la programmation avec SCHEME*, Thomson Publishing, 1997.

T. CORMEN, C. LEISERSON et R. RIVEST, *Introduction à l'algorithmique*, Éditions Dunod, 1994. Traduction de : *Introduction to Algorithms*, MIT Press.

C. Froideveau, M.-C. GAUDEL et M. SORIA, *Type de données et algorithmes*, McGraw-Hill, 1990.

D. KNUTH, *The Art of Computer Programming*, volume 3 : *Sorting and Searching*, Addison-Wesley, 1973.

Discrimination sexuelle

H*elicoverpa armigera*, un lépidoptère, parasite de nombreuses cultures, du coton à la luzerne en passant par les tomates. En Australie, *Helicoverpa armigera* coexiste avec une espèce endémique, *Helicoverpa punctigera*. Ces deux insectes ravagent également les plantations de coton. Les populations d'*Helicoverpa armigera*, qui vivent toute l'année dans les zones de culture, ont développé des résistances aux insecticides. En revanche, les populations d'*Helicoverpa punctigera*, renouvelées chaque année par des migrations en provenance des régions sèches du centre du pays, sont plus sensibles aux produits chimiques.

Pour adapter la lutte à l'agresseur, les planteurs doivent distinguer les deux espèces rapidement et avec certitude. Malgré leur étroite ressemblance, aussi bien au stade larvaire qu'au stade adulte, *Helicoverpa armigera* (en haut) et *Helicoverpa punctigera* (en bas) diffèrent par une caractéristique physique essentielle : la forme de leurs organes génitaux mâles. L'accouplement de deux de ces insectes étant physiquement impossible, la distinction morphologique rejoint la définition biologique des espèces : les deux populations qui ne peuvent pas avoir de descendance commune fertile forment deux espèces différentes.

L'observation au microscope des organes génitaux d'un insecte nécessite qu'ils conservent leur forme. On les prépare en injectant, avec une seringue hypodermique, de l'alcool sous pression dans les tissus, qui sont ainsi déshydratés et durcis, sans être déformés. Un nouvel outil, mis au point par Lindsay Drabsch et le CSIRO, facilite cette opération délicate : le spécimen est maintenu sur la seringue avec de minuscules pinces trouées à leur extrémité. Différentes tailles de pinces sont adaptées à différents groupes d'insectes : cet outil, nommé phalloblaster (que l'on pourrait traduire par «phallopompe»), est ainsi précieux pour la classification phylogénétique des insectes.

Marcus MATTHEWS, CSIRO, Canberra

