

5. LE PROBLÈME DE KIRKMAN (1847)

Ce problème est un grand classique. Une maîtresse d'école accompagne chaque jour ses 15 élèves (désignés par a, b, c, ...) en promenade. Ceux-ci doivent être disposés en 5 rangées de 3, de sorte que, pendant 7 jours consécutifs, aucun élève ne soit plus d'une fois avec un de ses camarades dans une même rangée. Comment procéder? Solution.

Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
afk	abe	bcf	efi	cek	egm	kmd
bgl	cdg	deh	ghk	dfi	fhn	lne
chm	hil	ijm	lma	gio	ikb	obh
din	jkn	klo	noc	hja	jlc	aci
ejo	mof	nag	bdj	mnb	oad	fgj

Pascal Kaeser propose de choisir un ensemble de 15 mots et de construire un poème comportant 7 strophes de 5 vers, où chaque vers contient 3 des 15 mots, d'une manière conforme à la disposition des élèves dans la solution du problème de Kirkman. Ni l'ordre des strophes ni celui des vers à l'intérieur d'une strophe ne sont dictés par la contrainte. Exemple :

a = bal	b = feu	c = chic	d = monde	e = doute
f = mal	g = jeu	h = hic	i = onde	j = route
k = val	l = peu	m = pic	n = ronde	o = toute

La vie au val (Pascal Kaeser 1994)

Zut ! Le dormeur du val a mal ouvert le bal.
Son jeu de contorsions manquait un peu de feu.
Il a le chic pour fondre à pic, voilà le hic!
Sa ronde autour de l'onde a fait fuir le beau monde.
Toute étoile, sans doute, erre en vain sur sa route.

Quand le doute prend feu et qu'il mène le bal,
Le jeu de l'esprit chic se heurte au mur du monde.
Peu après, l'onde naît, qui propage le hic
Sur la route du val, à cent lieues à la ronde.
Toute montagne a mal quand vacille son pic.

Dès qu'un choc a le chic d'ombrer le feu du mal,
Le doute éclate et le monde est beau, hic et nunc.
Autour du pic s'ouvre une route en forme d'onde,
Qu'imprègne un peu toute la sagesse du val.
Le bal est clos, le jeu éclôt, voici la ronde!

L'onde du mal s'éteint : il n'y a plus de doute.
Le val berce le jeu sans émettre un seul hic.
Peu s'en faut que le pic soit le seigneur du bal.
Toute la faune chic s'étourdit à la ronde.
Chants de joie et routes en feu : le monde est ivre !

Chic ! Le dormeur du val a surmonté ses doutes :
Peu de monde à présent saurait le maltraiter.
Qu'il sorte le grand jeu ! L'onde est toute à son vœu.
Pas de hic à prévoir, en route pour le bal !
Pic et pic et colegram, la ronde est en feu.

Nul doute que le jeu va rejoindre le pic !
Le mal quitte la ronde : il rend son dernier hic.
Victoire ! Une onde de feu embrase le val.
Peu de route à franchir pour atteindre le chic.
Aujourd'hui, le monde est un bal. En avant toutes !

Vrai ! Le dormeur du val a fait du monde un pic,
Dont la ceinture ronde est peu livrée au doute.
Boutons le feu au hic, combattons toute peste !
Du rire activons l'onde et le bal sera chic.
Il n'y a plus de mal quand le jeu est en route.

Une Litanie de la Vierge
Dame Defens. Mère de dieu Très nette
Infini Pris. Souvenir gracieux
Mame Defens. Très chière Pucelette
Esjouy Ris. Plaisir mélodieux
Apuy Rassis. Safir Très précieux
D'onneur sentier. Support bon en tout fait
Rubi chieris. Désir humble joyeux
Cœur doux et chier. Confort seur et parfait

Le principe fut repris par Raymond Queneau qui composa dix sonnets (14 alexandrins groupés en deux quatrains suivis de deux tercets) de façon qu'en prenant un vers à chaque fois dans l'un des dix possibles, on obtienne toujours un sonnet régulier. Le fait qu'il y ait dix choix possibles pour chacun des 14 vers conduit à un total de 10^{14} sonnets possibles, c'est-à-dire Cent mille milliards de poèmes, ce qui est le titre de l'ouvrage publié en 1961 par les Éditions Gallimard. Malgré son contenu potentiel énorme, il n'est pas très épais (les feuilles en sont même cartonnées pour justifier son prix), chacune des dix pages contenant les vers est découpée en 14 lamelles que vous pouvez plier. En tournant par exemple quatre lamelles de la première ligne, cinq de la seconde, deux de la troisième, etc., vous composerez un sonnet que vous serez probablement le seul humain à lire. À raison d'un poème par minute, 24 heures par jour pendant 365 jours par an, vous lirez des poèmes différents durant plus d'un million de siècles.

J'ai étudié avec attention tous ces sonnets et ma conclusion est formelle : le meilleur sonnet porte le numéro 31415926535897 (on tourne trois lamelles pour avoir le premier vers, puis une pour le second, puis quatre pour le troisième, etc.). Le voici :

C'était à cinq o'clock que sortait la marquise
Depuis que lord Elgin négligea ses naseaux
Une tige il portait qui n'était pas de mise
Il chantait tout de même oui mais il chantait faux
Il déplore il déplore une telle mainmise
On prépare la route aux pensers sépulcraux
Nous regrettons un peu ce tas de marchandise
Que les parents féconds offrent aux purs berceaux
Devant la boue urbaine on retrousse sa cotte
Comme à Chandernagor le manant sent la crotte
Lorsqu'il voit la gadoue il cherche le purin
On a bu du pinard à toutes les époques
Comptant tes abattis lecteur tu te disloques
Le métronome à force incarne le devin.

CARRÉ MAGIQUE

Des structures mathématiques plus complexes peuvent intervenir lors de ces jeux d'écriture. Un carré magique est un tableau de nombres dont la somme de chaque ligne et de chaque colonne est toujours la même. On impose aussi que les diagonales donnent le même total et que les nombres utilisés soient 1, 2, 3, ... jusqu'au 9 pour un carré 3×3 , jusqu'au 16 pour un carré 4×4 , etc. Un des plus simples, de total 15, est :

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Pascal Kaeser, dans son livre *Nouveaux exercices de style. Jeux mathématiques et poésie* (Diderot, 1997), propose de composer un poème suivant ce carré magique : le nombre de pieds des trois premiers vers est déterminé par la première ligne du carré magique : 2, 9, 4. La seconde ligne donne le nombre de pieds des vers du deuxième groupe de trois vers, etc.

Magie !

Imagine un monde où l'important

Serait le jeu,

Seul moteur des énergies.

Exit militants

Et grincheux !

Au placard nostalgique,

Temps

Cruel et climat orageux !

L'utilisation de la contrainte introduit un équilibre dans l'ensemble du poème : le nombre de syllabes de chaque strophe est 15, mais, de plus, la somme des longueurs des premier vers (ou des seconds, ou des troisièmes) des différentes strophes est aussi constante et il y a un vers de chaque longueur possible : 1 pied, 2 pieds, ... 9 pieds. Tout cela confère à l'ensemble une élégante et secrète esthétique.

CARRÉ GRÉCO-LATIN

Toujours avec l'idée d'introduire une organisation cachée, on utilise un carré gréco-latin dont chaque case contient une lettre grecque et une lettre latine telles que :

(i) Chaque lettre grecque α , β , γ , etc., apparaît dans chaque ligne, et chaque colonne une fois exactement, de même que chaque lettre de l'alphabet latin a, b, c, etc. ;

(ii) Chaque case contient une lettre grecque et une lettre latine ;

(iii) Deux cases différentes ne contiennent jamais les mêmes deux lettres.

Voici un carré gréco-latin d'ordre 3 :

γc	αb	βa
βb	γa	αc
αa	βc	γb

Euler, dans un mémoire écrit à la fin de sa vie, prétendit qu'il n'existait pas de

6. POÈMES PROGRESSIFS

A	J'
un	ai
mur	cru
bête	voir
blanc	parmi
ivoire	toutes
montent	beautés
certain	insignes
vigoureux	Rosemonde
sarmenteux :	resplendir
persicaires,	flamboyante
aristoloches,	pantelante
inimaginables,	écartelée
chèvrefeuilles	évoquant
monstrueusement	quelque
indisciplinables,	charme
suremberlificotés,	scié
multidimensionnels.	sur
Latis	un
	x
	G. Perec

carré gréco-latin pour les nombres de la forme $4k + 2$ (pour les autres, il avait proposé une méthode de construction). En 1960, R. Bose, E. Parker et S. Shrikhande ont démontré qu'il est possible de construire un carré gréco-latin d'ordre N pour toute valeur de N sauf 2 et 6. En particulier donc pour l'ordre 10, Pascal Kaeser propose d'utiliser de telles structures pour composer des poèmes comme celui-ci basé sur un carré gréco-latin d'ordre 4 et construit sur un principe transparent :

Je suis	je bois	je suis	je vois
dans l'air	de l'eau	si feu	par terre
Je suis	je vois	je fuis	je bois
sur terre	un feu	tant d'eau	plein air
Je vois	je suis	je bois	je fuis
sous l'eau	fait d'air	à terre	le feu
Je bois	je fuis	je vois	je suis
sans feu	vers terre	en l'air	fou d'eau

Le carré gréco-latin le plus intéressant est celui qui prouva l'inexactitude de la conjecture d'Euler. Claude Berge, membre de l'OULIPO, avait proposé d'écrire une série de dix récits ayant chacun dix personnages dont les rôles (« amoureux violent », « bête à manger du foin », etc.) seraient déterminés par la structure d'un carré gréco-latin d'ordre 10. L'idée fut reprise par Georges Perec, qui construisit son roman *La vie, mode d'emploi* (Hachette, 1978), sur la structure d'un carré gréco-latin d'ordre 10 associé à un parcours du cavalier de toutes les cases. À chaque pièce d'un immeuble de neuf étages et de dix fenêtres de largeur correspond un chapitre du livre. Le contenu des cases du carré gréco-latin détermine le mobilier, les décors, les personnages, les allusions littéraires, historique ou géographique, les citations présentes dans le chapitre. Le passage d'une pièce à l'autre quand on change de chapitre est fixé par une solution (trouvée à la main

par Perec lui-même) du problème du cavalier sur un échiquier 10×10 : faire parcourir toutes les cases de l'échiquier en respectant les règles du déplacement d'un cheval d'échecs et sans passer deux fois par la même.

Toujours sur un échiquier, le problème des huit reines consiste à disposer ces reines de sorte qu'aucune reine ne soit en prise. Pascal Kaeser propose d'associer à l'échiquier un poème composé de huit vers de huit pieds construits sur le principe suivant. À chaque case de l'échiquier correspond un pied du poème, conformément à la disposition géométrique solution du problème ; la présence d'une reine sur une case est traduite par la répétition, aux endroits appropriés, d'un monosyllabe choisi. Le poème de Pascal Kaeser intitulé *Un trou dans l'espace-temps*, est illustré à côté du titre. Un autre poème du même auteur, tiré d'un problème célèbre, le problème de Kirkman, est détaillé sur la figure 5.

Bien d'autres objets mathématiques ont été utilisés par ces curieux virtuoses de la langue qui pimentent leur travail de composition littéraire dans l'espoir de bâtir sur une architecture mathématique un texte plus beau, plus original, plus singulier que ceux que la liberté et le désordre de l'imagination produisent. Les mathématiques sont un jeu, la littérature un autre, quoi d'étonnant qu'en les combinant on explore à l'infini des jeux encore plus drôles. L'excellente émission dominicale de Bertrand Gérome *Des papous dans la tête* sur France Culture intéressera les amateurs de littérature contrainte.

P. BRAFFORT, *Science et littérature : les deux cultures, dialogues et controverses pour l'an 2000*, Diderot Éditeur, 1998.

A. DELEDICQ, J.-C. DELEDICQ et F. CASIRO, *Les maths et la plume*, ACL Éditions, 1996.

C. GAGNIÈRE, *Pour tout l'or des mots*, Collection Bouquins, Robert Laffont, 1997.

P. KAESER, *Nouveaux exercices de style. Jeux mathématiques et poésie*, Diderot, collection "Jardin des sciences", 1997.

P. KAESER, *À l'assaut du Snark, Jeux d'écriture*, Diderot, collection "La règle et le compas", Paris 1998, ISBN : 2-84352-113-0

OULIPO, *La Littérature potentielle*, Gallimard, 1973.

OULIPO, *Atlas de littérature potentielle*, Gallimard, 1981 (deuxième édition, Folio, 1988).

OULIPO, *La bibliothèque oulipienne*, 3 volumes, éditions Seghers, 1990.

Georges PEREC, *La disparition*, Denoël, Paris 1969.

R. QUENEAU, *Cent mille milliards de poèmes*, Gallimard, Paris, 1961.



Une main-d'œuvre pharaonique ?

IAN STEWART

Dix mille ouvriers ont suffi à la construction de la Grande Pyramide de Gizeh.

La construction des pyramides de l'ancienne Égypte reste un des principaux mystères de l'archéologie. Le plus grand de ces monuments, est la Grande Pyramide de Gizeh, ou pyramide de Khéops, toujours intacte, qui fut construite sous le règne du roi Khéops, 2 500 ans avant notre ère. Elle est formée d'énormes blocs de pierre que des ouvriers extraient, taillaient, transportaient sur le site de

construction et empilaient les uns sur les autres.

Pourquoi les Égyptiens assemblaient-ils de tels édifices ? Beaucoup de pyramides sont vraisemblablement des tombes royales. Comment ces monuments étaient-ils construits ? Les hypothèses abondent, mais la question demeure. Aujourd'hui les historiens disposent d'une évaluation de la main-d'œuvre utilisée grâce aux travaux de Stuart Wier.

Les calculs de ce mathématicien amateur d'égyptologie répondent à ceux qui furent proposés, au ^{ve} siècle avant notre ère, par l'historien grec Hérodote : celui-ci estimait à 100 000 le nombre d'hommes nécessaires à la construction de la Grande Pyramide. Il semble avoir surestimé le travail, puisque S. Wier a calculé que 10 000 hommes ont suffi.

Ses calculs s'appliquent à la pyramide de Khéops, mais sont valables pour n'importe quelle autre. Il évalue d'abord la quantité d'énergie nécessaire à l'élévation d'une masse connue à une hauteur donnée. Le quotient de cette énergie potentielle par le nombre de jours de construction est la quantité de travail fournie chaque jour par tous les ouvriers égyptiens pour élever les pierres. En divisant ce résultat par la quantité moyenne d'énergie dépensée chaque jour par un ouvrier, on obtient le nombre de travailleurs recherché.

Combien de temps dura la construction ? Elle ne commença sans doute pas avant l'arrivée au pouvoir de Khéops, et la date de son achèvement reste incertaine. S. Wier suppose le temps de construction égal à la durée du règne de Khéops : 23 ans, soit 8 400 jours de travail ininterrompu.

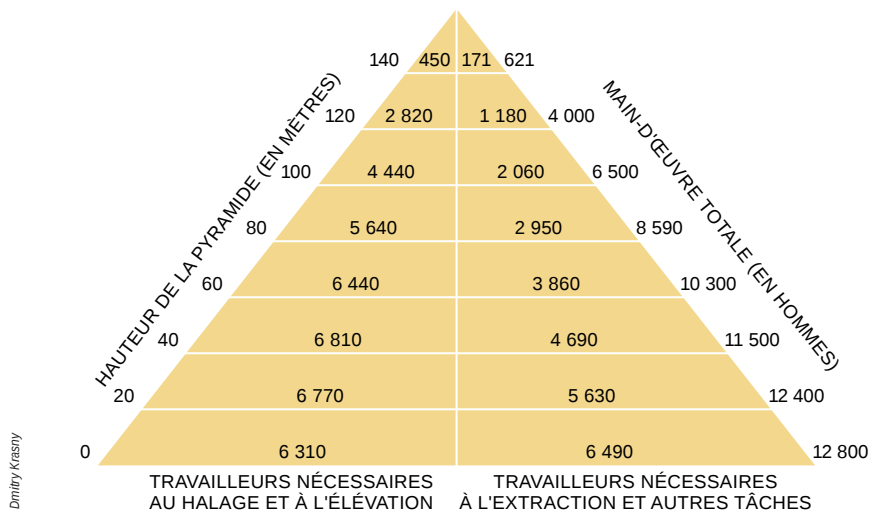
La Grande Pyramide de Gizeh mesurait initialement 146,7 mètres de hauteur et 230,4 mètres de côté à la base. Son volume V (le tiers du produit de la hauteur par la surface de la base) était donc de 2,6 millions de mètres cubes. Comme la roche utilisée est un calcaire de densité 2,7 (2 700 kilogrammes par mètre cube), le poids de la pyramide atteignait sept milliards de kilogrammes. L'énergie potentielle E_p (le quart du produit du poids par la hauteur et par l'accélération de la pesanteur g , égale à 9,81 mètres par seconde carrée) est égale à 2 520 milliards de joules.

En moyenne, un homme fournit 240 000 joules par jour. Dans l'hypothèse d'une efficacité parfaite, 1 250 hommes ont suffi pour l'élévation des pierres.



Roger Ressmeyer, Corbis

1. La Grande Pyramide (au centre), à Gizeh, peut avoir été construite par 10 000 hommes seulement.



Dmitry Krasny

2. Main-d'œuvre nécessaire à la construction de la Grande Pyramide.