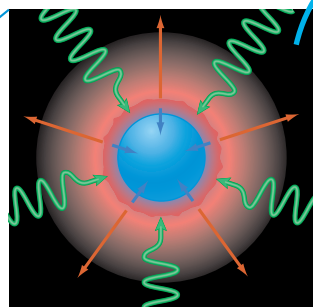
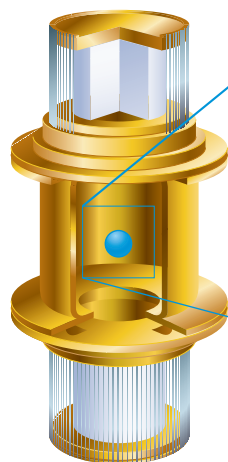
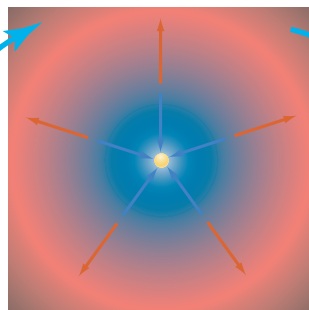
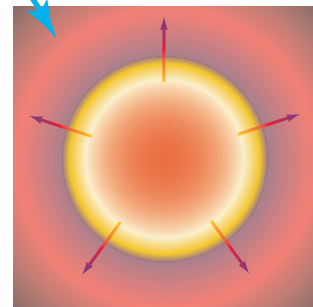




Les rayons X vaporisent la couche externe de la capsule ; par réaction, le combustible, composé de deutérium et de tritium, est comprimé.



Le volume final de la capsule comprimée est compris entre 1/1 000 et 1/10 000 de son volume initial. La fusion commence dès que la température atteint 120 millions de degrés.



Le front de l'onde de compression issue de la fusion se dilate et le plasma et se refroidit jusqu'à l'arrêt de la fusion.

5. LES RAYONS X issus de la striction compriment le combustible contenu dans la capsule et déclenchent la fusion dans la cavité interne. Dans la machine X-1, dont la conception devrait bientôt

commencer, la capsule est comprimée, en moins de dix nanosecondes, en un plasma de la taille du point qui termine cette phrase.

sance dans de petites cavités à striction axiale est sans doute possible.

Les champs électriques intenses tendent à couper les courants qui les créent : notamment des décharges (des claquages) risquent de dissiper l'énergie électrique entre les fils et la paroi latérale de la cavité. On utilise le phénomène d'isolement magnétique pour transmettre de puissantes impulsions électriques le long d'un canal, entre deux surfaces métalliques, sans claquage et presque sans perte d'énergie : le champ magnétique de la puissante impulsion électrique s'oppose à la tendance au claquage du courant. En avril 1998, mon collègue John Porter a observé qu'il n'y avait pas de claquage dans l'intervalle de 1,5 millimètre entre le réseau de fils et le mur de la cavité, même avec d'intenses décharges électriques, ce qui a permis à la température de la cavité d'atteindre 1,7 million de degrés.

Dans les dispositifs utilisés, le courant circule dans un sens dans les fils et revient le long de la paroi de la cavité. Aussi, dans l'inductance formée par l'espace étroit entre les fils et la paroi, une puissance de 50 térawatts est stockée ; la densité de puissance atteint alors 25 térawatts par centimètre carré. Si l'on augmente la puissance jusqu'à 150 térawatts, avec un courant de 60 millions d'ampères, la densité de puissance atteindra 75 térawatts par centimètre carré. Cette augmentation pose de nouvelles questions, car la pression exercée sur le métal de l'enceinte est alors comprise entre 150 et 300 gigapascals, soit 1,5 à 3 millions d'atmosphères. Les parois résisteront-elles à

ces pressions colossales ? Les simulations suggèrent que la fusion requiert une grande symétrie. Cette symétrie et l'efficacité de conversion de l'énergie de 15 pour cent seront-elles conservées dans les nouvelles conditions ?

Les simulations devront être également améliorées. Les simulations actuelles du fonctionnement, à deux dimensions seulement, ont déjà fourni de nombreuses informations sur le mécanisme de la striction axiale. Bien que restreints à deux dimensions, ces calculs nécessitent une capacité de calcul considérable. La description tridimensionnelle, incluant les déplacements de matière et les émissions des rayonnements, demeure encore inaccessible, mais les avancées en informatique et en imagerie X sont rapides. En 1998, nous avons mis en service l'ordinateur Janus, dont la capacité de calcul est égale à 1,8 téraflop ($1,8 \times 10^{12}$ opérations par seconde en mode virgule flottante, soit plus de 10 000 fois la capacité d'un ordinateur individuel). L'utilisation de nouveaux programmes de simulations sur la nouvelle génération de superordinateurs fera rapidement progresser la technique de striction axiale pour la fusion contrôlée.

Nous préparons maintenant la prochaine grande étape. À la fin de mars 1998, le Département américain de l'énergie nous a autorisés à concevoir le générateur X-1, qui succédera au générateur-Z : il devrait fournir 16 mégajoules avec un gain élevé. Son coût devrait être de l'ordre de 2,4 milliards de francs. Rappelons que le

générateur Z, le générateur X-1 et le nouveau laser NIF demeurent des outils de recherche : le générateur Z pourrait atteindre les conditions de la fusion, le laser NIF devrait produire l'ignition, et le générateur X-1, construit grâce aux enseignements du laser NIF, pourrait conduire à des gains élevés ; cependant, aucun de ces dispositifs ne sera une centrale électrique à fusion contrôlée.

Paraphrasant Bernard Shaw, on doit convenir qu'«il est difficile de faire des prédictions, notamment sur l'avenir». Toutefois, si la prochaine étape démarre rapidement, nous pensons réellement atteindre l'objectif, c'est-à-dire la fusion, dans les dix prochaines années.

Gerold YONAS est vice-président de la Division «Systèmes, science et technique» aux Laboratoires Sandia, à Albuquerque (Nouveau-Mexique).

G. YONAS, *La fusion contrôlée par faisceaux de particules*, in *Pour la Science*, janvier 1979.

S. CRAXTON, R. MCCRORY et J. SOURES, *Des progrès dans la fusion nucléaire par laser*, in *Pour la Science*, octobre 1986.

H. FURTH, *La fusion nucléaire*, in *Pour la Science*, novembre 1995.

Jacques COUTANT, *Le laser Mégajoule*, in *Pour la Science*, décembre 1997.

M.K. MATZEN, *Z-Pinches as Intense X-Ray Sources for High-Energy Density Physics Applications*, in *Physics of Plasmas*, vol. 4, n° 5, 2^e partie, pp. 1519-1527, mai 1997.

Les jeux mathématiques

MARTIN GARDNER

Encore trop méconnus, les jeux mathématiques sont à la fois des moteurs pour l'enseignement et pour la recherche. Certaines de leurs applications sont imprévues.

Ma rubrique de Jeux mathématiques commença en 1956, dans la revue *Scientific American* ; à partir de 1977, elle fut également publiée dans la revue *Pour la Science*. Mon premier article présentait les hexaflexagones, que l'on obtient en pliant une bande de papier en un hexagone, puis en collant ensemble les extrémités (voir la figure 2). Les objets obtenus peuvent se retourner plusieurs fois de suite, révélant les faces cachées par le repliement ; si l'on numérote chacun des triangles, les transformations des hexaflexagones sont associées à des cycles curieux. Inventés en 1939 par des étudiants de l'Université de Princeton, les hexaflexagones montrent bien que les jeux mathématiques sont indissociables des mathématiques «sérieuses» : un de leurs créateurs était Richard Feynman, qui devint ensuite l'un des plus célèbres physiciens théoriciens de ce siècle.

Quand j'ai commencé ma chronique, les livres de jeux mathématiques étaient rares. Pour se procurer un classique du genre, *Essais et récréations mathématiques*, par W. Rouse Ball (1892), on devait écrire au géomètre canadien H. Coxeter. On disposait de *La mathématique des jeux*, du théoricien des nombres Maurice Kraitichik, mais c'était bien peu ! En un quart de siècle, tout a changé : de nombreux livres de jeux mathématiques ont été écrits, de nombreux ouvrages classiques ont été réédités, tels les *Problèmes plaisants et délectables*, de Bachet de Méziriac. Dans les jour-

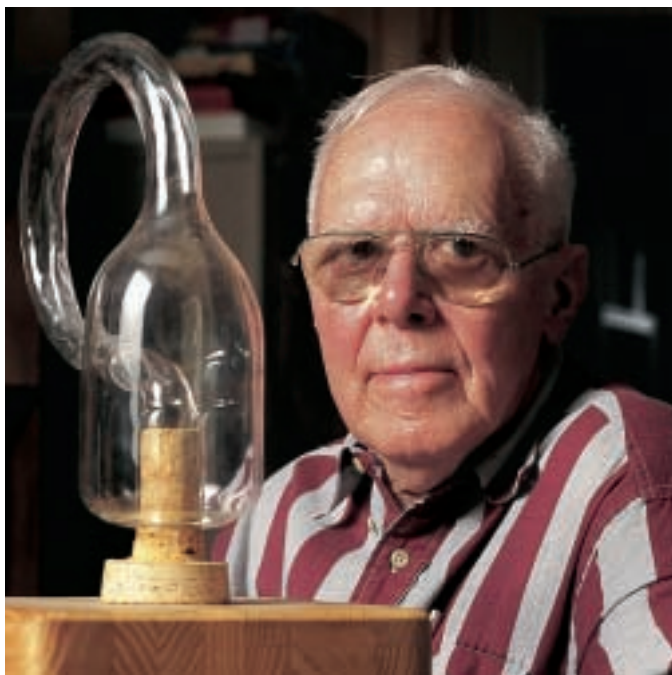
naux, les rubriques de mathématiques récréatives fleurissent : les lecteurs de *Pour la Science* connaissent celles de Ian Stewart ou de Jean-Paul Delahaye, et le Jeu-Concours de Pierre Tougne, qui publia de nombreux articles de jeux mathématiques en alternance avec A. Dewdney ou D. Hofstadter. Mieux encore, le *Journal of Recreational Mathematics* («Journal de récréations mathématiques») est publié tous les trimestres depuis 1968.

La frontière entre les mathématiques amusantes et les mathématiques sérieuses est des plus floues. De nombreux mathématiciens professionnels considèrent leur travail comme une sorte de jeu, et ils classent dans les mathématiques récréatives tous les problèmes susceptibles d'amuser les non-mathématiciens. C'est le cas des

problèmes élémentaires dont les solutions sont surprenantes ou élégantes ; c'est aussi le cas des paradoxes, des jeux de société, des tours de magie, des curiosités géométriques ou topologiques, tels le ruban de Möbius (une bande que l'on referme sur elle-même, après l'avoir tordue d'un demi tour) ou la bouteille de Klein (une bouteille dont on étire le col pour le ressouder au fond, après lui avoir fait traverser la paroi : son intérieur et son extérieur sont alors confondus). La plupart des branches des mathématiques ont des parties qui peuvent être considérées comme récréatives. La page ci-contre présente quelques exemples amusants.

Le morpion

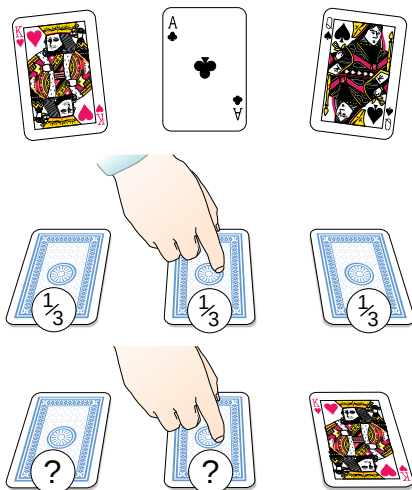
Si les revues scientifiques contiennent souvent des jeux mathématiques, les enseignants n'ont pas encore tous pris l'habitude d'utiliser ces jeux pour leurs cours. Depuis 40 ans, je m'efforce de convaincre les professeurs de mathématiques des écoles, collèges et lycées que les mathématiques récréatives sont indispensables, parce qu'elles initient sans prétention aux mathématiques. Je me souviens d'un cours de mathématiques, au collège, où j'avais terminé le travail qui m'avait été demandé et où, sur une feuille à part, je cherchais à résoudre un problème qui me préoccupait : existait-il une stratégie qui permette au premier joueur de gagner à coup sûr, au jeu de morpion ? Lorsque le professeur me vit écrire, il s'empara de ma feuille et me dit : «Mon-



1. MARTIN GARDNER a toujours collectionné les jeux mathématiques. Âgé de 83 ans, il vit aujourd'hui à Hendersonville, en Caroline du Nord. Il pose ici à côté d'une bouteille de Klein, un objet dont l'intérieur se confond avec l'extérieur.

Quatre jeux mathématiques (Les solutions sont données en page 92)

1



Un ami pose trois cartes face contre table. L'une d'elles est un as, et les deux autres sont des figures. Vous posez le doigt sur une carte et vous pariez que c'est l'as. La probabilité que vous ayez raison est égale à $1/3$. Votre ami jette un rapide coup d'œil à chaque carte.

Comme il n'y a qu'un as parmi ces trois cartes, l'une au moins de celles que vous n'avez pas désignées doit être une figure. Il retourne une de ces cartes et vous la montre. Quelle est alors la probabilité que votre doigt soit maintenant sur l'as ?

2

28	26	30	27	29	25
34	32	36	33	35	31
16	14	18	15	17	13
4	2	6	3	5	1
10	8	12	9	11	7
22	20	24	21	23	19

La matrice ci-dessus est un curieux type de carré magique. Entourez un de ses nombres, puis barrez tous les nombres de la même ligne et de la même colonne. Entourez alors un autre nombre qui n'a pas été barré et, de nouveau, barrez les nombres de la même ligne et de la même colonne. Continuez de la sorte jusqu'à ce que vous ayez entouré six nombres.

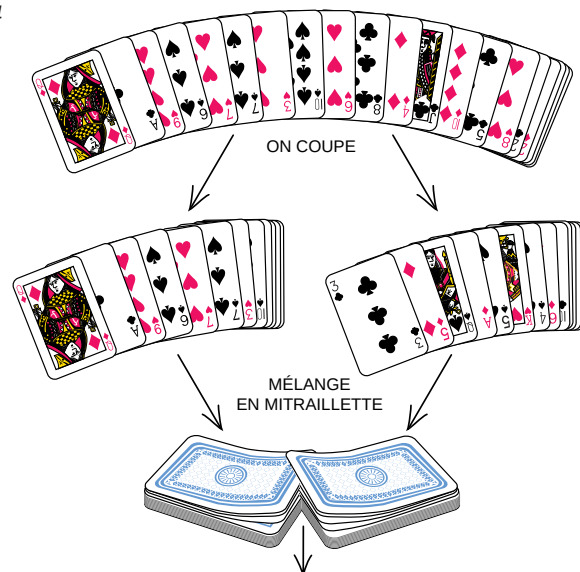
Quels que soient les nombres choisis, la somme des six nombres entourés sera toujours égale... à combien ? Et pourquoi obtient-on ce curieux résultat ?

3

Au commencement, Dieu créa le ciel et la terre.
Or la terre était vague et vide, les ténèbres
couvraient l'abîme, l'esprit de Dieu planait sur
les eaux.
Dieu dit : "Que la lumière soit" et la lumière fut.
Dieu vit que la lumière était bonne, et Dieu
sépara la lumière et les ténèbres.
Dieu appela lumière "jour" et les ténèbres "nuit".
Il y eut un soir et il y eut un matin : premier jour.

Les premiers versets de la Genèse sont reproduits ci-dessus. Choisissez l'un des mots du premier verset : «Au commencement, Dieu créa le ciel et la terre.» Comptez le nombre de lettres de ce mot et nommez x ce nombre. Puis allez au mot qui se trouve x mots plus loin (par exemple, si vous avez choisi «Dieu», allez jusqu'au mot «et»). Comptez alors le nombre y de lettres de ce nouveau mot, puis avancez de y mots. Continuez de la sorte jusqu'à ce que vous arriviez à la fin du cinquième verset. Quel est le dernier mot obtenu ? Est-ce une divine surprise que ce mot qui concerne le premier jour de la Genèse soit précisément celui qui en indique le nombre ?

4



Un magicien dispose un jeu de cartes de sorte que des cartes de couleur rouge et noire alternent. Il coupe le jeu en deux parties environ égales, en s'assurant que les premières cartes de chaque moitié sont de couleurs différentes. Puis il vous demande de battre en mitraille.

Il passe ensuite sa main sur le paquet, «afin de rétablir l'ordre» prétend-il, et il tire les cartes deux par deux : elles sont toujours de couleurs différentes. Naturellement sa passe magique n'a rien changé, mais pourquoi le mélange n'a-t-il pas perturbé l'ordre des couleurs ?

Illustrations de Ian Worpole

sieur Gardner, lorsque vous êtes dans ma classe, je veux que vous fassiez des mathématiques, et rien d'autre!» Pourtant ce problème aurait intéressé toute la classe, et il aurait fait une superbe introduction à la combinatoire, à la théorie des jeux, à la symétrie ou aux probabilités. En effet, tous les élèves jouent au morpion, et tous ont envie de gagner : si des mathématiques simples leur donnent une stratégie, ils sont preneurs. Plus généralement, les mathématiques récréatives sont un merveilleux tremplin pour la présentation des mathématiques.

Dans l'enseignement, la mode est aujourd'hui aux «mathématiques modernes modernes», que je nomme ainsi pour les distinguer des mathé-

matiques modernes qui s'imposèrent il y a 10 à 20 ans. Les didacticiens des mathématiques recommandent de diviser les classes en petits groupes qui doivent résoudre des problèmes par des raisonnements élaborés en commun. L'«enseignement interactif» se substitue au cours. Ces nouvelles méthodes ont des avantages, mais pourquoi néglige-t-on encore tant les mathématiques récréatives, qui imposent tout naturellement un raisonnement interactif? Imaginez que vous soyez professeur : vous demandez à chaque groupe d'élèves de penser à un nombre quelconque de trois chiffres ABC . Puis vous demandez ensuite de taper le nombre deux fois de suite dans une calculatrice. Si les élèves choisissent

le nombre 237, par exemple, ils tapent 237237. Dites-leur alors que vous avez le pouvoir psychique de prédire que, s'ils divisent le nombre tapé par 13, le reste sera nul. Ils le vérifieront facilement. Puis demandez-leur de diviser le quotient trouvé par 11 : le reste sera encore nul. Enfin demandez-leur de diviser le nouveau quotient par 7 : cette fois, le reste est encore nul, et le quotient déterminé est le nombre initial!

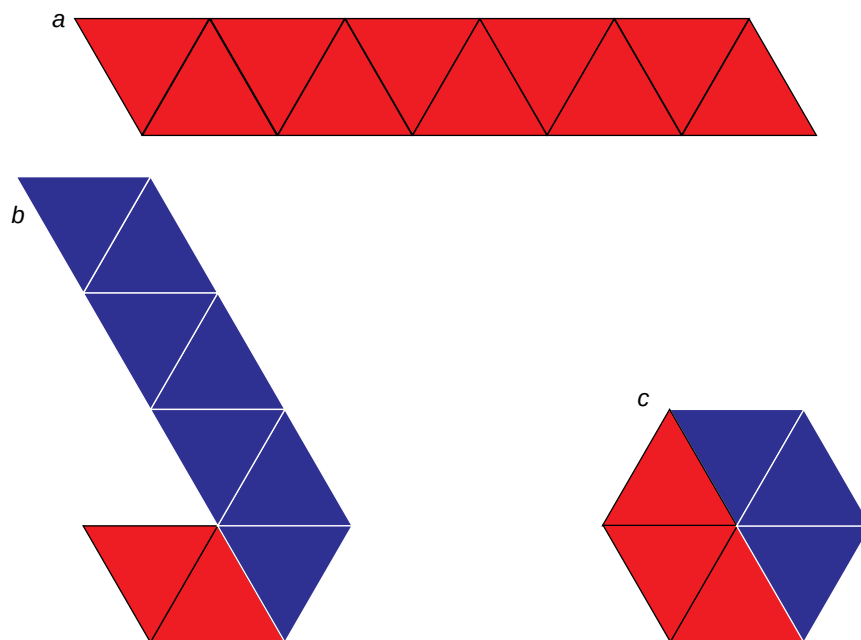
Le tour s'explique simplement quand on observe que $ABCABC$ est égal au produit de ABC par 1001; or 1001 est égal à $13 \times 11 \times 7$. Existe-t-il une meilleure introduction à la théorie des nombres et aux propriétés des nombres premiers?

Polyominos et Jeu de la vie

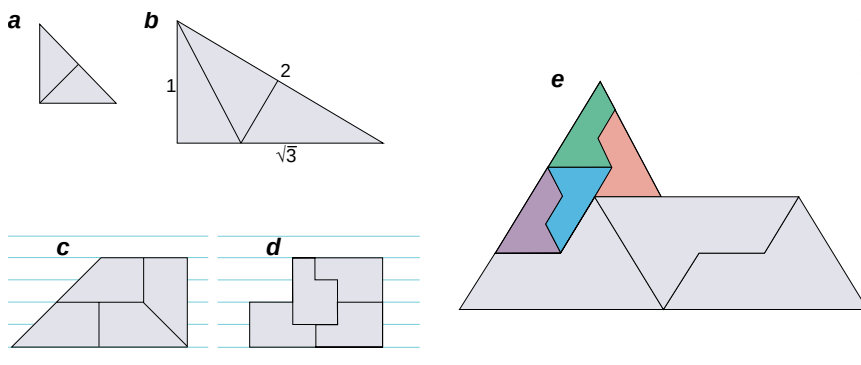
J'ai eu plusieurs fois l'occasion de faire connaître des mathématiciens originaux. Alors que je n'étais qu'amateur de mathématiques, ma rubrique m'a valu un abondant courrier de lecteurs du monde entier, de sorte que la matière des articles fut variée et passionnante. Solomon Golomb, de l'Université de Californie du Sud, est un des premiers mathématiciens qui m'aidèrent ainsi. En mai 1957, j'exposai ses travaux sur les polyominos, des formes que l'on obtient en accolant des carrés identiques par leurs arêtes. Le domino, avec deux carrés, n'a qu'une seule forme, mais il existe plusieurs triominos, tétraminos, pentominos, etc. : en L, en T, en carrés...

S. Golomb chercha d'abord si un ensemble de polyominos pouvait recouvrir complètement un damier. L'étude des polyominos se développa rapidement, engendrant une branche nouvelle des mathématiques récréatives. Arthur Clarke, le célèbre auteur de science-fiction, est un de ceux qui se passionnèrent pour les polyominos.

S. Golomb me signala également une classe de figures qu'il nommait les rep-tiles : ce sont des polygones qui, convenablement accolés, pavent une réplique agrandie de l'un d'entre eux (en anglais, *tile* signifie «pavage»). Un des rep-tiles est le sphinx, un pentagone irrégulier dont la forme rappelle celle du monument égyptien (voir la figure 3). Quatre sphinx convenablement disposés redonnent un sphinx deux fois plus grand. Les rep-tiles ont la particularité qu'on peut les associer en rep-tiles plus grands, que l'on peut eux-mêmes associer en rep-tiles encore plus grands, et ainsi de suite.

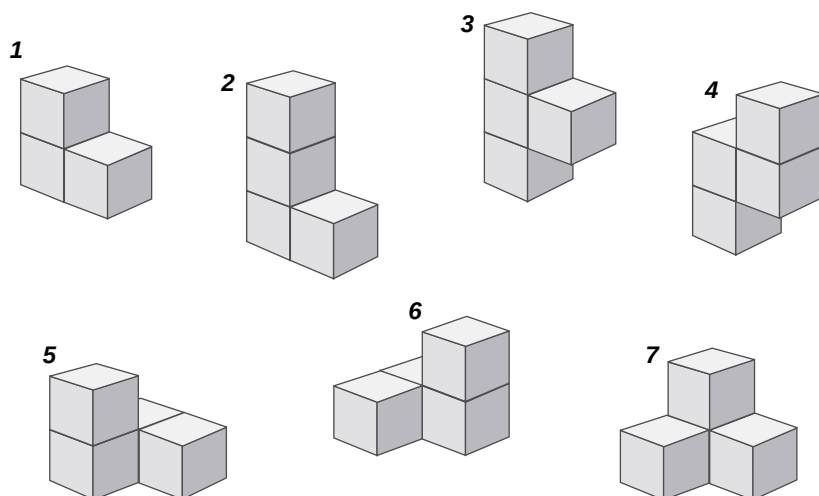


2. LES HEXAGLEXAGONES s'obtiennent à partir d'une bande de papier (a) par le pliage indiqué ici par les couleurs rouge et bleue, qui distinguent les deux faces. Quand on déforme l'hexaglexagone obtenu (c) pour obtenir un nouvel hexaflexagone, des faces qui étaient cachées apparaissent.



3. QUAND DES REP-TILES d'ordre inférieur s'assemblent, ils forment des répliques grossies d'eux-mêmes. Le demi-carré (a) est une rep-2 figure : deux demi-carrés s'assemblent pour former un demi-carré plus grand. Il faut trois rep-3 triangles rectangles (b) pour former un triangle rectangle de surface trois fois supérieure. En (c) et en (d) apparaissent respectivement un rep-4 quadrilatère et un rep-4 hexagone. Le sphinx (e) est le seul rep-4 pentagone connu.

Ian Worple



4. LES SEPT POLYCUBES DE SOMA sont composés de trois ou quatre cubes identiques (*ci-dessus*). Comment les assembler pour former un cube de trois cubes de côté, ou cube de Soma ? Ce problème a 240 solutions différentes. On peut également assembler les polycubes de Soma pour former toutes les constructions de droite... sauf une : laquelle ? La réponse est donnée en page 92.

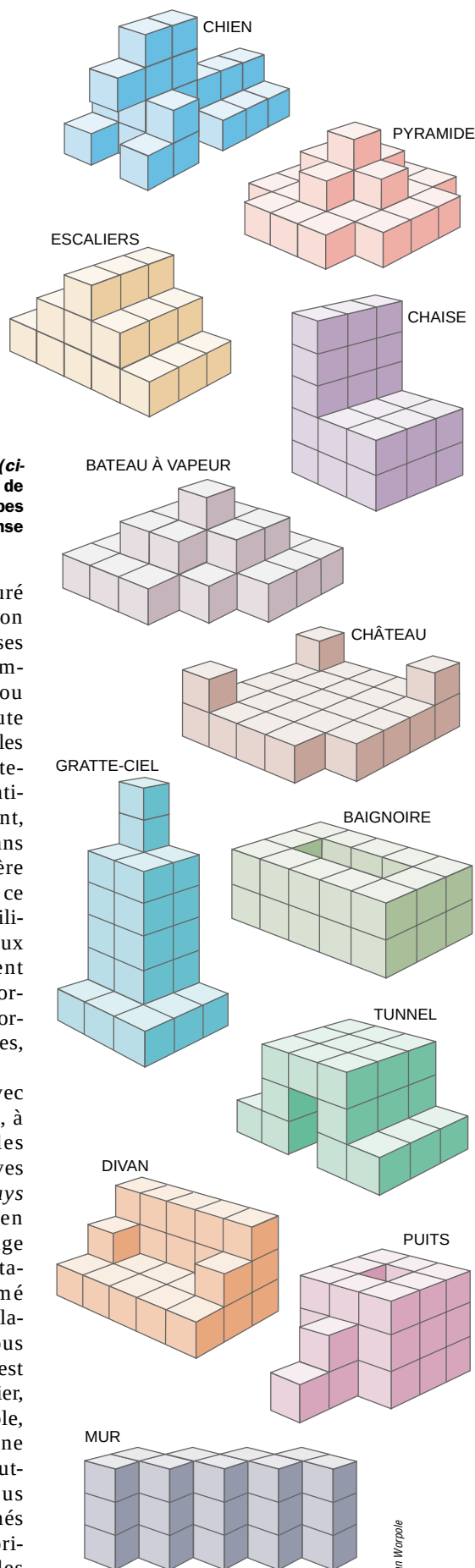
Le poète danois Piet Hein me communiqua également quelques-unes de ses inventions. En 1957, je présentai son jeu d'hex, un jeu topologique qui se joue sur un damier en forme de losange composé d'hexagones. À tour de rôle, les joueurs placent une pièce (noire pour un des joueurs, blanche pour l'autre) sur les hexagones vides et ils essaient de former une chaîne continue qui joigne un côté du damier au côté opposé ; une fois posée, une pièce ne peut être ni déplacée ni prise.

Hein inventa également le cube de Soma, dont j'ai présenté les particularités à trois reprises. Le nom provient probablement du roman d'Aldous Huxley *Le meilleur des mondes*, où une drogue nommée Soma met ses utilisateurs dans un état d'oubli qui est celui que l'on retrouve avec le jeu de Hein. Le jeu utilise sept polycubes différents (les polycubes sont les analogues des polyominos à trois dimensions : on les obtient en assemblant des cubes identiques par leurs faces). Les polycubes de Soma peuvent être assemblés en un cube de Soma de 240 manières. On peut aussi les utiliser pour réaliser des formes variées : pyramide, baignoire, chien, etc.

Un autre mathématicien que j'ai eu le privilège de rencontrer est John Conway, qui, me rendant visite en 1970, me demanda à brûle-pourpoint si j'avais un grand damier. Il me montra alors son jeu de simulation, aujourd'hui célèbre : le Jeu de la vie. Il plaça plusieurs pions sur le damier, puis enleva ou ajouta des pions en se conformant

à trois règles simples : tout pion entouré de 2 ou 3 autres pions reste en place (on considère les pions de toutes les cases adjacentes par un côté ou par un sommet) ; tout pion ayant 0, 1, 4, 5, 6, 7 ou 8 pions voisins est éliminé ; on ajoute un pion dans les cases vides quand elles sont entourées de trois pions exactement. En appliquant ces règles itérativement, les motifs initiaux évoluent, grossissent parfois, meurent aussi dans certains cas. Décrit pour la première fois dans la rubrique d'octobre 1970, ce jeu eut tant de succès parmi les utilisateurs d'ordinateurs que de nombreux laboratoires publics et privés furent paralysés pendant des mois : les informaticiens détournèrent le matériel informatique de ses utilisations normales, afin de tester le Jeu de la vie.

J. Conway collabora ensuite avec Richard Guy et Elwyn Berkelamp, à qui l'on doit l'une des plus belles œuvres de mathématiques récréatives de ce siècle : le livre *Winning Ways* («Stratégies gagnantes»), publié en 1982. Les deux tomes de cet ouvrage contiennent notamment la présentation d'un jeu remarquable nommé Phutball, qui se joue à deux sur un plateau de go avec des pions qui sont tous de la même couleur. La «phutballe» est initialement placée au centre du damier, et les joueurs, qui jouent à tour de rôle, peuvent soit placer un jeton sur une intersection vide, soit déplacer la phutballe en la faisant sauter par-dessus une chaîne continue de jetons alignés dans n'importe quelle direction horizontale, verticale ou diagonale ; les



Ian Worple

jetons par-dessus qui la phutballe a sauté sont alors retirés du damier. Comme aux dames, des sauts peuvent s'enchaîner si la configuration s'y prête. Le but du jeu est de faire franchir à la phutballe la ligne de but adverse.

De nombreux autres mathématiciens m'ont aidé. Frank Harary, de l'Université d'État du Nouveau-Mexique, m'invita à faire connaître son jeu de morpion généralisé : au lieu de chercher des alignements de X ou de O sur un réseau 3×3 , les joueurs doivent réaliser un polyomino spécifié, tel un L ou un carré. De même, Ronald Rivest, de l'Institut de technologie du Massachusetts, m'autorisa à révéler le système de codage à clef publique qu'il inventa avec M. Shamir et L. Adel-

man : ce système, qui révolutionna la cryptologie, est aujourd'hui utilisé dans la majorité des systèmes électroniques.

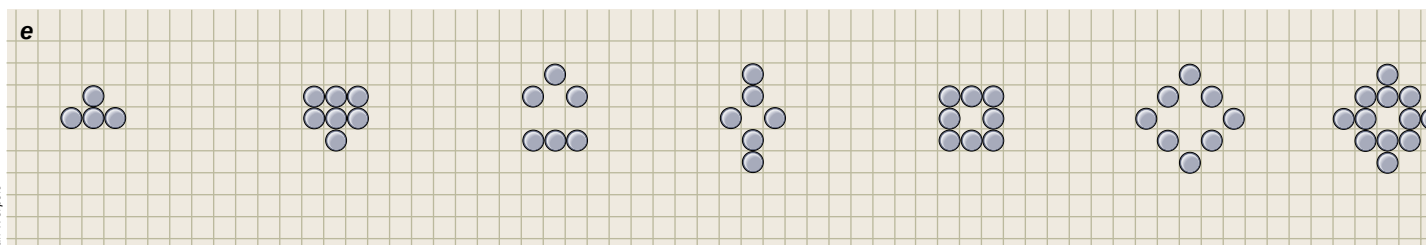
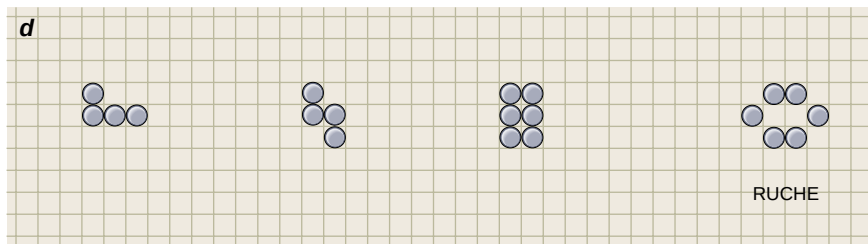
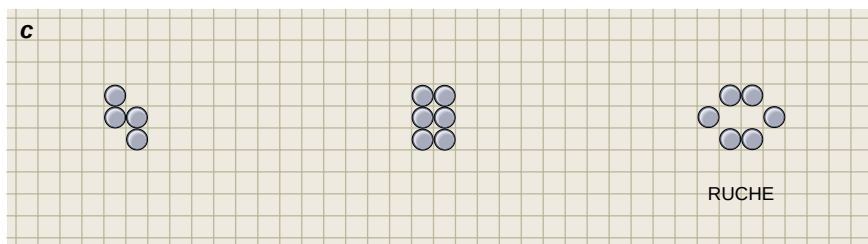
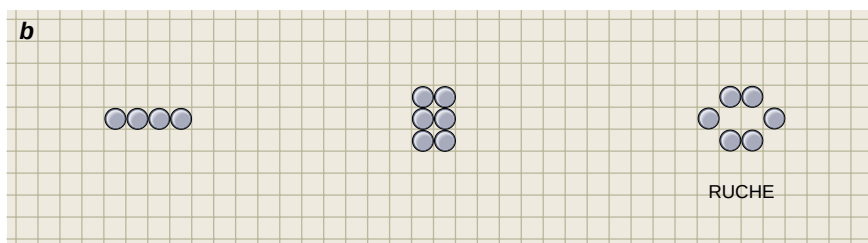
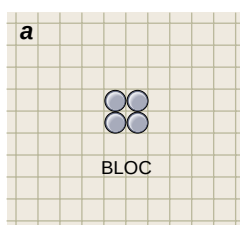
J'ai également fait connaître les œuvres de Maurits Escher en 1961, ainsi que les pavages non périodiques de Roger Penrose, physicien et mathématicien d'Oxford. Penrose découvrit ses pavages en s'amusant, mais ils eurent ensuite une application insoupçonnée. Il conçut initialement deux sortes de formes, les oiseaux et les flèches, avec lesquelles il parvint à couvrir le plan, mais seulement de manière non périodique : aucune partie du dessin ne se répète. Plusieurs années après la découverte de ces pavages, la physique du solide découvrit des structures chimiques nouvelles, dont la description imposa l'usage de pavages tridimensionnels de Penrose. Depuis, les physiciens ont publié des centaines de textes sur ces objets, qui ont des propriétés mécaniques si remarquables qu'on en fait maintenant des poêles anti-attachantes et très résistantes. Une découverte de mathématiques récréa-

tives est ainsi devenue la base d'une partie importante de la physique du solide.

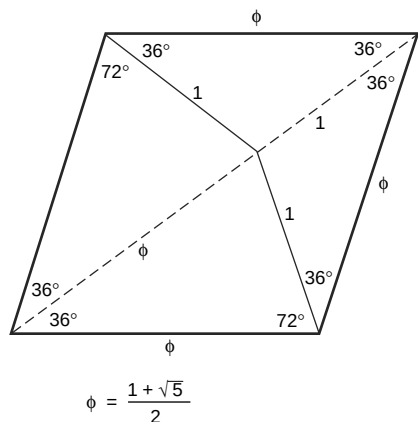
La chasse d'eau de Léonard

Les deux articles qui m'ont valu le plus de courrier sont ceux du 1^{er} avril 1975 et celui où je présentai le paradoxe de Newcomb. Dans ma chronique d'avril, je me plaignais de l'importance que les journaux consacrent aux phénomènes paranormaux et je prétendais présenter de grandes avancées scientifiques qui auraient pâti du désintérêt pour les sciences. Parmi les découvertes les plus remarquables, je mentionnais une réfutation de la théorie de la relativité et la découverte de la chasse d'eau par Léonard de Vinci. J'indiquais aussi une ouverture d'échecs que je prétendais gagnante, et j'écrivais que le nombre e (la base des logarithmes, égal à 2,718...) élevé à la puissance $\pi \times \sqrt{163}$ était un nombre entier (262 537 412 640 768 744).

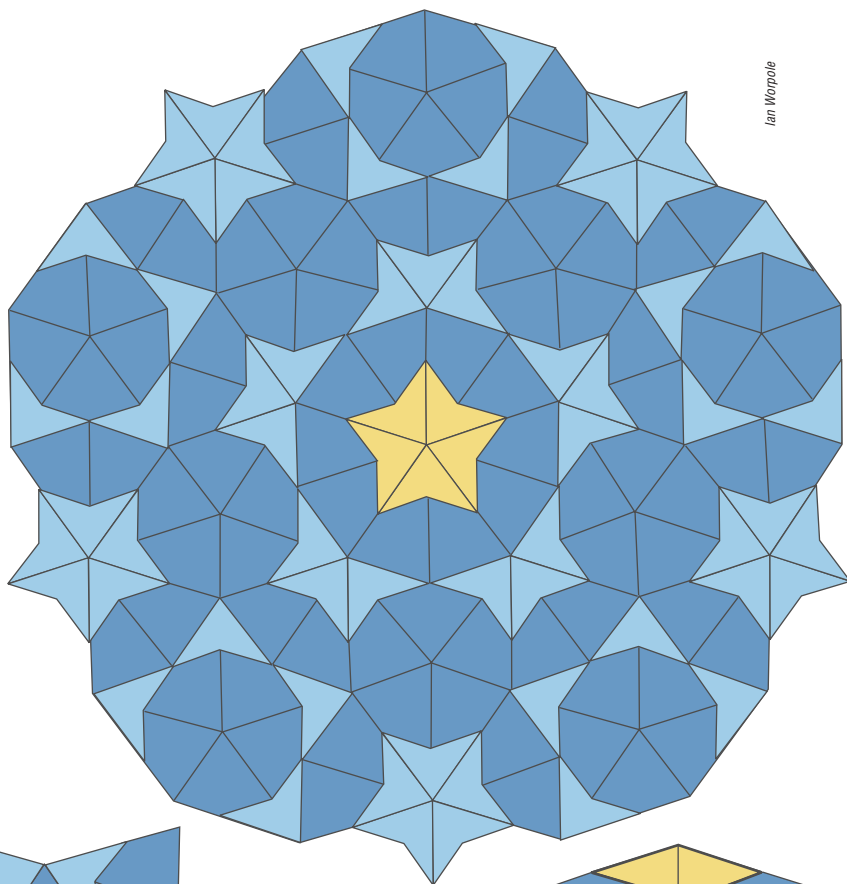
À ma grande surprise, des milliers de lecteurs prirent cet article au sérieux. Il contenait notamment une carte compliquée, où je signalais que quatre couleurs ne suffisaient pas pour que deux régions adjacentes soient toujours de couleurs différentes. Des centaines de lecteurs m'envoyèrent leurs coloriages de la carte, avec quatre couleurs seulement, mais je n'en fus pas étonné : le



5. DANS LE JEU DE LA VIE, inventé par le mathématicien John Conway, des formes évoluent en raison de l'application répétée de trois règles simples, qui conduisent à l'ajout ou à la suppression d'un pion : tout pion entouré de deux ou trois autres pions reste en place (on considère les pions de toutes les cases adjacentes par un côté ou par un sommet) ; tout pion ayant 0, 1, 4, 5, 6, 7 ou 8 pions voisins est éliminé ; on ajoute un pion dans les cases vides quand elles sont entourées de trois pions exactement. Avec ces règles, on observe qu'un bloc carré (a) reste stable, parce que chacun de ses quatre pions a exactement trois voisins et qu'aucune case vide n'a trois voisins. Les trois formes indiquées en b, c et d évoluent vers la «ruche», qui est stable. Le cinquième arrangement évolue en dix étapes pour former un clignotant.



6. ON RÉALISE UN DES PAVAGES DE PENROSE en divisant un losange en deux pièces, que l'on nomme «oiseau» et «flèche», de sorte que le rapport de leurs diagonales soit égal à ϕ , le nombre d'or, égal à $(1 + \sqrt{5})/2$ (voir le schéma ci-dessus). Quand on juxtapose cinq flèches, on obtient une étoile (en jaune, sur la figure en haut à droite). Si on place alors dix oiseaux autour de l'étoile et si l'on étend le pavage symétriquement, on construit une structure étoilée infinie. On peut aussi paver le plan à l'aide du deux, du valet et de la reine (en bas à droite).

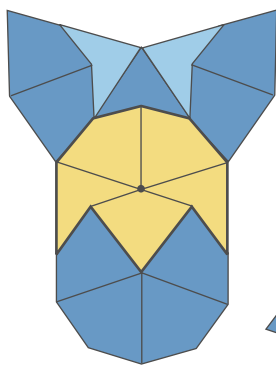


Ian Worpole

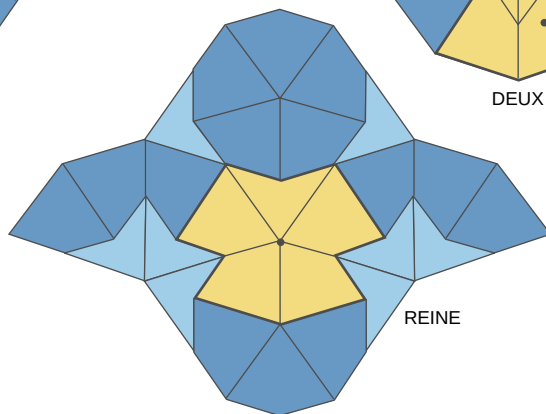
théorème des quatre couleurs avait été démontré l'année précédente.

Le physicien William Newcomb, d'autre part, inventa le paradoxe qui porte aujourd'hui son nom et qui fut publié pour la première fois par le philosophe Robert Nozick, de l'Université Harvard. Imaginons deux boîtes fermées, A et B, qui contiennent respectivement 1 000 francs et soit 0, soit un million de francs. Vous avez deux possibilités : prendre seulement la boîte B ou prendre les deux boîtes. Avec des boîtes normales, le choix est vite fait : si vous prenez les deux boîtes, vous récupérerez à la fois le contenu de la boîte A et celui de la boîte B. Imaginons toutefois qu'un être supérieur puisse prévoir votre choix et modifier le contenu de la boîte B : s'il prévoit que vous choisirez les deux boîtes, il vide la boîte B, de sorte que vous n'avez finalement que les 1 000 francs de la boîte A ; s'il prévoit que vous choisirez seulement la boîte B, il y met un million de francs.

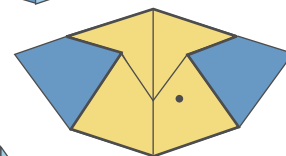
Si vous admettez que l'être supérieur ne se trompe pas, vous devez choisir



VALET



REINE



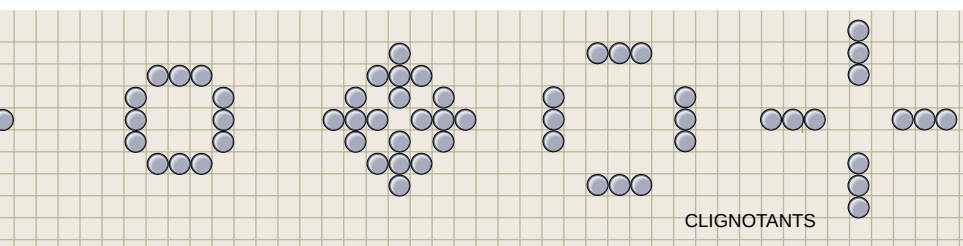
DEUX

seulement la boîte B, afin de gagner un million de francs. Toutefois ce raisonnement simple est fautif : l'être supérieur fait sa prévision avant que vous ayez choisi, et il n'a pas le pouvoir de changer ensuite le contenu des boîtes. Au moment où vous choisissez, la boîte B est soit vide, soit pleine d'un million de francs. Si elle est vide, votre gain

est nul si vous choisissez seulement B, tandis que si vous prenez les deux boîtes, vous gagnez 1 000 100 francs si la boîte B contient un million de francs. Selon ce nouveau raisonnement, vous devez choisir les deux boîtes.

Les deux raisonnements semblent inattaquables, mais ils ne peuvent être tous les deux justes. C'est là le paradoxe de Newcomb, qui me valut tant de lettres de lecteurs que je ne pus y répondre : je dus les transmettre à R. Nozick, qui me donna la teneur d'une réponse collective. À ce jour, le paradoxe reste irrésolu. J'y vois personnellement l'impossibilité d'un être supérieur qui prévoirait nos décisions.

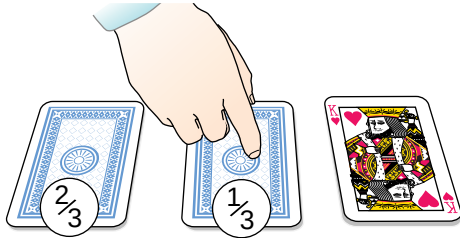
Si la logique est une branche importante des mathématiques récréatives,



CLIGNOTANTS

Réponses aux quatre problèmes de la page 87

1. La plupart des personnes qui examinent ce problème pensent que la probabilité passe de $1/3$ à $1/2$ quand on retourne une figure : deux cartes seulement sont retournées, et l'une doit être l'as. Pourtant la probabilité reste égale à $1/3$. En effet, la probabilité que vous n'ayez pas trouvé l'as reste égale à $2/3$, mais votre ami a éliminé une partie de l'incertitude en montrant une des cartes non choisies, qui n'est pas un as. Il reste donc une probabilité égale à $2/3$ que l'autre carte non choisie soit l'as. Si votre ami vous accorde la possibilité de changer votre choix, vous devez la saisir.



J'ai présenté ce problème en octobre 1959 sous une forme un peu différente : au lieu de trois cartes, je considérais trois prisonniers, dont l'un avait été gracié. En 1990, Marilyn vos Savant, l'auteur d'une chronique dans le magazine *Parade*, proposa une version différente du même problème, avec trois portes et une voiture derrière l'une d'elles. Elle donna la réponse exacte, mais reçut des milliers de lettres de lecteurs en colère (beaucoup étaient des mathématiciens), l'accusant d'ignorer la théorie des probabilités. L'affaire fit même la une du *New York Times*. Plus récemment, Jean-Paul Delahaye a également mentionné le problème dans un article intitulé *Persée, Piégase et Andromède*, ajoutant une simulation numérique pour achever de convaincre les sceptiques.

2. La somme est 111, parce que la matrice est une table d'addition à l'ancienne. Elle est engendrée par deux ensembles de nombres : (3, 1, 5, 2, 4, 0) et (25, 31, 13, 1, 7, 19). Chaque nombre de la matrice est la somme d'un nombre du premier ensemble et d'un nombre du second ensemble. Lorsque vous choisissez les six nombres que vous entourez, vous sélectionnez six paires de nombres, incluant les 12 générateurs. Aussi la somme de ces six nombres est toujours égale à celle des 12 générateurs.

	3	1	5	2	4	0
25	28	26	30	27	29	25
31	34	32	36	33	35	31
13	16	14	18	15	17	13
1	4	2	6	3	5	1
7	10	8	12	9	11	7
19	22	20	24	21	23	19

Ian Morpale

3. Toutes les chaînes de mots convergent. Ce résultat peut sembler providentiel, mais il n'est que la conséquence du principe découvert par le mathématicien Martin Kruskal dans les années 1970. Lorsque le nombre total de mots est notablement supérieur au nombre de lettres du mot le plus long, les paires de chaînes de mots conduisent généralement au même mot clé. Au-delà, toutes les chaînes sont identiques. Pour le vérifier, partez de plusieurs mots et tracez les chaînes.

premier

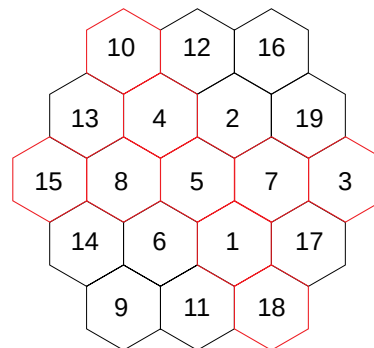
4. Pour simplifier, imaginez un jeu de dix cartes avec les couleurs noire (N) et rouge (R) alternées : NRNRNRNRNR. Si vous coupez comme indiqué, vous obtenez deux paquets de cinq cartes : NRNRN et RNRNR. Au début du mélange, les deux cartes au début des paquets sont de couleurs différentes. Si, par exemple, la première carte obtenue par le mélange est N (du premier paquet), les deux cartes à la base des deux paquets restants seront R, de sorte que la libération d'une nouvelle carte créera une paire RN. Si une carte R tombe en premier, les deux cartes à la base seront N, de sorte qu'une paire NR se formera ensuite. On répète ensuite le raisonnement, pour conclure que toutes les paires seront NR ou RN.



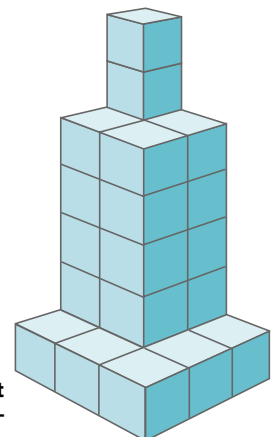
OU



Ce phénomène résulte du principe de Gilbreath, d'après le nom de son découvreur : le magicien californien Norman Gilbreath. Les magiciens l'ont utilisé dans des centaines de tours de cartes.



CET HEXAGONE est « magique » : la somme des nombres de n'importe quelle ligne est égale à 38.



LE GRATTE-CIEL ne peut être formé à partir des polyèdres de Soma.

les nombres, également, sont l'objet de problèmes variés. Les carrés magiques, notamment, intéressent les amateurs depuis très longtemps. Un carré est magique quand les nombres qui y figurent ont la particularité que leurs sommes, par ligne, par colonnes ou selon les deux diagonales, sont toutes égales. On utilise généralement des nombres entiers consécutifs, à partir de 1. Il n'existe qu'un seul carré magique d'ordre trois, avec les nombres entiers compris entre 1 et 9 dans un carré de trois cases de côté (aux symétries et aux rotations près). Toutefois, il existe 880 carrés magiques d'ordre quatre, et le nombre de solutions augmente rapidement avec l'ordre des carrés.

Pourquoi le cas des hexagones magiques est-il si différent? En 1963, Clifford Adams, un ancien employé de la Société des chemins de fer *Reading*, m'envoya un hexagone magique d'ordre trois que je transmis à Charles Trigg, mathématicien de Los Angeles : ce dernier prouva que cet hexagone est le seul hexagone magique d'ordre trois et qu'aucun hexagone magique d'un autre ordre n'existe.

Comment se transforme le problème des carrés magiques si l'on n'impose plus que les nombres qui remplissent les cases soient des nombres entiers consécutifs? Si la seule condition est qu'ils soient distincts, on peut construire de nombreux carrés magiques d'ordre trois. Par exemple, il en existe une infinité qui contiennent seulement des nombres premiers. Un carré magique d'ordre trois peut-il être formé de neuf carrés parfaits distincts? Il y a deux ans, dans la revue *Quantum*, j'ai offert 100 dollars à qui résoudrait ce problème, mais je n'ai pas encore dû récompenser quelqu'un qui aurait trouvé un tel «carré de carrés» ; personne n'a, non plus, démontré qu'il n'en existait pas. Si un tel carré existe, ses nombres doivent être gigantesques, voire hors d'atteinte des ordinateurs les plus rapides. Pourquoi les mathématiciens s'acharneraient-ils à trouver une telle solution, sachant que sa connaissance ne servirait probablement à rien? Simplement parce qu'ils ne peuvent supporter de supputer l'existence d'une solution sans le démontrer.

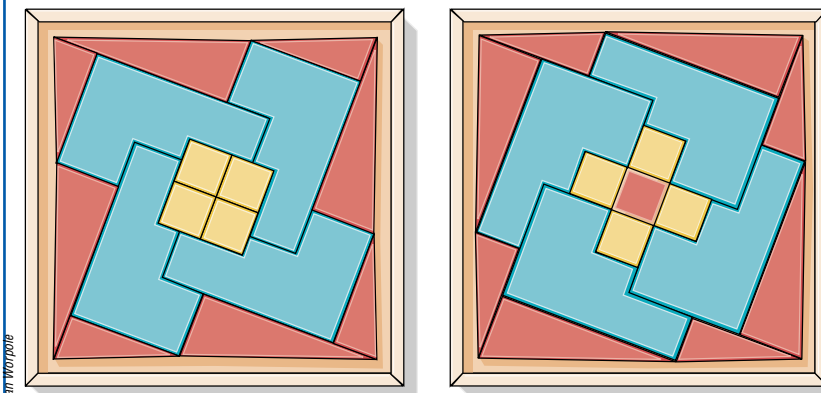
Cet intérêt général pour les nombres inspira certains articles (environ un par an) où j'évoquai mes rencontres avec un numérologiste que je nommai le docteur Irving Joshua Matrix. Ce personnage s'intéressait aux étranges

Le paradoxe de l'aire manquante

Considérons les deux pavages ci-dessous. Chacun est composé des mêmes 16 pièces : quatre grands triangles rectangles rouges, quatre petits triangles rectangles rouges, quatre octogones bleus et quatre carrés jaunes. Dans le pavage de gauche, les pièces s'assemblent parfaitement, mais, dans le pavage de droite, un petit carré n'est

pas recouvert, au centre. Comment cela est-il possible ? Pourquoi la surface recouverte est-elle plus grande à gauche qu'à droite ?

Le secret de ce paradoxe, montré dans un article de 1961, sera révélé dans la rubrique « Tribune des lecteurs » du prochain numéro de *Pour la Science*.



propriétés numériques des nombres ou des mots (notez le nombre 666 formé par les nombres de lettres des trois parties de son nom). De nombreux lecteurs ont supposé que le docteur Matrix et sa jolie fille Iva Toshiyori étaient réels. Un lecteur japonais, en particulier, me signala que Toshiyori était un nom de famille des plus curieux, parce qu'il signifie «rue du vieil homme», en japonais : effectivement j'avais trouvé ce mot sur une carte de Tokyo et je l'avais donné à la fille du docteur Matrix, parce que j'avais décidé que celle-ci serait japonaise par sa mère.

Je regrette que ma rubrique se soit achevée avant 1997 : je n'aurais pas manqué d'interroger le docteur Matrix à propos du grotesque best seller inti-

tulé *La Bible : le code secret*, et j'aurais démonté les prétentions de son auteur. Celui-ci prétend prévoir l'avenir à partir des combinaisons de lettres que l'on peut extraire du texte hébreu de l'Ancien Testament en partant d'une lettre, puis en sautant un nombre donné de lettres plus loin, puis en sautant encore du même nombre de lettres plus loin, et ainsi de suite. Ce système aurait plu au docteur Matrix, mais méfions-nous de la numérologie : elle permet, par des procédés analogues, de trouver du sens dans n'importe quel ensemble de données ; le système de *La Bible : le code secret*, notamment, conduit également à des prévisions quand on l'utilise pour explorer *Guerre et Paix* ou *La recherche du temps perdu* !

Martin GARDNER est l'auteur de plus de 70 livres de science, de mathématiques, de philosophie ou de littérature. C'est une figure de la lutte contre le paranormal.

W.W. ROUSE BALL et H.S.M. COXETER, *Mathematical Recreations and Essays*, 13^e édition, Dover Publications, 1987.

La mathématique des jeux, Bibliothèque Pour la Science (diffusion Belin), Paris, 1990.

Visions géométriques, Bibliothèque Pour la Science (diffusion Belin), Paris, 1990.

Martin GARDNER, *Jeux mathématiques du Scientific American* (adapté par Yves Roussel), Association pour le développement de la culture scientifique, Amiens, 1996.

Jean-Paul DELAHAYE, *Logique, informatique et paradoxes*, Bibliothèque Pour la Science (diffusion Belin), Paris, 1996.

Yvon L'HOSPITALIER, *Énigmes et jeux logiques, résolution et construction*, éditions Eyrolles, Paris, 1998.

Bernard GERVAIS, *Les carrés magiques de 5*, éditions Eyrolles, Paris, 1998.

