

CARRÉ MAGIQUE

Des structures mathématiques plus complexes peuvent intervenir lors de ces jeux d'écriture. Un carré magique est un tableau de nombres dont la somme de chaque ligne et de chaque colonne est toujours la même. On impose aussi que les diagonales donnent le même total et que les nombres utilisés soient 1, 2, 3, ... jusqu'au 9 pour un carré 3×3 , jusqu'au 16 pour un carré 4×4 , etc. Un des plus simples, de total 15, est :

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Pascal Kaeser, dans son livre *Nouveaux exercices de style. Jeux mathématiques et poésie* (Diderot, 1997), propose de composer un poème suivant ce carré magique : le nombre de pieds des trois premiers vers est déterminé par la première ligne du carré magique : 2, 9, 4. La seconde ligne donne le nombre de pieds des vers du deuxième groupe de trois vers, etc.

Magie !

Imagine un monde où l'important

Serait le jeu,

Seul moteur des énergies.

Exit militants

Et grincheux !

Au placard nostalgique,

Temps

Cruel et climat orageux !

L'utilisation de la contrainte introduit un équilibre dans l'ensemble du poème : le nombre de syllabes de chaque strophe est 15, mais, de plus, la somme des longueurs des premier vers (ou des seconds, ou des troisièmes) des différentes strophes est aussi constante et il y a un vers de chaque longueur possible : 1 pied, 2 pieds, ... 9 pieds. Tout cela confère à l'ensemble une élégante et secrète esthétique.

CARRÉ GRÉCO-LATIN

Toujours avec l'idée d'introduire une organisation cachée, on utilise un carré gréco-latin dont chaque case contient une lettre grecque et une lettre latine telles que :

(i) Chaque lettre grecque α , β , γ , etc., apparaît dans chaque ligne, et chaque colonne une fois exactement, de même que chaque lettre de l'alphabet latin a, b, c, etc. ;

(ii) Chaque case contient une lettre grecque et une lettre latine ;

(iii) Deux cases différentes ne contiennent jamais les mêmes deux lettres.

Voici un carré gréco-latin d'ordre 3 :

γc	αb	βa
βb	γa	αc
αa	βc	γb

Euler, dans un mémoire écrit à la fin de sa vie, prétendit qu'il n'existait pas de

6. POÈMES PROGRESSIFS

A	J'
un	ai
mur	cru
bête	voir
blanc	parmi
ivoire	toutes
montent	beautés
certain	insignes
vigoureux	Rosemonde
sarmenteux :	resplendir
persicaires,	flamboyante
aristoloches,	pantelante
inimaginables,	écartelée
chèvrefeuilles	évoquant
monstrueusement	quelque
indisciplinables,	charme
suremberlificotés,	scié
multidimensionnels.	sur
Latis	un
	x
	G. Perec

carré gréco-latin pour les nombres de la forme $4k + 2$ (pour les autres, il avait proposé une méthode de construction). En 1960, R. Bose, E. Parker et S. Shrikhande ont démontré qu'il est possible de construire un carré gréco-latin d'ordre N pour toute valeur de N sauf 2 et 6. En particulier donc pour l'ordre 10, Pascal Kaeser propose d'utiliser de telles structures pour composer des poèmes comme celui-ci basé sur un carré gréco-latin d'ordre 4 et construit sur un principe transparent :

Je suis	je bois	je suis	je vois
dans l'air	de l'eau	si feu	par terre
Je suis	je vois	je fuis	je bois
sur terre	un feu	tant d'eau	plein air
Je vois	je suis	je bois	je fuis
sous l'eau	fait d'air	à terre	le feu
Je bois	je fuis	je vois	je suis
sans feu	vers terre	en l'air	fou d'eau

Le carré gréco-latin le plus intéressant est celui qui prouva l'inexactitude de la conjecture d'Euler. Claude Berge, membre de l'OULIPO, avait proposé d'écrire une série de dix récits ayant chacun dix personnages dont les rôles (« amoureux violent », « bête à manger du foin », etc.) seraient déterminés par la structure d'un carré gréco-latin d'ordre 10. L'idée fut reprise par Georges Perec, qui construisit son roman *La vie, mode d'emploi* (Hachette, 1978), sur la structure d'un carré gréco-latin d'ordre 10 associé à un parcours du cavalier de toutes les cases. À chaque pièce d'un immeuble de neuf étages et de dix fenêtres de largeur correspond un chapitre du livre. Le contenu des cases du carré gréco-latin détermine le mobilier, les décors, les personnages, les allusions littéraires, historique ou géographique, les citations présentes dans le chapitre. Le passage d'une pièce à l'autre quand on change de chapitre est fixé par une solution (trouvée à la main

par Perec lui-même) du problème du cavalier sur un échiquier 10×10 : faire parcourir toutes les cases de l'échiquier en respectant les règles du déplacement d'un cheval d'échecs et sans passer deux fois par la même.

Toujours sur un échiquier, le problème des huit reines consiste à disposer ces reines de sorte qu'aucune reine ne soit en prise. Pascal Kaeser propose d'associer à l'échiquier un poème composé de huit vers de huit pieds construits sur le principe suivant. À chaque case de l'échiquier correspond un pied du poème, conformément à la disposition géométrique solution du problème ; la présence d'une reine sur une case est traduite par la répétition, aux endroits appropriés, d'un monosyllabe choisi. Le poème de Pascal Kaeser intitulé *Un trou dans l'espace-temps*, est illustré à côté du titre. Un autre poème du même auteur, tiré d'un problème célèbre, le problème de Kirkman, est détaillé sur la figure 5.

Bien d'autres objets mathématiques ont été utilisés par ces curieux virtuoses de la langue qui pimentent leur travail de composition littéraire dans l'espoir de bâtir sur une architecture mathématique un texte plus beau, plus original, plus singulier que ceux que la liberté et le désordre de l'imagination produisent. Les mathématiques sont un jeu, la littérature un autre, quoi d'étonnant qu'en les combinant on explore à l'infini des jeux encore plus drôles. L'excellente émission dominicale de Bertrand Gérome *Des papous dans la tête* sur France Culture intéressera les amateurs de littérature contrainte.

P. BRAFFORT, *Science et littérature : les deux cultures, dialogues et controverses pour l'an 2000*, Diderot Éditeur, 1998.

A. DELEDICQ, J.-C. DELEDICQ et F. CASIRO, *Les maths et la plume*, ACL Éditions, 1996.

C. GAGNIÈRE, *Pour tout l'or des mots*, Collection Bouquins, Robert Laffont, 1997.

P. KAESER, *Nouveaux exercices de style. Jeux mathématiques et poésie*, Diderot, collection "Jardin des sciences", 1997.

P. KAESER, *À l'assaut du Snark, Jeux d'écriture*, Diderot, collection "La règle et le compas", Paris 1998, ISBN : 2-84352-113-0

OULIPO, *La Littérature potentielle*, Gallimard, 1973.

OULIPO, *Atlas de littérature potentielle*, Gallimard, 1981 (deuxième édition, Folio, 1988).

OULIPO, *La bibliothèque oulipienne*, 3 volumes, éditions Seghers, 1990.

Georges PEREC, *La disparition*, Denoël, Paris 1969.

R. QUENEAU, *Cent mille milliards de poèmes*, Gallimard, Paris, 1961.



Une main-d'œuvre pharaonique ?

IAN STEWART

Dix mille ouvriers ont suffi à la construction de la Grande Pyramide de Gizeh.

La construction des pyramides de l'ancienne Égypte reste un des principaux mystères de l'archéologie. Le plus grand de ces monuments, est la Grande Pyramide de Gizeh, ou pyramide de Khéops, toujours intacte, qui fut construite sous le règne du roi Khéops, 2 500 ans avant notre ère. Elle est formée d'énormes blocs de pierre que des ouvriers extraient, taillaient, transportaient sur le site de

construction et empilaient les uns sur les autres.

Pourquoi les Égyptiens assemblaient-ils de tels édifices ? Beaucoup de pyramides sont vraisemblablement des tombes royales. Comment ces monuments étaient-ils construits ? Les hypothèses abondent, mais la question demeure. Aujourd'hui les historiens disposent d'une évaluation de la main-d'œuvre utilisée grâce aux travaux de Stuart Wier.

Les calculs de ce mathématicien amateur d'égyptologie répondent à ceux qui furent proposés, au ^{ve} siècle avant notre ère, par l'historien grec Hérodote : celui-ci estimait à 100 000 le nombre d'hommes nécessaires à la construction de la Grande Pyramide. Il semble avoir surestimé le travail, puisque S. Wier a calculé que 10 000 hommes ont suffi.

Ses calculs s'appliquent à la pyramide de Khéops, mais sont valables pour n'importe quelle autre. Il évalue d'abord la quantité d'énergie nécessaire à l'élévation d'une masse connue à une hauteur donnée. Le quotient de cette énergie potentielle par le nombre de jours de construction est la quantité de travail fournie chaque jour par tous les ouvriers égyptiens pour élever les pierres. En divisant ce résultat par la quantité moyenne d'énergie dépensée chaque jour par un ouvrier, on obtient le nombre de travailleurs recherché.

Combien de temps dura la construction ? Elle ne commença sans doute pas avant l'arrivée au pouvoir de Khéops, et la date de son achèvement reste incertaine. S. Wier suppose le temps de construction égal à la durée du règne de Khéops : 23 ans, soit 8 400 jours de travail ininterrompu.

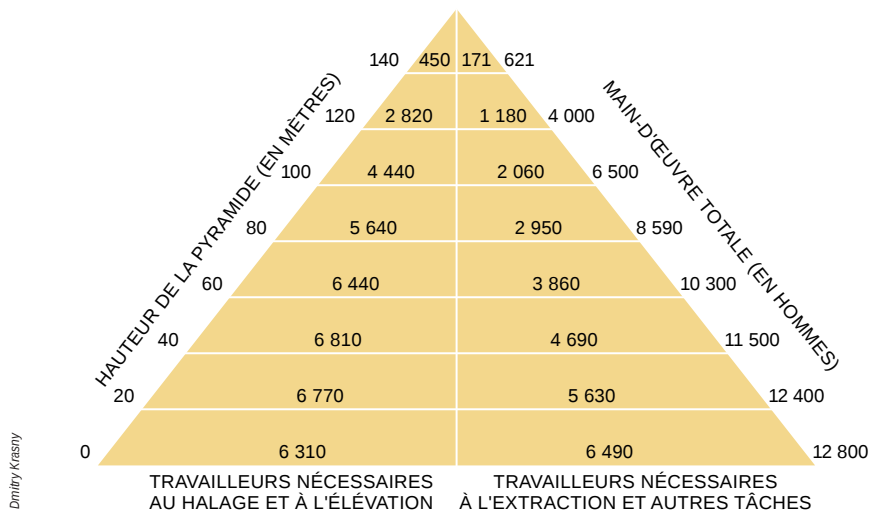
La Grande Pyramide de Gizeh mesurait initialement 146,7 mètres de hauteur et 230,4 mètres de côté à la base. Son volume V (le tiers du produit de la hauteur par la surface de la base) était donc de 2,6 millions de mètres cubes. Comme la roche utilisée est un calcaire de densité 2,7 (2 700 kilogrammes par mètre cube), le poids de la pyramide atteignait sept milliards de kilogrammes. L'énergie potentielle E_p (le quart du produit du poids par la hauteur et par l'accélération de la pesanteur g , égale à 9,81 mètres par seconde carrée) est égale à 2 520 milliards de joules.

En moyenne, un homme fournit 240 000 joules par jour. Dans l'hypothèse d'une efficacité parfaite, 1 250 hommes ont suffi pour l'élévation des pierres.

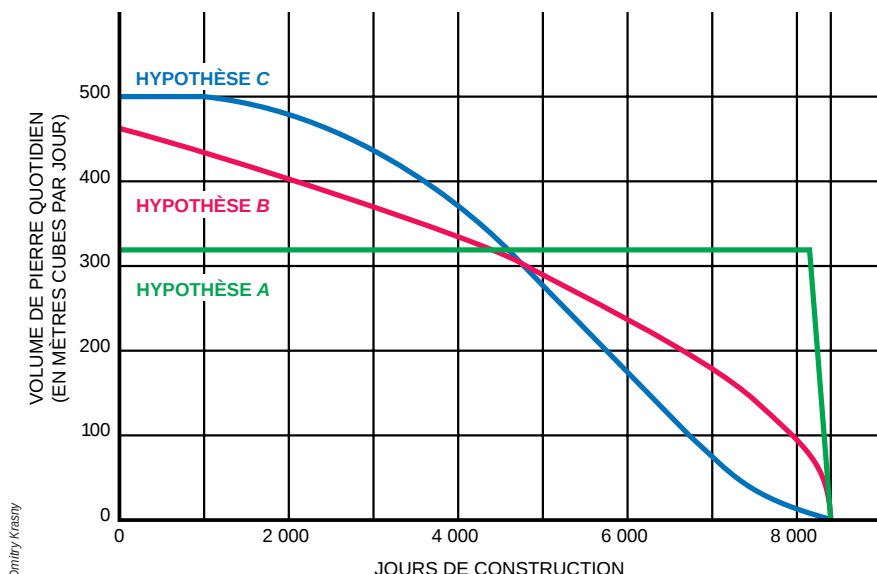


Roger Ressmeyer, Corbis

1. La Grande Pyramide (au centre), à Gizeh, peut avoir été construite par 10 000 hommes seulement.



2. Main-d'œuvre nécessaire à la construction de la Grande Pyramide.



3. Trois façons de répartir la main-d'œuvre pour achever la Grande Pyramide en 8 400 jours.

S. Wier tient compte (par un facteur 1,5) de la relative inefficacité du travail musculaire. Il n'oublie pas non plus la main-d'œuvre requise pour le transport des pierres, de la carrière jusqu'au site de construction, éloigné de quelques centaines de mètres et plus élevé de 19 mètres.

Les pyramides contiennent des passages et des chambres, quelquefois remarquables, mais l'essentiel de la construction reste un empilage de blocs. Certains archéologues pensent que les blocs étaient hissés sur de longues rampes de sable ; d'autres supposent l'utilisation d'un système de leviers.

Des gravures égyptiennes montrent que les blocs de pierre étaient halés, à leur sortie de la carrière, sur des rondins de bois. Pour calculer le nombre d'hommes requis pour le halage, S. Wier a tenu compte de l'énergie perdue par les frottements contre le sol des rondins de bois chargés d'un bloc de pierre. Il a également considéré l'énergie nécessaire à l'extraction des pierres, à leur taille ou à leur installation sur la pyramide. Il propose, pour l'ensemble de ces travaux parallèles, un maximum de 14 hommes par mètre cube de pierre et par jour.

Ces calculs supposent un travail constant par un nombre d'ouvriers invariable, mais l'hypothèse est-elle juste ? Aucune information ne le précise, et plusieurs cas sont possibles.

Le quotient du volume V par le temps de travail (8 400 jours) indique une moyenne de 310 mètres cubes de pierre mis en place chaque jour. Cependant, quand la construction progresse, les ouvriers doivent porter les blocs de plus en plus haut, tandis que l'espace de travail (la surface au niveau atteint) diminue.

La construction devait ralentir lorsque la pyramide s'élevait.

S. Wier a considéré trois cas (voir la figure 3). Dans l'hypothèse A, pendant 8 110 jours, 315 mètres cubes sont posés chaque jour, puis le volume diminue rapidement avec la surface de travail disponible au sommet de la pyramide. Dans l'hypothèse B, de 462 mètres cubes le premier jour, le volume de pierre décroît lentement pendant 8 000 jours, et plus rapidement ensuite. L'hypothèse C, enfin, suppose la mise en place d'un volume de 500 mètres cubes pendant 1 000 jours, puis une diminution brusque jusqu'à presque atteindre zéro au bout de 7 000 jours. Dans les trois cas, la pyramide est achevée au bout de 8 400 jours.

La figure 2 montre la quantité de main-d'œuvre nécessaire à chaque étape de la construction réalisée suivant l'hypothèse B. Au début, la moitié des travailleurs déplacent les blocs, l'autre moitié les extraient ou les installent. À la fin, seulement un quart des ouvriers déplacent les blocs. Beaucoup d'ouvriers travaillent au début, mais leur nombre n'excède pas 12 800, soit environ un pour cent de la population égyptienne estimée de cette époque. Les hypothèses A et B conduisent à des résultats similaires.

Le cas le plus simple est sans doute l'emploi d'une main-d'œuvre constante, sauf vers la fin de la construction, lorsque l'espace de travail est réduit. Dans un tel cas, 10 600 hommes auraient pu construire la Grande Pyramide de Gizeh. Une main-d'œuvre encore inférieure aurait assuré la construction des autres pyramides de Gizeh ou celles de Dashour. En dépit de l'énormité des pyramides, l'Égypte ancienne disposait d'une main-d'œuvre bien suffisante.

DES CAILLOUX DANS LES CHOSES SÛRES

DIDIER NORDON

Des cailloux dans les choses sûres



Didier Nordon épingle les scientifiques et les politiques qui extraient de la science plus qu'elle ne dit. Nul doute que chacun reconnaîtra dans ces piques... le défaut de son condisciple.

144 pages - 65 F

Code 1897

**POUR LA
SCIENCE**
DIFFUSION BELIN

Bon de commande en p. 98

