

Les formes du vivant

Claude Combes

Nous parrainerons notre évocation des formes de la nature par un peintre, Paul Gauguin, un naturaliste, Charles Darwin, et un écrivain, Lewis Carroll. Gauguin a inscrit sur un de ses tableaux «D'où venons-nous, qui sommes-nous, où allons-nous», tableau peint à l'époque où Darwin publiait son œuvre majeure : *L'origine des espèces*. Lewis Carroll, en racontant l'aventure extraordinaire d'*Alice au pays des merveilles*, a imaginé une scène qui illustre aujourd'hui le processus de complexification des organismes vivants.

La Reine rouge est une pièce de jeu d'échecs. Alice tient la Reine rouge par la main et elles courent toutes les deux. Soudain Alice s'adresse à la Reine rouge et lui dit : «Mais, Reine rouge, nous sommes en train de courir, nous courons vite et le paysage autour de nous ne change pas.» La Reine rouge a cette réponse devenue célèbre : «Nous courons pour rester à la même place.»

En 1973, un biologiste américain, L. Van Valen, a publié un article intitulé *A new Evolutionary Law* (Une nouvelle loi de l'évolution). L. Van Valen s'interroge : en trois milliards et demi d'années, comment sommes-nous passés des premières formes de la vie, des molécules d'acides nucléiques, à la faune actuelle ?

Durant cette longue période, des mutations aléatoires procurant un avantage ont permis que soient sélectionnées de nouvelles adaptations. Ce mécanisme de l'évolution, énoncé par Darwin, a été lar-

gement confirmé dans toutes ses grandes lignes par les découvertes récentes de la biologie moléculaire. Bel et bon, accepte Van Valen, mais comment expliquer la complexification ? La qualité de l'adaptation vis-à-vis de l'environnement, s'étonne Van Valen, n'a pas augmenté, l'amibe est aussi bien adaptée à son environnement que les organismes plus complexes.

Imaginons, indique Van Valen, que, parmi plusieurs espèces qui cohabitent, l'une d'elles, par un des hasards qui sont les moteurs de l'Évolution, et pour améliorer son adaptation au milieu, modifie un de ses caractères. Elle change en cela le paysage adaptatif des autres espèces et oblige celles-ci à s'adapter. Et c'est là qu'une sorte de mouvement perpétuel se met en marche, semblable en tous points à la course d'Alice et de la Reine rouge : les adaptations engendrent de nouveaux traits, de nouveaux caractères, en engendrant de la complexité, mais sans gagner de qualité d'adaptation.

À Madagascar vivent des petits papillons et des orchidées : les petits papillons transportent le pollen d'une orchidée à l'autre, et ce transport d'une fleur à l'autre est indispensable à la reproduction de l'orchidée. L'orchidée récompense le papillon en mettant à sa disposition du nectar au fond du nectaire, un tube mince et relativement profond. Le seul «objectif» de l'orchidée est de se reproduire, et le seul «but» du papillon est de se nourrir. Imaginons qu'un papillon ait une trompe un peu plus longue que sa taille habituelle :



1. Charles Darwin (1809-1882)

il va boire le nectar et, comme sa tête n'appuie plus sur les pollinies de l'orchidée, il repartira sans pollen. À l'inverse, si le nectaire de l'orchidée s'allonge, la tête du papillon va buter contre les pollinies d'orchidée et il repartira avec du pollen. Mais comme sa trompe est trop courte, il ne peut la tremper au fond du nectaire et ne peut se nourrir. L'orchidée est gagnante ; toutefois, faute de nourriture, le papillon se reproduira moins, et l'orchidée sera perdante.

À chaque génération, il y a sélection d'orchidées au nectaire de plus en plus profond et, parallèlement, de papillons à la trompe de plus en plus longue, puisque ceux qui n'ont pas la trompe assez longue ne se nourrissent pas. D'où la parabole de la Reine rouge, ou l'image plus actuelle d'une course aux armements. Les fleurs d'orchidées de Madagascar ont des nectaires de 28 centimètres de long, les petits papillons, des trompes de 25 centimètres. Ce mouvement auto-entretenu pendant trois milliards et demi d'années a fait que nous sommes plus complexes, et pas mieux adaptés.



2. D'où venons-nous ? Que sommes-nous ? Où allons-nous ? Tableau de Gauguin.

Du point de vue de l'évolutionniste, le problème de l'allergie c'est simplement qu'à force de lutter contre le non-soi, parce que le non-soi est, potentiellement, un ennemi, le système immunitaire finit parfois par tirer sur tout ce qui bouge. Il tire sur un grain de pollen, il tire sur un acarien, parce que potentiellement c'est du non-soi. Il est tellement perfectionné que, de temps en temps, comme n'importe quelle nation qui se défend, il souhaite détruire une cible inutile et s'en trouve pénalisé.

Qu'en est-il maintenant de l'homme dans cette longue histoire? Nous distinguerons trois hommes au sens large. L'homme darwinien, puisqu'il est issu d'une évolution darwinienne, l'homme lamarckien qui nous permettra d'évoquer le grand évolutionniste qui avait précédé Darwin, et puis l'homme «humain».

L'homme darwinien est un fruit de l'arbre de l'évolution. Nous sommes le produit d'une évolution darwinienne longue, encore une fois, de trois milliards et demi d'années. La variabilité génétique engendrée par les erreurs de réplication de l'ADN a fait de nous ce que nous sommes, une espèce parmi les 1 500 000 espèces décrites, et parmi les quelque dix millions d'espèces qui restent probablement à décrire.

Nous avons l'intelligence, nous avons la conscience, mais nous sommes un fruit indétachable de cet arbre : toutes nos cellules, toute la mise en place de notre développement, tout notre code génétique fonctionnent exactement comme celui des autres animaux et organismes, même les plantes. Le temps n'est plus d'ergoter, comme les contemporains de Darwin, pour savoir si nous sommes les cousins du singe ou pas. Le problème n'est pas le singe. Nous sommes les cousins de tous les êtres vivants, chimpanzés, souris, bactéries, virus, et nous descendons de la première molécule d'acide nucléique apparue sur Terre et capable d'autoréplication.

Les premiers hominidés, issus de cette évolution darwinienne, sont apparus il y a environ trois millions et demi d'années, l'homme habile, il y a deux millions d'années, l'homme droit, un million, et l'homme savant, c'est-à-dire nous, approximativement 200 000 ans.

Cette évolution darwinienne continue-t-elle aujourd'hui? Cela est très difficile à dire, car même la totalité des temps historiques est très peu de chose au regard de l'Évolution. Mais rien n'indique que le succès reproductif des hommes de notre temps soit en relation avec un caractère adaptatif particulier.

Il y a 2 400 ans, le Grec Ératosthène comprend que la Terre est ronde et donne, 400 ans avant J.-C., la circonférence de la Terre avec une erreur de 40 kilomètres! Il n'est pas très sérieux de prétendre que notre cerveau a évolué depuis Ératosthène.



La Reine rouge entraînant Alice dans un sur place effréné.

Toutefois, nos connaissances ont augmenté dans des proportions considérables. Pensez aux médicaments : les antihistaminiques n'existaient pas à l'époque d'Ératosthène et, pour ce qui est de la circonférence de la Terre, les satellites la mesurent, bien sûr, avec plus de décimales exactes. Pourquoi? Parce qu'à l'évolution darwinienne de l'homme s'est superposée une autre forme d'évolution, l'évolution lamarckienne.

Lamarck pensait que les caractères acquis pouvaient se transmettre d'une génération à l'autre, et que les fils de forgerons auraient des bras plus musclés. On sait aujourd'hui que cela est faux, parce qu'un caractère acquis pendant la vie d'un individu ne passe pas dans l'ADN, qui possède le plan de notre organisme. Les caractères acquis ne sont pas transmis, sauf pour ce qui est de notre acquis culturel, lequel se transmet selon un mode lamarckien. Imaginez par exemple qu'un oiseau abandonne un nid qu'il a fabriqué. Ce nid pourrait être utilisé à la génération suivante par un autre oiseau, sans que l'ADN n'ait été, à aucun moment, concerné. La transmission des biens matériels (les héritages...), des biens intellectuels (les

connaissances...), des biens spirituels (les croyances...) se fait chez les hommes suivant un mode lamarckien. Ce type de transmission des caractères possède un caractère redoutable : elle va très vite et peut aboutir à une distribution très inégale des richesses. Elle rend plus incertaine encore la troisième question de Paul Gauguin.

Le troisième homme, c'est l'homme humain avec ses notions morales. Pour l'ADN, le bien et le mal ne sont déterminés que par l'efficacité reproductrice. Depuis trois milliards et demi d'années, il n'y a eu que de l'égoïsme, une lutte sans merci entre les molécules d'ADN, agissant par l'intermédiaire des organismes qu'elles fabriquaient. Pour l'Évolution, les individus ne comptent pas. L'homme souffre de cette constatation, parce qu'il est conscient et s'aperçoit qu'il vit dans un monde où il ne compte pas. Le mal pour l'homme, c'est la compétition à outrance, le fait que le loup tue l'agneau, que la bactérie tue l'homme. La compétition a existé entre les hommes et joué un rôle dans l'Évolution : personne ne saurait l'affirmer, mais peut-être est-ce

la compétition qui a permis aux hommes de Cro-Magnon de supplanter les hommes de Néanderthal.

Mais l'homme moderne rêve d'un paradis où le lion ne mange plus la gazelle, où le loup ne mange plus l'agneau. La fantasmie de l'homme humain, c'est de créer de nouvelles lois pour le monde, des lois humaines et, par conséquent, contre nature.

Imaginons que je vois le portefeuille de mon voisin qui dépasse de sa poche : si je ne le prends pas, au regard de l'Évolution je suis un imbécile. Si je lutte avec succès contre les lois naturelles, c'est par peur du gendarme, par mon éducation qui valorise le sentiment que je ne dois pas voler ou parce que des sentiments religieux me font espérer que Dieu me le rendra au centuple.

Adam et Ève ont été chassés du paradis, parce qu'ils ont goûté le fruit de l'arbre de la connaissance du bien et du mal. Cette vision de la morale me semble dans le droit fil de la pensée évolutionniste.

Claude COMBES est professeur de biologie à l'Université de Perpignan.

L'universalité des formes fractales

Bernard Sapoval

Le physiologiste élucide le fonctionnement des organes en examinant leurs dysfonctionnements ; en biologie moléculaire, c'est en comparant les gènes des personnes atteintes de maladie avec ceux des individus sains que l'on identifie les gènes mutés responsables des affections. La genèse des formes fractales est née aussi d'une considération pathologique : à la fin du XIX^e siècle, le mathématicien allemand Weierstrass a montré qu'une fonction pouvait être continue, c'est-à-dire que l'on pouvait la tracer sans lever le crayon, et n'avoir de tangente en aucun de ses points : la courbe représentant cette fonction avait des «pointes» partout.

Cet étrange objet fut rejeté par une partie de la communauté mathématique ; le mathématicien Hermite s'en «détournait avec horreur». Il était difficile de tracer la courbe représentant la fonction de Weierstrass, et la compréhension de la nature de ces créations mathématiques s'améliora avec une représentation graphique plus intuitive, comme la courbe de von Koch, au début du XX^e siècle.

L'extraordinaire est que Benoît Mandelbrot a découvert que nombre de phénomènes naturels étaient structurés comme ces objets pathologiques que l'on dénomme fractales.

On pense parfois que la géométrie, depuis le temps qu'on l'exploite, a dit son dernier mot. C'est oublier que cette discipline, si l'on s'en tient aux formes traditionnelles de la géométrie

nombre de formes naturelles et, dans un second temps, pour en expliquer le fonctionnement. On baptise universels des comportements et des équations qui apparaissent dans des contextes extrêmement différents. Ainsi les objets de la géométrie grecque étaient universels : la sphère est universelle parce que le Soleil est sphérique, une bulle de savon et une orange aussi. Nous allons voir sur quelques exemples que les fractales apparaissent dans une grande variété de phénomènes.

Une des caractéristiques de ces objets fractals est leur autosimilarité : une partie de l'objet est semblable au tout à plus petite échelle. Ainsi une partie de la courbe de von Koch n'est pas différente d'une partie plus grande, vue à une échelle

sives jusqu'à l'infini, mais seulement sur quelques ordres de grandeur. C'est cette autosimilarité limitée que l'on retrouve dans la nature : regardez une zone des poumons et les ramifications des artères et des artérioles, ou les détails d'un chou-fleur, vous verrez que la structure de détail «ressemble» à l'aspect général.

Prenons un exemple historique, le découpage de la côte anglaise ou de la côte bretonne, étudiée par le mathématicien Richardson. Une des premières questions quantitatives que l'on se pose est : quelle est la longueur de la côte de Bretagne ? À cette question apparemment innocente, il n'y a pas de réponse.

En effet, comment pourrait-on mesurer la longueur de la côte entre Brest et Concarneau ? On pourrait prendre une carte au 200 000^e, sur laquelle un centimètre représente deux kilomètres et, avec une baguette de cinq centimètres, représentant dix kilomètres, estimer que la longueur de la côte est de 14 baguettes, soit 140 kilomètres.

Avec une photo de la même côte, mais prise au 20 000^e, où un centimètre représente 200 mètres, nous répéterions la même opération avec une baguette de cinq centimètres,

1. Le chou-fleur a une structure fractale. Chaque élément radial est grossi d'un facteur 2 par rapport à l'élément précédent. Les parties sont semblables au tout.

«grecque», est incapable de décrire ou même de penser les objets courants de notre monde, une montagne par exemple. Le miracle, ou plutôt la divine surprise, est que les formes fractales sont un outil privilégié pour reproduire et modéliser

réduite. Il est impossible de connaître l'échelle de l'observation à la vue de l'image. Cette autosimilarité participe de la construction d'autres objets mathématiques comme l'éponge de Weibull.

Bien sûr, lors de la construction d'une fractale, nous ne pouvons, graphiquement, poursuivre les itérations succes-

représentant maintenant un kilomètre. Nous mesurerions alors une nouvelle longueur, plus grande que 140 kilomètres, car nous prendrions en compte plus de détails. Enfin, sur le terrain, avec une petite baguette qui épouserait mieux les irrégularités, la longueur

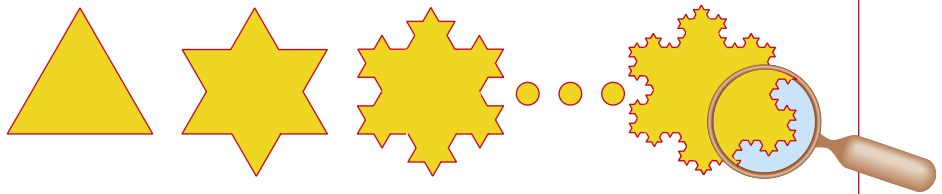
de la côte serait encore supérieure : ainsi, la longueur mesurée dépend de l'échelle. Au contraire, sur une courbe régulière formée de segments de droites ou de portions de courbes en nombre et en taille finis, la longueur mesurée tend vers une limite finie. Aussi l'augmentation de la longueur de la côte se poursuit-elle jusqu'à une certaine limite, où les objets physiques que nous observons finissent par devenir réguliers...

La courbe de von Koch a, quant à elle, une longueur infinie. En effet, à chaque étape de sa construction (voir l'encadré ci-contre), la longueur est multipliée par $4/3$ et, comme ce nombre est supérieur à 1, sa longueur tend vers l'infini. Cette courbe encadre cependant une aire finie : elle pourrait représenter une côte de Bretagne hypothétique, avec des golfes au fond desquels s'ouvriraient des baies, découpées elles-mêmes par des baies plus petites, et cela indéfiniment. Là apparaît l'analogie : l'objet mathématique obtenu par cette suite infinie d'opérations de découpage possède une parenté avec la côte de Bretagne.

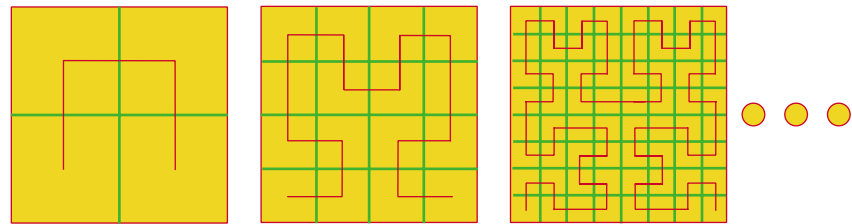
Il subsiste toutefois une nuance essentielle : la courbe de von Koch a été construite en répétant toujours la même opération, déterminée une fois pour toutes. Cette courbe est une fractale déterministe, le hasard n'intervenant nulle part dans l'opération. Or, sur la côte de Bretagne, le golfe du Morbihan n'est pas identique à la baie des Trépassés dilatée, mais la similarité est vraie statistiquement : tel golfe ressemble à telle baie agrandie, qui ressemble à telle anse, aussi agrandie... De même, les branches de chou-fleur ne sont pas exactement identiques, mais, par agrandissement, elles ressemblent au chou-fleur entier sans le reproduire exactement. La côte de Bretagne et le chou-fleur sont des fractales aléatoires.

Avant qu'ils ne soient baptisés fractals les mathématiciens avaient senti l'intérêt de ces objets et avaient étudié une de leurs caractéristiques : leur dimension. Dans la géométrie classique, une ligne est un objet à une dimension, une surface, un objet à deux dimensions, un volume, un objet à trois dimensions. Nous sommes ainsi habitués à des objets dont les dimensions sont des nombres entiers : 1, 2 ou 3. Un géomètre italien, Giuseppe Peano, avait construit, par étapes successives, une courbe de type fractal qui passait par tous les points d'un carré, c'est-à-

LES DIMENSIONS NON ENTIÈRES



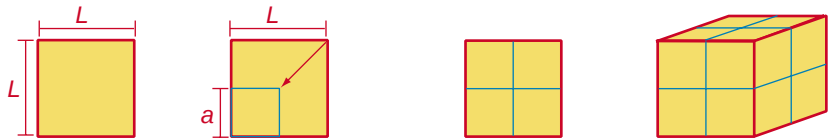
À chaque étape de la courbe de von Koch en flocon de neige, les segments du contour sont divisés en trois parties égales, et deux côtés d'un triangle équilatéral sont construits sur la partie centrale. Une partie grossie à la même structure qu'une partie du tout. La longueur de la courbe est infinie, l'aire finie.



La courbe de Hilbert, après un nombre infini d'étapes, remplit tout le plan : on subodore qu'elle est de dimension 2, ce qui est exact selon la définition généralisée de la dimension, que nous allons examiner.



La longueur L d'un segment mesuré par une règle de longueur a est égale à $N.a$ où N est le nombre de règles mises bout à bout pour recouvrir le segment.

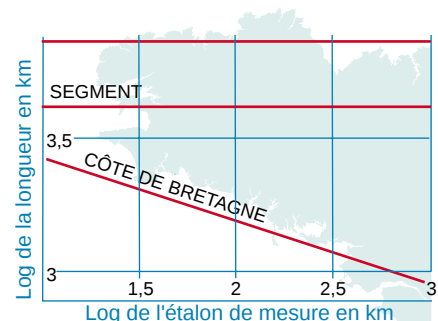


L'aire A d'un carré de côté L est égale à $N.a^2$, où r est le taux de réduction faisant passer du carré de côté L au carré de côté a ($r = L/a$). N est le nombre de petits carrés, de côté a , qui recouvrent le carré de côté L . Plus généralement, si la taille de l'étalon de mesure est réduit dans un rapport r , le nombre d'étalons qui recouvrent la grandeur à mesurer est multiplié par N et la dimension D est égale à $\log N / \log r$. Pour le segment, si l'étalon de mesure est divisé par 2, N est multiplié par 2, et la dimension D , égale à $\log 2 / \log 2$, vaut 1. Pour le carré, si l'étalon de mesure est divisé par 2, N est égal à 4, et la dimension D est égale à $\log 4 / \log 2$, soit 2, ce qui est bien la dimension habituelle d'une surface. De même pour le cube, si $r = 2$, $N = 8$ et D est égale à $\log 8 / \log 2$, soit 3.



Pour la courbe de von Koch, si l'on réduit la taille de l'étalon d'un rapport 3, la règle va mieux épouser le contour et mesurer la longueur du triangle équilatéral central de ce segment, qu'elle ignorait auparavant. Ici $N = 4$, et la dimension D de cette courbe est $\log 4 / \log 3$, soit 1,26... Par ce type de raisonnement, on justifie que la dimension de la courbe de Hilbert est égale à 2.

Historiquement, le mathématicien anglais Richardson a montré que, en mesurant une côte avec des étalons de mesure de plus en plus petits, la longueur de la côte varie linéairement sur une échelle doublement logarithmique : la dimension de la côte est approximativement égale à 1,25. La côte est une fractale.

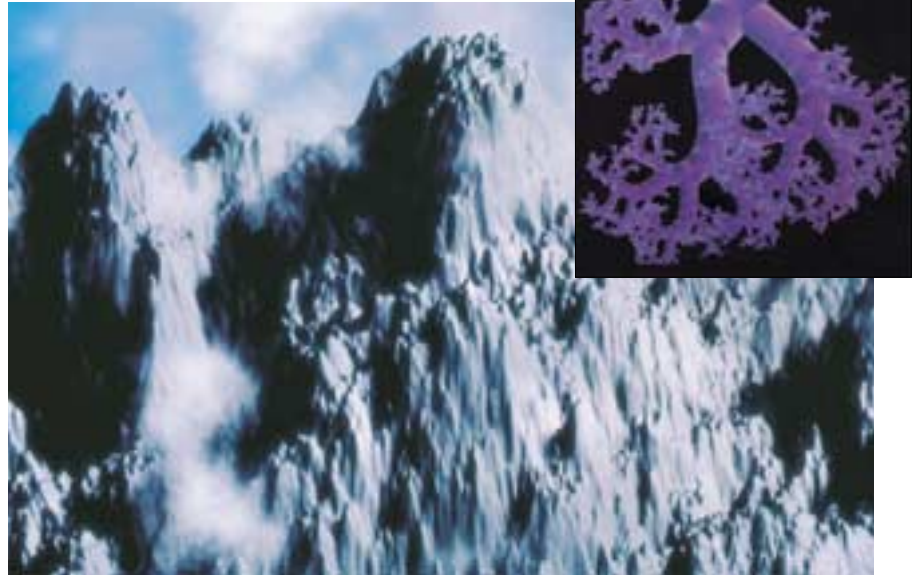


dire «remplissait» tout le carré. Était-elle de dimension 1 comme une courbe ou de dimension 2 comme une surface? Une variante de cette courbe conçue par Hilbert est représentée dans l'encadré de la page précédente. Pour élucider l'énigme, les mathématiciens ont généralisé la notion de dimension à des valeurs non entières : la courbe de von Koch a la dimension $\log 4 / \log 3$, soit 1,26. Bien sûr, vous l'avez deviné, la courbe de Hilbert a la dimension 2.

Un autre exemple de fractale est apparu lors de la recherche d'un béton optimisé. Les entrepreneurs veulent un bon remplissage de l'espace, et les fabricants de béton cherchent à remplir un volume par des assemblages de galets, cailloux, gravillons, sables et poudres de plus en plus fins pour diminuer la proportion de ciments. Cette configuration est celle des sphères apolloniennes (figure 5).

Le comportement des objets physiques dépend de leur dimension fractale ainsi définie. Montrons maintenant comment des processus physiques très courants peuvent engendrer des fractales. L'un d'entre eux est le mouvement brownien des molécules et des atomes qui assure la diffusion des particules ; ces phénomènes aléatoires structurent certaines formes, et la géométrie de l'aléatoire est la géométrie fractale.

Des processus de croissance désordonnés se retrouvent partout, dans la forme des arbres, les figures de croissance des arbres ou dans les figures que dessine la foudre. Un exemple est l'agrégation limitée par la diffusion qui donne des agrégats. Imaginons un fluide où sont disséminées des particules ; ces particules diffusent selon les trajectoires aléatoires du mouvement brownien et se collent pour former des agrégats. C'est le phénomène banal de l'obturation des filtres à poussière : des grains de poussière se col-



2. Paysage de montagne nuageux. En haut à droite un modèle fractal du poumon.

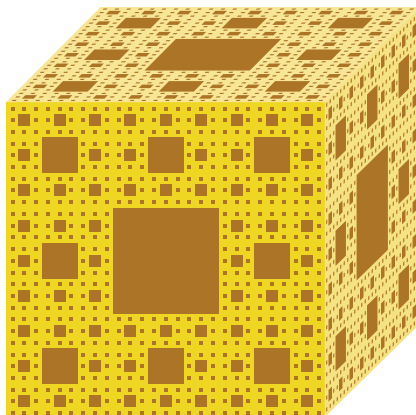
lent sur les mailles du filtre, puis des grains se fixent sur les agrégats déjà formés, etc. Ces formations, parfaitement reproductibles par ordinateurs, décrivent aussi la formation des agrégats de noir de carbone utilisés pour augmenter la durée de vie des pneumatiques, la formation des poussières atmosphériques, les croissances de bactéries, la filtration des liquides dans les milieux poreux, et bien d'autres encore. Un processus très simple donne des morphologies extrêmement compliquées, mais hiérarchisées : très souvent l'aléatoire donne des géométries plus simples qu'on ne le croyait.

L'universalité des fractales n'est alors plus surprenante : les propriétés de nombreux processus vitaux comme la respiration, l'assimilation des aliments ou l'élimination des toxines, dépendent de ce mouvement aléatoire des molécules et des particules.

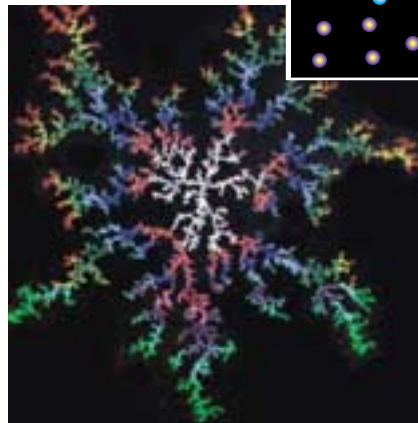
«La nature imite l'art», écrivait Oscar Wilde : aussi n'est-il pas étonnant, *a posteriori*, que si les processus naturels donnent naissance à des fractales, les formes naturelles puissent être reconstituées par des fractales. Les logiciels graphiques utilisent les fractales pour reconstituer des paysages. Il serait amusant d'effectuer des tests en double aveugle, pour voir si un observateur peut distinguer les paysages artificiels et les paysages naturels...

Ces points de vue changent notre approche scientifique. Longtemps nous avons cru que le macroscopique était explicable par une meilleure compréhension du microscopique. L'identité de structure de la partie et du tout modifie notre vision de la physique et dramatise une certaine impuissance du réductionnisme classique à expliquer certains phénomènes naturels.

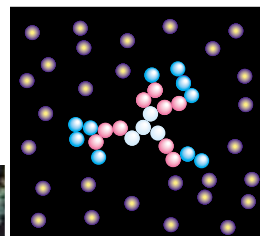
Bernard SAPOVAL est professeur de physique à l'École Polytechnique



3. L'éponge fractale de Webern.



4. Le résultat d'un processus d'agrégation.



5. Les sphères apolloniennes.