



Les choix sociaux

CHRISTIAN WALTER

Comment transformer au mieux les préférences individuelles en choix collectifs ? Hélas, on sait qu'il n'existe pas de système de vote qui soit juste !

Comment décider de ce qui sera le mieux pour la collectivité, en présence d'intérêts divergents ? Un exemple paradoxal et archétypique est l'élection d'un homme politique représentatif des préférences individuelles de chacun. C'est un exemple intéressant, du fait que les procédures de vote sont aisément formalisables par les mathématiques.

Prenons le cas où 60 votants ont à choisir entre trois candidats *A*, *B*, et *C*. Pour 23 d'entre eux, le classement est $A > C > B$. Pour 19 d'entre eux, le classement est $B > C > A$. Pour 16 d'entre eux, le classement est $C > B > A$. Pour les deux restants, le classement est $C > A > B$. Aucun votant n'a choisi les ordres de préférence $A > B > C$ ou $B > A > C$ (voir la figure ci-dessous). Quel est le choix social optimal ?

Avec le mode de scrutin uninominal majoritaire à un tour, le candidat *A* est retenu, recueillant 23 voix (*B* obtient 19 voix, *C* obtient 18 voix). Si l'on choisit un mode de scrutin avec majorité relative à deux tours, en conservant les deux meilleurs candidats du premier tour et en introduisant donc un ballottage entre eux, les deux hommes politiques qui ont obtenu le plus de voix sont *A* et *B* : le second tour opposera donc *A* à *B*. Les 23 et les 19 électeurs qui ont voté pour les candidats *A* et *B* confirment leur vote. Comment vont se répartir les voix attribuées à *C* ? Seize voix de *C* vont se reporter sur *B*, et 2 seulement sur *A*. Au final, *B* recueille 35 voix, tandis que *A* ne séduit que 25 électeurs : *A* est battu face à *B*. Imaginons à présent que les deux partis *B* et *C* soient politiquement proches, et que *B* se désiste en faveur de *C* (présentant en *C* un meilleur candidat pour battre *A*). Les 23 et 18 électeurs qui ont voté pour *A* et *C* confirment leur vote. Le report des 19 voix de *B* se fait intégralement sur *C*, qui totalise 37 voix. Autrement dit, lorsqu'il y a un ballottage par introduction d'un deuxième tour, *A* perd à la fois devant *B* et devant *C*. Celui qui arrive en tête du premier tour des élections est battu dans toutes les configurations quand le scrutin introduit un second tour. La règle d'agrégation n'est pas cohérente avec les préférences individuelles.

En 1785, Condorcet imagina une règle d'agrégation qui conserverait la cohérence des préférences individuelles. On compte le nombre de cas où un candidat gagne contre un autre : le gagnant est celui qui est en tête dans ce classement. En appliquant cette règle à l'exemple précédent, *C* est gagnant. Mais il existe des situations (*en rouge sur la figure*) où *A* gagne contre *B*, *B* contre *C*, et *C* contre *A* : c'est le paradoxe de Condorcet. Pour résoudre ce paradoxe, Condorcet a proposé de rompre la chaîne $A > B > C > A$ sur le ballottage le plus serré. Si l'écart des voix entre *A* et *B* est le plus faible, alors on supprime $A > B$, et *B* devient le gagnant.

Généralisant le paradoxe de Condorcet, le prix Nobel d'économie Kenneth Arrow a montré que la transitivité individuelle ne peut être agrégée simplement, comme l'illustre le paradoxe de Condorcet. Il n'existe pas de règle de choix social cohérente avec les règles des préférences individuelles. Bien plus, la généralisation des résultats d'Arrow par Wilson, en 1972, a fait apparaître qu'il n'existe pas de procédure de vote réaliste qui soit non manipulable !

$A > B > C$	$A > C > B$	$B > A > C$	$B > C > A$	$C > A > B$	$C > B > A$
0	23	0	19	2	16
9	10	10	12	12	7

Scrutin uninominal à un tour :
A a 23 voix, B 19 voix, C 18 voix ;
A est élu.

Scrutin à deux tours où les deux premiers du premier tour participent au second tour :
A a 23 + 2 = 25 voix et B 19 + 16 = 35 voix ;
B est élu.

B se désiste au premier tour pour C :
A a 23 voix et C 19 + 2 + 16 = 37 voix ;
C est élu.

Classement par duel :
B bat A par 19 + 16 = 35 contre 23 + 2 = 25 voix,
C bat A par 19 + 16 + 2 = 39 contre 23 voix,
C bat B par 23 + 18 = 41 voix contre 19 voix ;
C, qui gagne deux duels, est élu.

Classement par duel :
A bat B par 9 + 10 + 12 = 31 contre 10 + 12 + 7 = 29,
B bat C par 9 + 10 + 12 = 31 contre 10 + 12 + 7 = 29,
C bat A par 12 + 12 + 7 = 31 contre 9 + 10 + 10.
Aucune décision n'est possible...

La situation se complique encore lorsque, dans un système d'élections, il existe des seuils de déclenchement de type «tout ou rien», appelés «seuils critiques». La nature abonde en phénomènes de ce type (tas de sable, avalanches...), et la physique du désordre a développé des outils adaptés à ces changements brutaux. Un physicien du CNRS, Serge Galam, les a appliqués aux élections et a étudié le comportement des systèmes électifs en présence de seuils critiques. Par exemple, dans le système communiste hongrois d'avant la chute du mur, à cinq ou six tours successifs, le seuil critique se situait autour de 76 pour cent des voix. Cela signifie que 75 pour cent d'opposition donnaient zéro pour cent de changement, et cela démocratiquement, tandis que, avec 2 pour cent de plus, à 77 pour cent, il y avait 100 pour cent de changement. Ce système à seuil critique élevé a permis de maintenir le parti communiste hongrois au pouvoir pendant plus de 50 ans, mais il en a également assuré la disparition quasi immédiate, dès lors que le seuil critique était franchi. Plus le nombre de niveaux successifs d'agrégation des votes est grand, et plus cela renforce le mécanisme précédent. Au tennis aussi, celui qui gagne la partie n'est pas toujours celui qui a gagné le plus de points. Avec dix niveaux d'agrégation successifs, 77 pour cent des effectifs de la population ne sont pas représentés. Les systèmes à «grands électeurs» (comme les élections présidentielles aux États-Unis ou les élections sénatoriales en France) présentent ce mécanisme d'éviction.

Mécanismes de basculements rares mais brutaux dans les élections à seuils, manipulabilité des procédures de vote majoritaire, absence de procédures réalistes non manipulables... le passage des préférences individuelles aux choix collectifs est un casse-tête politique. Pas pour les mathématiciens éconômistes, qui connaissent aujourd'hui avec précision les arcanes des procédures d'agrégation sociale. Mais sont-ils écoutés ?

La fin des labours

Le semis direct protège les sols des régions tropicales.

Remuez votre champ

dès qu'on aura fait l'ôû :

Creusez, fouillez, bêchez :

ne laissez nulle place

Où la main ne passe et repasse.

La recommandation du laboureur de la fable à ses enfants n'est plus d'actualité, du moins dans les régions tropicales où les labours dégradent le sol : des agronomes du CIRAD ont mis au point une méthode de culture où le sol est couvert en permanence de végétation ; on sème sans jamais le retourner. La fertilité des terres est ainsi préservée à long terme, et la productivité et les rendements agricoles sont améliorés.

En climat tempéré, le labour aère et ameublit le sol, favorisant la germination des cultures et éliminant temporairement la flore adventice (les «mauvaises herbes»). En revanche, son application dans les régions de climat tropical ou subtropical s'est souvent révélée catastrophique : les pluies torrentielles des saisons humides érodent le sol ou le tassent, et lessivent les éléments minéraux fertilisants ; en

saison sèche, c'est le vent qui emporte des nuages de poussière.

Dans les années 1950, les fermiers des grandes plaines de l'Ouest américain, confrontés à ces dégradations, décident de laisser sur le sol les résidus de la récolte, principalement des pailles, jusqu'au semis suivant, et cessent de labourer. Ils empêchent la prolifération des plantes indésirables à l'aide d'herbicides spécifiques. Cette méthode est exportée avec succès dans les années 1970 au Sud du Brésil, où le climat est comparable.

À la fin des années 1970, la zone tropicale du Nord du Brésil est défrichée et mise en culture. Le climat y est plus chaud et plus humide, et les résidus de récolte se décomposent trop vite : le sol se dénuie avant que la culture principale ne couvre bien le sol. Lucien Ségué et Serge Bouzinac, du CIRAD, en relation avec des producteurs locaux, modifient alors la technique de semis direct : ils protègent le sol par une couverture végétale vivante. Juste avant les semis, cette couverture est amincie et desséchée (mais pas supprimée) suivant les lignes de semis, avec un herbicide spécifique ou par roulage mécanique. À l'aide d'outils adaptés, les graines sont ensuite enfouies à quelques centimètres de profondeur, accompagnées d'une dose d'engrais qui leur permet de germer avant la repousse de la plante de couverture.

Outre la protection physique du sol, la couverture végétale vivante a de multiples avantages. D'abord, on choisit des plantes

dont les racines pénètrent à des profondeurs différentes de celles de la culture principale : légumineuses pour les cultures de maïs ou de riz, graminées pour les cultures de haricots ou de soja. Les éléments minéraux du sol non utilisés par la plante en culture sont ainsi recyclés et remontés près de la surface par la couverture. Une couverture de légumineuses enrichit même le sol en composés azotés fertilisants. Les plantes de couverture étouffent aussi les herbes adventices et limitent parfois les maladies des cultures, voire la prolifération des ravageurs. Enfin, leurs racines aèrent et stabilisent le sol.

Le rendement des terres cultivées en semis direct est au moins égal à celui des terres labourées ; il est même supérieur après quelques années. Ce n'est pas le seul atout économique de la technique : la préparation du sol est réduite ; le temps ainsi gagné peut être consacré à d'autres activités qui accroissent le niveau de vie des paysans ; moins d'engrais est nécessaire, ce qui réduit d'autant les coûts de production ; enfin, la couverture vive des champs est, dans certains cas, utilisable comme pâtures pour le bétail.

En 1997, près de 20 pour cent des terres cultivées du Brésil, soit sept millions d'hectares, l'étaient en semis direct. Les agronomes adaptent aujourd'hui cette approche à l'agriculture peu intensive et peu mécanisée de pays africains et de l'océan Indien : Gabon, Côte-d'Ivoire, Madagascar et Réunion.



Michel Bauret/CIRAD



À Madagascar, comme dans les autres pays tropicaux, l'érosion détruit de nombreux sols cultivés, tel ce champ de haricots (à gauche). Une couverture permanente de légumineuses (à droite) protège le

sol : celui-ci n'est plus labouré, et les haricots sont semés suivant des lignes où la couverture est préalablement amincie et asséchée par un herbicide spécifique.

Microlentille

Une lentille gravitationnelle détectée dans la direction du Petit Nuage de Magellan.

Depuis les années 1930, des mesures de la masse des galaxies et des amas de galaxies ont montré que la plus grande partie de cette masse n'émettait pas de lumière. Seuls ses effets gravitationnels sur des corps lumineux trahissent sa présence. Cette matière sombre, située dans le halo des galaxies, serait constituée de matière exotique, des particules dont la nature reste à découvrir, et de matière ordinaire, sous la forme de petites étoiles non lumineuses, de naines brunes, de petites étoiles à neutrons, de trous noirs ou encore de nuages de gaz et de poussières.

Comment détecter la matière sombre ordinaire, alors qu'elle n'émet pas de lumière ? Par un effet de lentille gravitationnelle : comme une lentille optique, un objet massif dévie la lumière. Ainsi, lorsqu'un tel objet traverse la ligne de visée entre un observateur et une étoile lointaine, les rayons lumineux de l'étoile sont temporairement focalisés : on détecte une amplification de la lumière reçue, dont la durée augmente avec la masse de l'objet sombre et décroît avec la vitesse de passage de l'objet dans la ligne de visée. Cette durée dépend aussi de la distance. Comme l'effet n'apparaît que si l'alignement entre l'étoile lointaine et l'objet massif est parfait, la probabilité d'observer une telle amplification est faible.

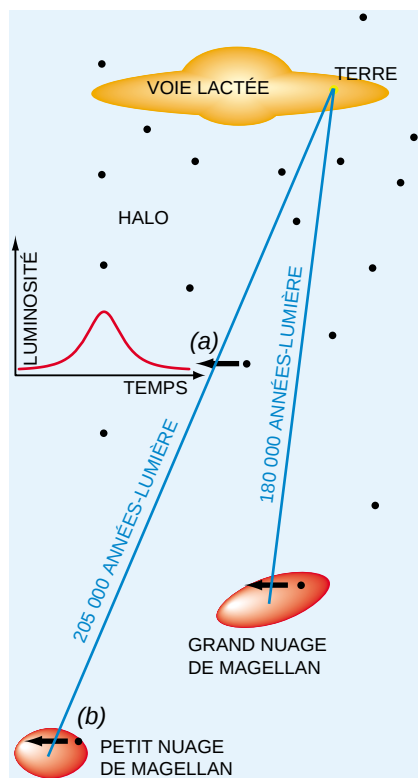
Depuis six ans, pour sonder le halo de notre Galaxie, la Voie lactée, plusieurs équipes surveillent quelques millions d'étoiles de deux galaxies voisines, le Grand Nuage de Magellan, situé à 180 000 années-lumière du Soleil, et le Petit Nuage de Magellan, situé à 205 000 années-lumière, en espérant que les objets massifs du halo passeront devant ces étoiles.

Deux expériences ont étudié le Grand Nuage de Magellan. La première, qui recherchait les objets de masse 1 000 à dix millions de fois inférieure à la masse du Soleil, n'a trouvé aucune lentille. La seconde, qui recherchait les objets plus massifs, détecta huit microlentilles, toutes avec des durées d'amplification inférieures à une semaine. En combinant ces résultats avec ceux d'autres équipes, on estima que moins de 20 pour cent de la matière du halo est sous la forme de naines brunes, des astres trop légers pour briller comme les étoiles. Les résultats sont éga-

lement compatibles avec un halo peuplé pour la moitié de sa masse d'objets sombres d'environ 0,5 masse solaire. Pour l'instant, on ignore la nature d'objets invisibles d'une telle masse.

En juin 1997, nous avons, en même temps que l'équipe MACHO, décelé la première lentille gravitationnelle dans la direction du Petit Nuage de Magellan. La durée d'amplification est plus de deux fois supérieure à celles qui étaient mesurées dans le Grand Nuage. De quel objet s'agit-il ? Si la lentille d'où résulte l'amplification de luminosité est située dans le halo de notre Galaxie, sa masse serait comprise entre deux et trois masses solaires. Un objet invisible d'une telle masse ne pourrait être qu'un trou noir ou une étoile à neutrons. En revanche, si la lentille qui a créé cette amplification appartient au Petit Nuage de Magellan. La longue durée de l'amplification résulterait de la faible vitesse relative de la lentille par rapport à l'étoile source. La lentille serait alors une étoile ordinaire d'environ un dixième de la masse du Soleil.

Seules des mesures supplémentaires et une comparaison statistique entre la direction du Grand et du Petit Nuage per-



Notre Galaxie est baignée dans un halo de matière en mouvement. Lorsque des condensats sombres (points noirs) passent devant des étoiles lointaines, comme celles de galaxies voisines, leur lumière est concentrée et on mesure une amplification momentanée. Dans la direction du Petit Nuage de Magellan, on a détecté une telle amplification, mais on ignore encore l'emplacement de l'objet sombre : dans le halo (a) ou dans cette petite galaxie (b) ?

BRÈVES

3,14159.....0123456789...

Le mathématicien Luitzen Brouwer n'admettait pas les propositions qu'aucune méthode ne permet de prouver ou d'infirmer. Comme on ne pouvait alors déterminer la présence de la suite 0123456789 dans la suite des décimales de π , il excluait la proposition : « La suite 0123456789 est présente dans les décimales de π . » La question a été résolue par Y. Kanada et D. Takabashi : la suite 0123456789 arrive à la 17 387 594 880 ième décimale de π .

L'eau sur la Lune rebondit

Fin 1996, la sonde *Clementine* découvrait de la glace dans un cratère du pôle Sud lunaire. Quelques mois plus tard, des observations au radiotélescope d'Arecibo infirmaient ce résultat. Aujourd'hui, nouveau rebondissement : la sonde *Lunar Prospector*, en orbite autour de la Lune depuis janvier 1998, annonce la découverte de glace, non seulement dans des cratères du pôle Sud, mais aussi au pôle Nord. Les mesures du spectromètre à neutrons indiquent que sa quantité totale est comprise entre 10 et 300 millions de tonnes.



De longues batteries

Le succès des téléphones portables est limité par leur faible autonomie : quelques heures avec des batteries au cadmium-nickel. Dotés de piles à combustible (alimentées au méthanol, par exemple), ces appareils pourraient fonctionner pendant plus de quatre mois sans interruption.

Planète rouge

La dizaine de planètes extrasolaires que l'on a découvertes ces dernières années étaient toutes autour d'étoiles jeunes. Toutefois des astronomes hollandais ont observé un disque de poussières, analogue à celui que l'on observe autour de ces étoiles, autour d'une étoile riche en oxygène, et donc déjà évoluée. La composition du disque, riche en molécules qui contiennent de l'oxygène, dont du dioxyde de carbone et des silicates cristallins, suggère que des planètes s'y forment. Même les vieilles étoiles ont des enfants...

Suite page 22