

1079 (21) ; 10124 (22) ; 10126 (23) ; 1349 (24) ; 1279 (25) ; 11237 (26) ; 3479 (27) ; 10699 (28) ; 1367 (29) ; 10179 (30).

On remarquera le fait surprenant que les deux nombres consécutifs, 1135 et 1136 se trouvent dans cette liste (ainsi d'ailleurs que 1139 tout proche).

Mike Keith s'est aussi demandé quel était le plus petit nombre premier contenant tous les nombres premiers de k chiffres (qu'il appelle nombres premiers k -primévaux).
 – 2357 est le plus petit nombre premier 1-priméval : il contient tous les nombres premiers d'un chiffre.
 – 1123465789 est le plus petit nombre 2-priméval : il contient tous les nombres premiers de deux chiffres (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97), et c'est le plus petit ayant cette propriété ;
 – 101122334455667788997 est le plus petit nombre 3-priméval ;
 – 100111222333444555666777998889 est le plus petit nombre priméval

Qui calculera le suivant ?

NOMBRES ÉCONOMES ET PRODIGES

Entre l'amusement et les mathématiques sérieuses, le pas est vite franchi, comme le montre l'exemple des nombres économes, récemment introduit. Ces nombres se trouvent liés à la notion de complexité de Kolmogorov et à des conjectures puissantes de théorie des nombres formulées depuis longtemps.

Bernardo Recamán Santos a proposé d'appeler équidigital un nombre dont la factorisation en nombres premiers demande le même nombre de chiffres que son écriture décimale. Exemples : $162 = 7.3^4$; $15 = 3.5$. Il appelle de même économe un nombre dont la factorisation demande moins ou autant de chiffres que l'écriture décimale. Exemples : $1024 = 2^{10}$; $492075 = 3^9.5^2$. Il dénomme alors, bien sûr, prodiges les nombres pour lesquels l'écriture en facteurs premiers est aussi coûteuse ou plus coûteuse que l'écriture décimale usuelle. Exemples : $34 = 2.17$; $140 = 2^2.5.7$. Ces définitions rappellent celles de nombre simple au sens de Kolmogorov, qu'on définit en considérant le moyen de codage le plus économique qui représente un nombre.

Les nombres 13, $14 = 2.7$, $15 = 3.5$, $16 = 2^4$, 17 constituent une suite de

5 nombres entiers consécutifs économes. Les définitions dépendent de la base de numération, mais les résultats que nous présentons, ici en base 10, par souci de simplification, s'étendent aux autres bases de numération.

Constatant la présence régulière de nombres prodiges, R. Pinch s'est demandé s'il était possible qu'existent de longues séquences d'entiers successifs qui soient tous économes. On trouve une suite de 7 nombres économes consécutifs entre 157 et 163, parmi les petits entiers, mais rien de plus.

Dans un article de février 1998, R. Pinch, du *Queens' College*, à Cambridge, a réussi à lier ce problème à une célèbre conjecture mathématique concernant les nombres premiers : la conjecture de J. Dickson. Cette conjecture (énoncée en 1904) est un peu compliquée, mais sa puissance mérite qu'on la considère avec sérieux. La conjecture de Dickson (non démontrée aujourd'hui) stipule que :

Pour toute suite a_i et b_i ($i = 1, \dots, k$) d'entiers, il existe une infinité de valeurs de n telles que tous les nombres $(a_1n + b_1)$, $(a_2n + b_2)$, ..., $(a_kn + b_k)$ soient simultanément des nombres premiers, sauf s'il existe un entier d qui, pour tout n , divise le produit $(a_1n + b_1)(a_2n + b_2) \dots (a_kn + b_k)$. Pour k égal à 1, la conjecture indique que, si

les nombres $a_1n + b_1$ ne sont pas tous multiples d'un même nombre d quand n varie, alors il existe une infinité de nombres premiers de la forme $a_1n + b_1$. Cet énoncé implique immédiatement le théorème de Dirichlet (lui est démontré) : si a_1 et b_1 sont premiers entre eux, alors il existe une infinité de nombres premiers de

la forme $a_1n + b_1$.

La conjecture de Dickson est un énoncé puissant qui, si on le démontrait, donnerait la solution d'une multitude de problèmes concernant les nombres premiers, en particulier la solution du problème des nombres premiers jumeaux : démontrer qu'il existe une infinité de nombres premiers séparés de 2 (comme 17 et 19) ; du problème des nombres de Mersenne composés : démontrer qu'il existe une infinité de nombres composés de la forme $2^n - 1$, avec n premier.

Pinch a établi, à partir de la conjecture de Dickson, qu'il existe des suites de nombres consécutifs économes aussi longues qu'on veut. De même, il existe des suites de nombres consécutifs prodiges aussi longues qu'on veut. Bien que reposant sur une conjecture non démontrée (et ne constituant donc pas une preuve complète), son travail correctement exploité l'a conduit à découvrir numériquement une suite de neuf nombres consécutifs économes allant de 1034429177995381247 à 1034429177995381255, et qui sont indiqués sur le site web de *Pour la Science*.

Il n'est pas certain que ces neuf nombres économes consécutifs soient les plus petits possibles. Un lecteur aura-t-il le courage de se lancer dans la recherche de la plus petite solution ?

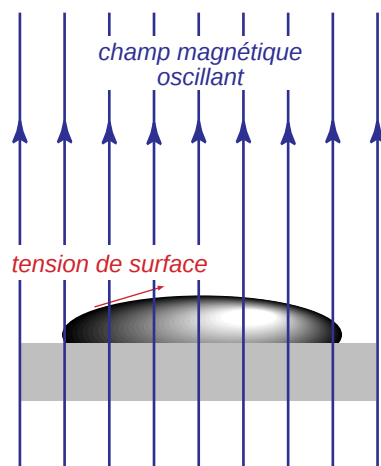
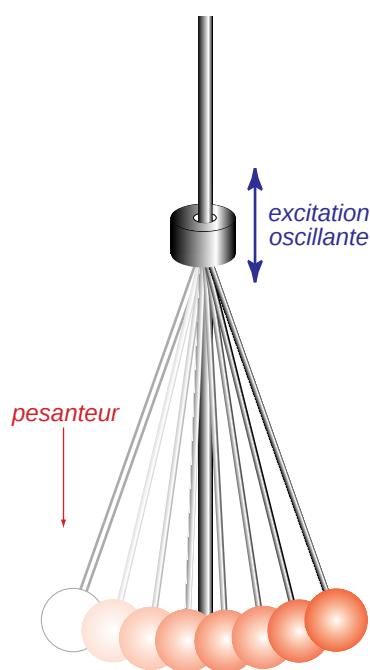
J	e	a	n	L	i	l
.				l	e	.
P				e		.
a			u	m		a
l			D ELA-	i		l
HAYE	e	s	t p	rofesseur		
à				:		
l				d	e	l
,				a		h
U	v	e	r	s	i	e
i				n	t	
é				@		
d				e	l	f



Les gouttes et le chaos

S. DAUGAN • Y. FAUTRELLE • J. ETAY

Des gouttes de mercure oscillent dans un champ magnétique.



Les photographies de la page de droite représente des gouttes de mercure placées sur un support horizontal dont on a traité la surface pour minimiser les frottements. Les gouttes sont soumises à un champ magnétique vertical et alternatif, de fréquence inférieure à dix hertz. Elles oscillent : ce mouvement est ce que l'on nomme une «instabilité paramétrique».

On observe une telle instabilité quand un pendule oscille sans frottement, autour d'un point de suspension soumis à un mouvement alternatif vertical et de petite amplitude. Quand le point de suspension monte, la masse du pendule est accélérée vers le haut : cette accélération s'ajoute à celle de la pesanteur ; l'accélération totale diminue quand le point de suspension descend. Le mouvement du pendule dépend de la différence entre la fréquence propre (celle de l'oscillation sans mouvement du point de suspension) et la fréquence de l'oscillation du point de suspension.

Quand la fréquence du mouvement du point de suspension est égale à la fréquence propre, le phénomène de résonance se manifeste ; les oscillations sont renforcées, et le pendule oscille alors à une fréquence moitié de la fréquence propre.

Quand la fréquence du mouvement du point de suspension est voisine de la fréquence propre du pendule, le comportement observé dépend de l'amplitude de l'oscillation du point de suspension. Lorsque cette amplitude est petite, le comportement du pendule est «quasi périodique» : la fréquence de son mouvement est une superposition de sa fréquence propre et d'autres fréquences, invisibles à l'œil nu, qui s'ajoutent à la fréquence propre. Pour une grande amplitude, la trajectoire du pendule devient imprévisible : le mou-

vement de la masse du pendule est chaotique.

Revenons aux gouttes de mercure dans un champ magnétique variables. Le métal, conducteur de l'électricité, est le siège de courants électriques induits, nommés courants de Foucault. Ces courants interagissent avec le champ magnétique : des forces dites de Lorentz apparaissent.

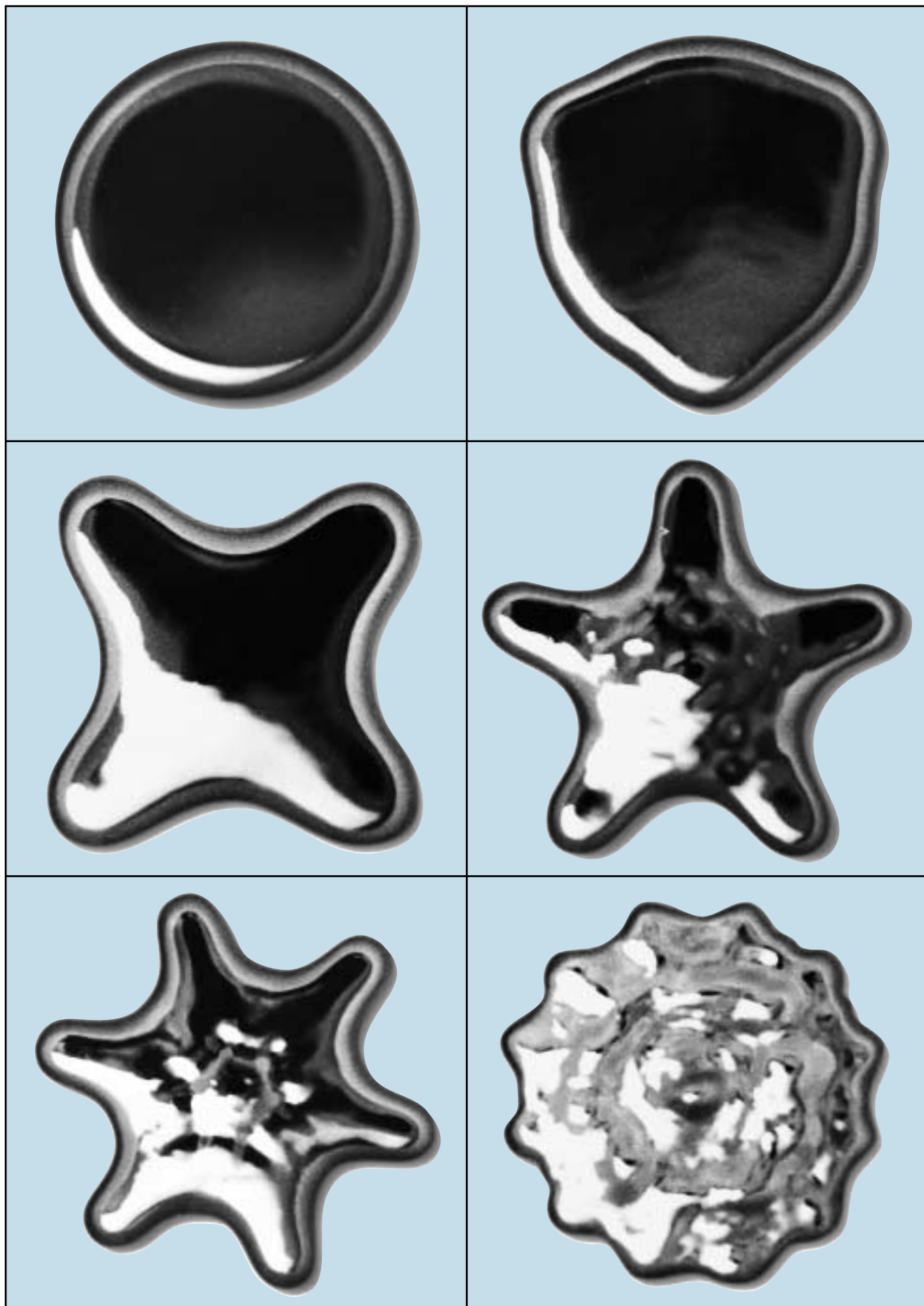
Ces forces sont responsables de déformations de la surface du mercure. Dans l'industrie, où les forces de Lorentz peuvent servir à déformer la surface des bains de métaux en fusion, la connaissance de ces déformations est importante.

En quoi la description du pendule se retrouve-t-elle ici ? La surface du métal est soumise à la tension de surface, qui agit de façon similaire à la force de gravitation sur le pendule pour ramener sa masse à l'équilibre, vers la position la plus basse. Les forces de Lorentz sont l'équivalent du mouvement d'oscillation du point de suspension.

Et c'est ainsi que l'on obtient les images présentées ici, en changeant la fréquence et l'intensité du champ magnétique vertical qui est appliqué aux gouttes. Les gouttes se déforment, et par brisure de symétrie, on voit apparaître des modes de vibrations de divers ordres, comme on en observe dans le mouvement du pendule.

Quand l'intensité est excessive, le chaos apparaît (image en haut à gauche).

Yves FAUTRELLE est professeur à l'INP de Grenoble. **Jacqueline ETAY** est chargée de recherche au CNRS, dans le Laboratoire EPM-MADYLAM. **Sandrine DAUGAN** a travaillé dans ce laboratoire.



Photographies Y. Faurelle, J. Esay et S. Daugan

Cosmologie

Les mirages de la création

Michel Riordan et David Schramm
(traduction : Élisabeth Vangioni-Flam). Éditions Albin Michel, 1998.

La cosmologie du Big Bang est l'un des chefs-d'œuvre intellectuels de ce siècle. Elle suscite légitimement l'enthousiasme du plus large public, mais les recherches scientifiques sur le passé le plus lointain de l'Univers ne se laissent pas aborder sans précautions, sous peine de graves confusions. Une initiation est nécessaire pour en saisir toutes les dimensions physiques et épistémologiques. David Schramm, l'un des astrophysiciens les plus renommés du moment, professeur à l'Université de Chicago, et Michel Riordan, éditorialiste réputé, nous guident dans l'espace-temps, jusqu'aux jours orageux de l'enfance de l'Univers.

Cet exposé cristallin nous conduit au lieu de confluence de la cosmologie et de la physique des particules. Ces théories reines, aussi éloignées que l'on puisse l'imaginer, puisque traditionnellement réservées aux deux infinis, grand et petit, trouvent aujourd'hui un champ d'application commun dans les tout premiers instants descriptibles de l'histoire de l'Univers. Par une compréhension graduelle

des concepts mis en jeu dans les théories physiques fondamentales, ainsi que de leur symbiose dans l'Univers primordial, le lecteur est amené à une vision véritablement synthétique de la nature, où le petit donne la clef du grand.

L'accélérateur de particules devient un outil de la cosmologie, car il permet de reproduire les conditions énergétiques de l'Univers primordial, lequel peut être représenté comme un océan tumultueux de particules élémentaires en collision. De fait, l'Univers, dans les premières étapes de son développement, est un somptueux laboratoire de physique des hautes énergies. À des températures de plusieurs milliards de degrés, quarks et gluons, matière et antimatière, ainsi que des particules dont la nature nous est encore inconnue, se conjuguent pour fonder le monde matériel. La cosmologie est en révolution !

Ce livre est une bénédiction pour ceux qui veulent capturer l'essence des grandes questions cosmologiques du xx^e siècle : la création de la matière, l'inflation cosmologique, l'origine des éléments, la naissance des galaxies et des grandes structures, et surtout le mystère de la matière noire (transparente), omniprésente dans le cosmos. Est-elle constituée de protons et de neutrons, comme vous et moi, ou d'autres particules, plus subtiles ? Les tenants et les aboutissants de la quête de la substance de l'Univers sont exposés en grand détail, y compris les méthodes observationnelles et expérimentales destinées à lever l'ambiguïté de la nature de la matière noire.

Écrit dans une langue efficace et directe excluant les effets faciles, cet ouvrage se distingue par la profondeur de son analyse, par son intransigeance pédagogique et par son audace conceptuelle. Le merveilleux ne naît point du désir d'étonner, mais, tout au contraire, de l'obstination des auteurs à se faire comprendre. Et ils y parviennent remarquablement. Jamais livre de cosmologie destiné à une large audience ne fut plus puissant, plus honnête et plus généreux.

Ce livre est d'autant plus émouvant que D. Schramm a disparu, l'an dernier, à la suite d'un tragique accident d'avion.

Élisabeth Vangioni-Flam, de l'Institut d'astrophysique de Paris, ayant collaboré directement avec D. Schramm, a donné une traduction fidèle et respectueuse de ce qui constitue l'incalculable testament scientifique d'un des plus grands astrophysiciens de notre époque.

Michel CASSÉ

Épistémologie

La culture est-elle naturelle? Histoire, épistémologie et applications récentes du concept de culture

Sous la direction d'Albert Ducros, Jacqueline Ducros et Frédéric Jouliau. Éditions Errance, 1998.

Cet ouvrage collectif, qui réunit les contributions de paléanthropologues, d'anthropologues, d'archéologues, d'éthologues et d'historiens des sciences, constitue une réflexion sur l'origine et les fondements de la culture.

La première partie du livre est consacrée à l'histoire du concept de culture ; la seconde à son évolution, aussi bien dans son extension que dans sa compréhension, en prenant notamment en compte l'utilisation d'outils chez les chimpanzés. L'évocation des principaux thèmes traités donnera une idée de l'ampleur et des contours du débat : la naturalisation de l'homme, de Linné à Darwin, c'est-à-dire son insertion dans l'histoire naturelle ; sa dénaturalisation dans l'ethnologie française au début du siècle ; les interprétations de la notion de culture chez les préhistoriens de la seconde moitié du xix^e siècle ; l'évolutionnisme culturel, qui défend l'idée que l'humanité se serait progressivement civilisée en s'extirpant d'un état naturel, donc barbare et animal ; la question de la culture dans la sociobiologie (dans le cadre d'une biologisation de l'ensemble des comportements sociaux, que devient le dépassement des déterminismes naturels ?) ; l'hypothèse d'un engendrement de la culture par les contraintes naturelles ; les lectures anthropologiques du passage de noix chez les chimpanzés ; l'usage qu'ils font de produits curatifs ; la possibilité de traditions chez les singes sont autant de possibilités qui élargissent le concept de culture, au point de remettre en question son caractère strictement anthropologique, bref de ne plus en faire le propre de l'homme.

Que l'humanité commence avec la culture est le postulat fondateur de la différence anthropologique. Le titre, *La culture est-elle naturelle ?*, contient tout le problème. En effet, l'idée de culture ne se soutient que de son opposition essentielle à la nature, et c'est dans cette scission que prend place la ligne de partage entre l'humanité et l'animalité. Aussi



DR

David Schramm.

parle-t-on d'êtres de culture, voire d'antiniture, pour qualifier les uns ; d'êtres de nature pour désigner la soumission des seconds à des déterminismes implacables. C'est la notion de perfectibilité qui sous-tend celle de culture, et l'on comprend pourquoi cette manière vaut comme différence suprême : en permettant à l'individu de quitter un état répétitif, la culture ouvre un champ de possibilités infinies. On peut donc inclure dans la culture toutes les capacités intellectuelles et spirituelles, *ipso facto* exclusivement humaines.

Peut-on continuer à borner le phénomène culturel à l'espèce humaine ? Telle est donc la question à laquelle des éléments nouveaux, présentés dans ce livre (en primatologie, notamment) conduisent. L'inanité du conflit de deux idéologies, le biologisme et le culturalisme, incapables d'affronter la complexité des données observables, est mise en évidence. On apprend que les écrits des explorateurs portugais du XVI^e siècle attestaient déjà de comportements de cassage de noix de palme par les chimpanzés de la Sierra Leone. Cependant il faudra attendre l'observation, faite par des primatologues japonais dans les années 1950, d'une macaque lavant ses patates douces dans un ruisseau pour qu'une réflexion sur l'existence d'une pré-culture chez les primates soit posée, avec tous les bouleversements théoriques que cela entraîne. Par le terme «cultures chimpanzé», il faut entendre des processus d'apprentissage et de transmission ; cela suffit-il à faire de la culture ? Peut-on utiliser un concept importé d'un champ où il désigne ce qui est humain, précisément en tant que non animal ?

La difficulté qu'il y a à s'interroger sur ce qui est fondateur – en l'occurrence, la différence entre l'humanité et l'animalité que recèle le concept même de culture – est évidente. Cela a eu pour conséquence d'écarter d'emblée la question de son éventuelle apparition dans d'autres lignées d'hominidés.

La dernière contribution met au jour l'impact sur les théories scientifiques de la tradition onto-théologique occidentale, qui, d'âge en âge, s'est montrée toujours plus soucieuse de souligner l'unicité et la dignité exclusive de l'humain. Se retrouvent dans les sciences des positions métaphysiques, le plus souvent implicites, qui affectent l'orientation des recherches et des résultats. Aussi la question d'une possible continuité entre les singes et l'homme reste-t-elle taboue. On peut donc saluer cette entreprise où sont rassemblés les premiers jalons d'une appréhension qui se veut dégagée de l'obsession du propre de l'homme.

Florence BURGAT

Entomologie

Les insectes et la forêt

Roger Dajoz. Éditions Tec et Doc, 1998.

Nombre d'insectes ont trouvé dans l'écosystème forestier des conditions de vie qui ont favorisé leur diversité. Depuis longtemps ils intéressent, tant par la variété de leurs mœurs que par leur importance économique.

En Europe, l'entomologie forestière a connu ses pionniers avec J.T.C. Ratzeburg, qui a publié, en Allemagne, une œuvre monumentale (de 1837 à 1844) et, chez nous, avec Édouard Perris et son *Histoire des insectes du pin maritime* (1852 à 1862 et 1870). Puis les travaux se sont multipliés, surtout consacrés aux espèces nuisibles et aux problèmes de protection des forêts, avec des traités comme celui de l'Allemand K. Escherich (1913-1940) et celui du Suisse A. Barbey (1925). Aujourd'hui se développent principalement des études sur la place et sur le rôle des insectes dans le fonctionnement de l'écosystème des forêts tempérées. Ce sont surtout ces aspects qui font l'intérêt de cet ouvrage, qui révisé celui que cet auteur avait publié en 1980.

Les facteurs écologiques qui déterminent l'abondance et la répartition des insectes sont de diverses natures ; les uns dépendent des êtres vivants (fac-

teurs biotiques), les autres sont physico-chimiques (facteurs abiotiques). Parmi ces derniers, on reconnaît les éléments du climat (éclairage ; température ; pluviosité ; vent ; feu, comme agent catastrophique) ; les modifications physiques comme les réductions de surface et la fragmentation des massifs ; enfin des variations globales dues aux pollutions (comme les pluies acides). Quant aux premiers, les facteurs biotiques, ils sont particuliers dans les forêts, étant donné la grande longévité des arbres et la multiplicité des microclimats, d'où une extrême diversité des organismes animaux, qui favorise la compétition et les antagonismes, entraînant une régulation des populations.

Dans ce domaine, l'émergence d'une écologie moléculaire – avec les notions de défense chimique des plantes, de communication entre végétaux attaqués ou de stimulation de croissance par la phytophagie – ouvre de nouveaux horizons. C'est ainsi que les substances qualifiées de «composés secondaires des plantes» (comme certains alcaloïdes, des terpènes, des tannins...) sont considérés comme des moyens de défense chimique contre les attaques d'insectes.

La diversité des habitats forestiers autorise à distinguer des ensembles d'espèces, ou guildes, occupant les mêmes biotopes et exploitant les mêmes ressources. Voici les principales d'entre elles. Les frondicoles évoluent dans la frondaison (ou canopée), au milieu du feuillage, et sont principalement des exploiters de feuilles : broyeurs, mineurs, suceurs de sève, gallicoles, mycophages,



Un coléoptère Cérambycide, *Plagionotus arcuatus*, sur une souche de chêne. La larve qui se développe dans le bois peut assimiler la cellulose grâce à la présence, dans son tube digestif, de mycétomes, ou «cryptes à levure».

Jacques d'Aguilar