

à la première, soit au total $3/d$ découpes (voir la figure 3).

Pour ce travail de séparation, on dépense une énergie E égale à l'énergie de liaison de toutes les molécules contenues dans ce centimètre cube de liquide. Comme chaque découpe crée deux surfaces de un centimètre carré, elle consomme la même énergie que celle que nous avons déployée précédemment pour augmenter de un centimètre carré l'aire de l'interface séparant le liquide et l'air, soit $2T$ (puisque la tension superficielle est une énergie par unité de surface). Ainsi, ces $3/d$ découpes nécessitent une dépense d'énergie égale à $2T \times 3/d$, égale à l'énergie E de liaison d'un centimètre cube. Finalement, la distance d entre les molécules d'un liquide est donc égale à $6T/E$.

L'ÉNERGIE DE LIAISON

Reste à déterminer l'énergie de liaison. Pour cela il suffit d'éloigner les molécules en les évaporant et de calculer l'énergie nécessaire à cette évaporation, c'est-à-dire la variation d'énergie interne entre la température ambiante et l'ébullition. Tout d'abord, il faut amener l'eau à température ambiante (20 °C) jusqu'à la température d'ébullition (100 °C), c'est-à-dire augmenter sa température de 80 °C. La dépense d'énergie requise est alors égale au produit de sa capacité calorifique par l'élévation de température, soit 4,18 joules par centimètre cube et par degré que multiplie 80 °C.

Puis, l'évaporation requiert une énergie supplémentaire, égale la chaleur latente d'évaporation, soit 2 260 joules par centimètre cube. Toutefois, pour calculer l'énergie de liaison, il faudrait soustraire le travail fourni par la détente de la vapeur d'eau sur l'air ambiant, mais sa valeur relative est faible : l'essentiel de la variation d'énergie interne est due à l'évaporation.

Ainsi, le changement d'état du liquide au gaz requiert une grande quantité d'énergie. C'est pour cette raison que le refroidissement par évaporation est si efficace. Par exemple, quand on veut refroidir un objet qui est à une température supérieure à 100 °C, il suffit d'y verser de l'eau : en s'évaporant, l'eau pompe de



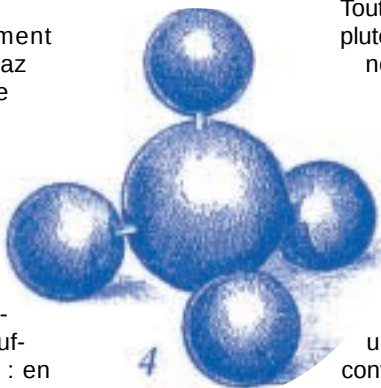
l'énergie à l'objet qui est refroidi efficacement. Finalement, l'énergie de liaison est égale à 2 420 joules par centimètre cube.

Pour l'eau, la valeur de $6T/E$ donne 0,18 nanomètre. L'ordre de grandeur est bon, mais la valeur est inférieure à la valeur expérimentale de 0,32 nanomètre. Pourquoi cette différence ? Parce que la molécule d'eau n'est pas une sphère (ses deux atomes d'hydrogène reliés à l'oxygène forment un angle de 104,5 degrés) et que des liaisons hydrogène imposent une orientation aux molécules d'eau, de sorte que les molécules sont plus écartées que si elles étaient des sphères (l'assemblage des molécules dans l'eau liquide est représenté dans le cartouche, à côté du titre de l'article).

Examinons une molécule plus proche d'une sphère, telle le tétrachlorure de carbone (CCl_4). Dans cette molécule, les atomes de chlore sont disposés au sommet d'un tétraèdre, symétriquement autour de l'atome central de carbone (voir la figure 4). Notre calcul donne $2T = 5,4 \times 10^{-6}$ joule par centimètre carré, et $E = 280$ joules par centimètre cube. La distance calculée est alors égale à 0,58 nanomètre alors que la valeur expérimentale est de 0,54 nanomètre.

Remarquons que l'on peut déduire cette distance à partir de la densité d'un liquide et du nombre d'Avogadro (le nombre de molécules dans une mole, soit $6,02 \times 10^{23}$) : la distance entre deux atomes est la racine cubique du quotient du volume occupé par une mole de molécules par le nombre d'Avogadro. La densité de l'eau liquide étant de un gramme par centimètre cube et sa masse molaire de 18 grammes par mole, la distance intermoléculaire trouvée est égale à 0,31 nanomètre.

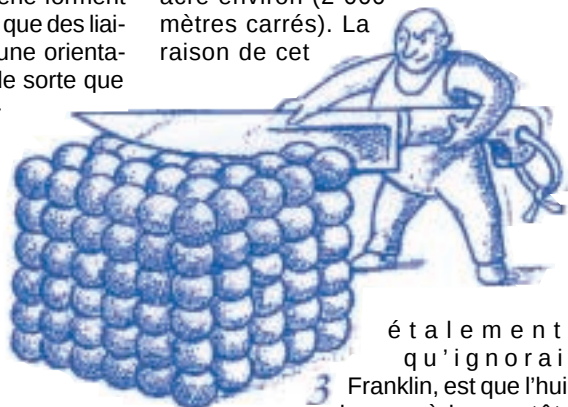
Toutefois, cette méthode est plutôt un moyen d'estimer le nombre d'Avogadro : on mesure la taille des molécules et, avec le volume molaire, on déduit le nombre d'Avogadro. En 1913, dans son livre *Les atomes*, le physicien français Jean Perrin avait d'ailleurs donné une dizaine de méthodes convergentes pour calculer le nombre d'Avogadro et



convaincre ses contemporains de la réalité des atomes et des molécules.

FILM MONOMOLÉCULAIRE

Finalement, mentionnons une observation due à Benjamin Franklin, le père du paratonnerre, qui visait à mettre en évidence l'existence d'un film monomoléculaire. En 1762, lors d'un voyage à Londres, Franklin avait remarqué qu'en versant une cuillère à café d'huile à la surface d'un étang, celle-ci s'étalait sur l'eau d'une surface d'un demi-acre environ (2 000 mètres carrés). La raison de cet



étalement, qu'ignorait Franklin, est que l'huile possède une tête hydrophile, qui pénètre dans l'eau, et une chaîne hydrophobe qui reste dans l'air : l'huile forme un film dont l'épaisseur est égale à la taille d'une molécule. Dans ce cas, le volume versé est le produit de la surface d'huile par l'épaisseur du film.

À partir des observations de Franklin, on déduit que la taille d'une molécule d'huile est de 2,4 nanomètres, un ordre de grandeur inférieur à la valeur réelle. La principale erreur réside dans la supposition que la couche formée est unique : en fait l'huile s'étale en plusieurs couches monomoléculaires superposées. Des expériences fondées sur le même principe permettent des mesures de la taille de molécules organiques variées. Ainsi, l'évaluation de la taille des molécules n'est qu'une question d'observations.

Roland LEHOUCQ est astrophysicien au Service d'astrophysique du CEA.

J. PERRIN, *Les atomes*, Flammarion, 1991 (réédition de 1913).

W.F. WEISSKOPF, *Search for Simplicity*, in *American Journal of Physics*, vol. 53, p. 19, 1985.

P.-G. DE GENNES, *Comment s'étale une goutte ?*, in *Pour la Science*, p. 88, mai 1984.

J. BIGELOW (éditeur), *The Complete Quorks of Benjamin Franklin*, vol. V, J.P. Putman's Sons, New York, 1887, p. 253.



La conjecture de Kepler démontrée

CHRISTOPH PÖPPE

La meilleure manière d'empiler des sphères identiques de manière aussi dense que possible est la plus simple.

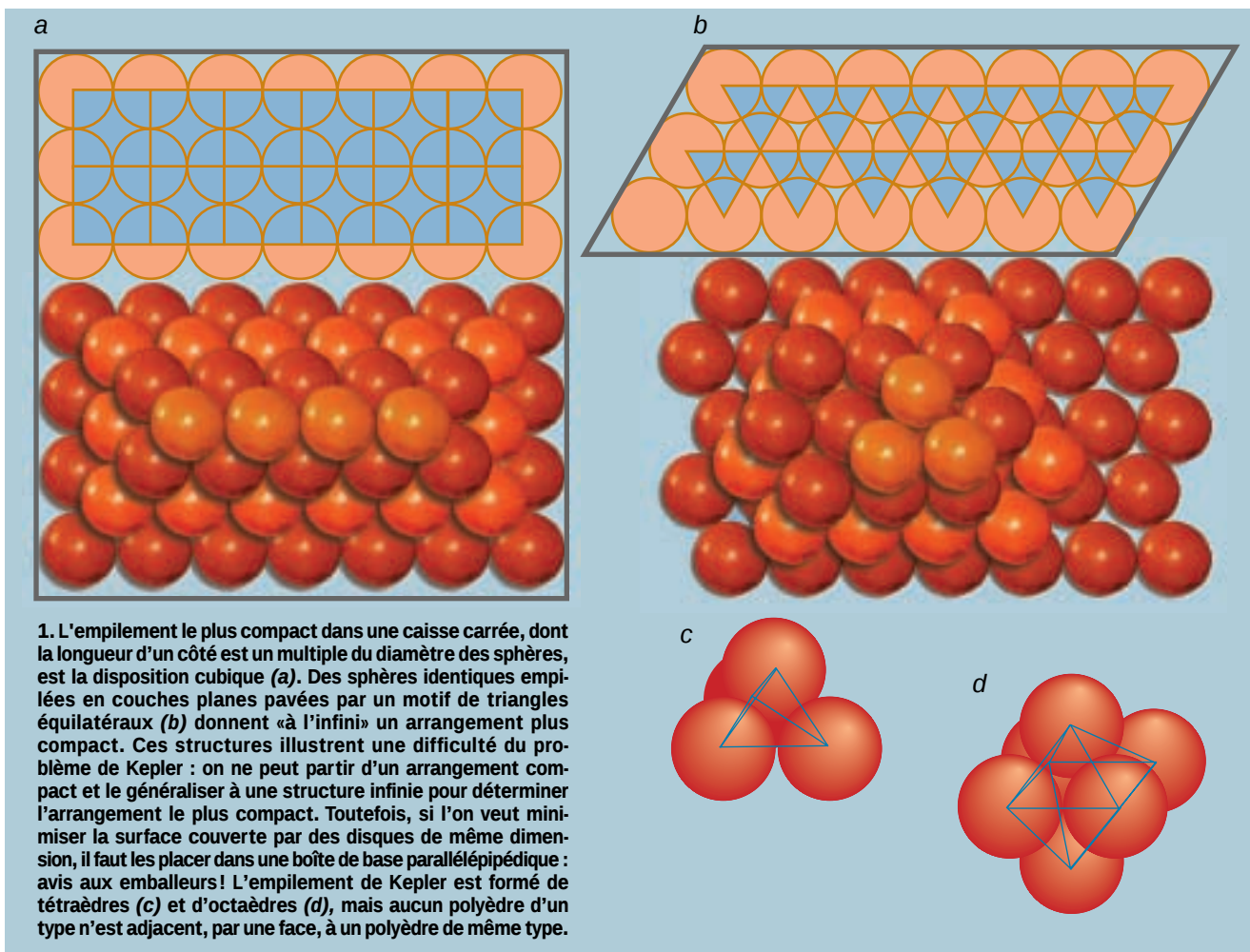
Les marchands de fruits résolvent tous les jours le problème posé par Kepler, il y a près de quatre siècles : comment placer des sphères identiques pour que la configuration obtenue soit la plus compacte possible ?

Prenons une grande quantité de sphères de même taille, des oranges par exemple, et posons-les une à une sur une table. Pour économiser de la place,

nous disposons chaque nouvelle sphère au contact de deux sphères déjà placées. Nous continuons ainsi à placer des oranges pour paver la totalité de la surface de la table. Les centres de tout ensemble de trois sphères en contact forment un triangle équilatéral, et c'est avec cet arrangement que nous plaçons le plus de sphères sur la surface de la table. Cette optimisation n'a rien d'étonnant, puisque nous pouvons paver un plan

avec des triangles équilatéraux sans laisser d'interstices. Donc, si nous voulons placer des disques sur un plan en laissant le moins de vides possible, la solution est connue.

Sur cette première couche, nous empilons de la même façon une seconde couche, dont les sphères se placent «d'elles-mêmes» dans les réceptacles que les groupes de trois sphères jointives de la première couche ont laissés. Un obser-



vateur attentif remarque qu'un trou sur deux reste vide : dans un triangle sur deux (bleu sur la figure 1b) est posée une sphère de la deuxième couche ; dans un triangle sur deux (vide), il n'y a pas de sphère. Dans les espaces «vides» de la seconde couche, nous déposons les sphères pour former la troisième couche, et ainsi de suite. Comme à chaque couche, nous sommes libres de choisir, soit les espaces correspondant aux triangles bleus, soit les autres, nous pouvons construire ainsi une infinité d'arrangements de sphères, dont les densités seront égales.

Bien entendu, un empilement de sphères de même taille ne remplira jamais l'espace aussi complètement qu'un empilement de cubes, car, entre les surfaces courbes des sphères, il subsiste nécessairement des vides. Le volume occupé par les sphères représente, dans le cas de l'arrangement des oranges, $\pi/\sqrt{18}$, soit 74,048 pour cent du volume total.

L'arrangement minimise-t-il les volumes vides ? La question paraît résolue et donc évidente, car nous ne pouvons imaginer un entassement plus dense. Le mathématicien et astronome Johannes Kepler, plus connu pour ses trois lois régissant le mouvement des planètes, avait déjà conjecturé, en 1609, qu'il était impossible d'obtenir mieux, c'est-à-dire qu'il était impossible d'inventer un empilement laissant moins d'espaces vides. Le problème est de formulation simple, la démonstration est étonnamment difficile.

Ainsi, l'histoire se répète : un génie, style Kepler, Fermat ou Goldbach, lance une hypothèse, et les scientifiques mettent des siècles à la prouver. Le problème

de Kepler résista aux efforts des spécialistes un peu plus longtemps que la conjecture, beaucoup plus célèbre, de Fermat. La conjecture de Kepler était néanmoins assez importante pour que, en 1901, David Hilbert la mentionne dans la série de problèmes que les mathématiciens avaient à résoudre au xx^e siècle.

Durant l'été 1998, Thomas Hales, de l'Université du Michigan à Ann Harbor, avança avec circonspection une démonstration de la conjecture de Kepler qu'il soumit à la vérification de ses collègues. Thomas Hales était prudent : la démonstration de la conjecture, comme d'ailleurs celle de Fermat, avait, par le passé, suscité nombre de déconvenues.

Toutes les prétendues démonstrations précédentes, et elles furent légion, étaient fausses. Ainsi, la démonstration de Wu-Yi Hsiang, mathématicien à l'Université de Californie, a fait couler beaucoup d'encre ; Wu-Yi Hsiang est à présent le seul à considérer que sa démonstration est exacte, contre l'avis de la communauté mathématique, laquelle le condamne «faute de preuve». Quant à la conjecture de Goldbach, elle résiste encore.

CE QUI EST PATENT... N'EST PAS ÉVIDENT

À l'opposé d'Andrew Wiles, qui a démontré la conjecture de Fermat après dix ans de travail dans le plus grand secret, Thomas Hales n'a jamais fait mystère de ses travaux. Son œuvre est à la disposition de tous sur le site Internet <http://www.math.lsa.umich.edu/~hales/countdown/kephistory.html>.



2. Kepler (1571-1630) vécut, à la fin de sa vie, dans cette maison de Linz, en Autriche.

Où la difficulté réside-t-elle ? Pourquoi est-il si difficile de démontrer selon les strictes règles de l'art mathématique un fait patent qui semble relever de la géométrie élémentaire ?

Premièrement, il est difficile d'imaginer des solutions meilleures que la plus évidente... parce qu'il n'en existe pas. Il y a également une inhibition : on a spon-

FORMULATION DE LA CONJECTURE PAR KEPLER

«En général, des globules égaux, rassemblés dans un récipient quelconque, s'ordonnent de deux manières, selon les deux modes de leur disposition dans un plan quelconque.

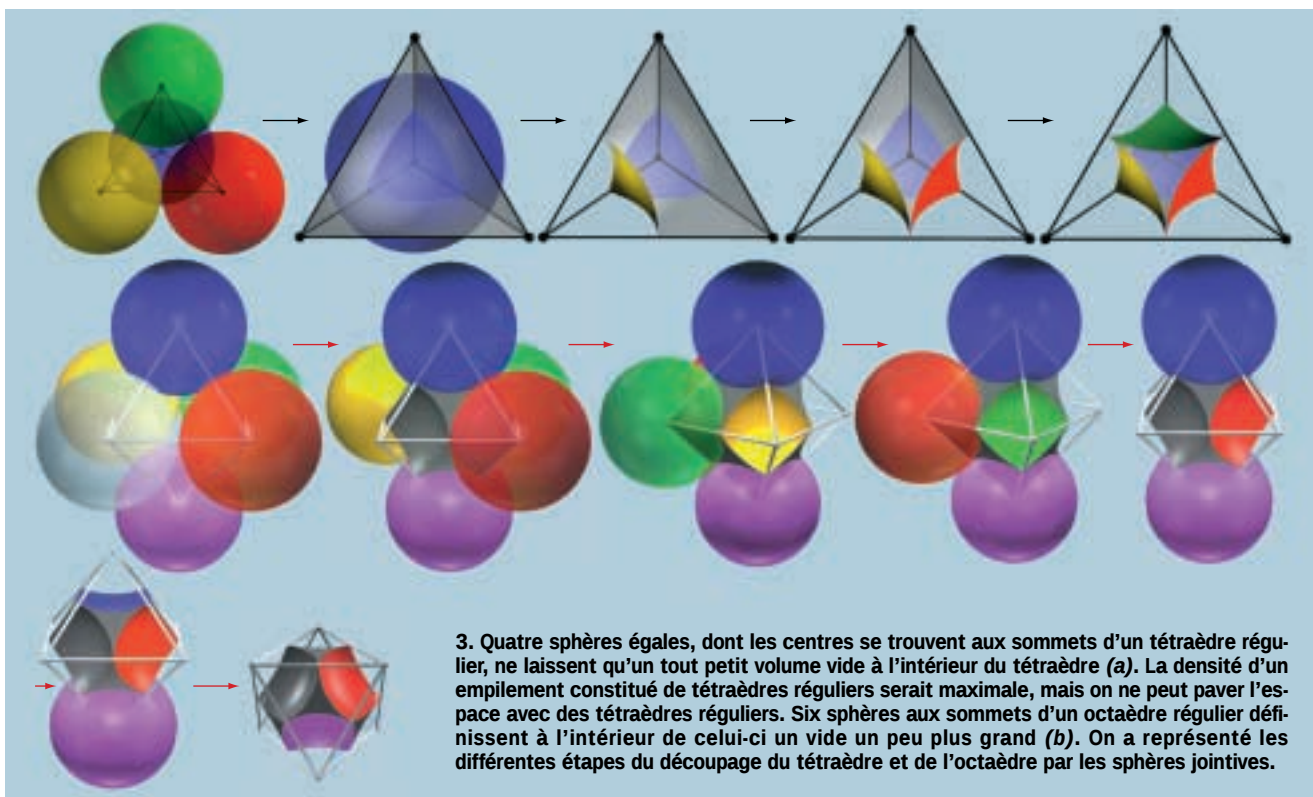
En effet, si vous réunissez à l'étroit des globules égaux errant sur un même plan horizontal, de sorte qu'ils se touchent réciproquement, ils s'unissent ou bien en forme triangulaire ou bien en forme carrée. Dans le premier cas, six globules en entourent un, dans l'autre cas, il y en a quatre. La proportion du contact est la même pour tous les globules, sauf les derniers. L'égalité ne peut être gardée par la forme pentagonale, l'hexagone se résout en triangles, de telle sorte que les deux ordres précités sont les seuls.

Si l'on en arrive à la construction solide la plus serrée qui puisse se faire, et qu'on superpose les uns aux autres les rangs d'abord ajustés en plan, ils seront ou bien en carré A ou en triangle B. S'ils sont en carré, ou bien un globe de l'ordre supérieur sera au-dessus d'un globe de l'ordre inférieur ou, au contraire, chaque globe du rang supérieur sera touché par les quatre qui l'entourent dans le même plan, par un au-dessus de lui et par un en dessous, et ainsi au total par six autres. L'ordre sera cubique et, après compression, on obtiendra des cubes, mais ce ne sera pas la disposition la plus

serrée. Dans la seconde manière, chaque globe est en contact, non seulement avec les quatre globes qui l'entourent dans le même plan, mais aussi avec quatre en dessous de lui, avec quatre au-dessus de lui et ainsi au total avec 12 : par compression, ces globes donneront des rhombiques. On rapprochera plutôt cet ordre-ci de l'octaèdre et de la pyramide. L'assemblage sera très serré, de sorte qu'ensuite aucune disposition ne permettra d'entasser un plus grand nombre de globules dans le même récipient.

D'autre part, si les dispositions construites en plan sont triangulaires, alors dans la construction solide, ou bien chaque globe de la couche supérieure se superpose à un globe de la couche inférieure dans une adaptation de nouveau lâche, ou bien chaque globe de la couche supérieure se trouve entre trois de l'ordre inférieur. De la première manière, chaque globe est touché par six qui l'entourent dans le même plan, par un au-dessus et par un en dessous, c'est-à-dire au total par huit autres. Cet ordre sera assimilé au prisme, et, par compression, on obtiendra, à la place des globules, des colonnes de six côtés quadrilatères avec deux bases hexagonales. De la deuxième manière, on obtiendra la même chose que plus haut, dans la deuxième possibilité de l'ordre carré.»

(L'Étrenne, traduction de Robert Halleux)



3. Quatre sphères égales, dont les centres se trouvent aux sommets d'un tétraèdre régulier, ne laissent qu'un tout petit volume vide à l'intérieur du tétraèdre (a). La densité d'un empilement constitué de tétraèdres réguliers serait maximale, mais on ne peut paver l'espace avec des tétraèdres réguliers. Six sphères aux sommets d'un octaèdre régulier définissent à l'intérieur de celui-ci un vide un peu plus grand (b). On a représenté les différentes étapes du découpage du tétraèdre et de l'octaèdre par les sphères jointives.

tanément tendance à déposer d'abord, comme nous l'avons fait, les sphères sur une surface plane, ce qui n'est pas une obligation.

Si l'on se limite ainsi aux empilements où les sphères sont disposées aussi régulièrement que les atomes dans un cristal, alors il est démontré que l'empilement que nous avons décrit est la meilleure solution. Les éventuels candidats pour un compactage encore plus dense doivent donc, s'ils existent, être moins ordonnés. Ils sont plus difficiles à imaginer et à construire, puis à répertorier.

Deuxièmement, on considère, dans le problème posé par Kepler, l'empilement

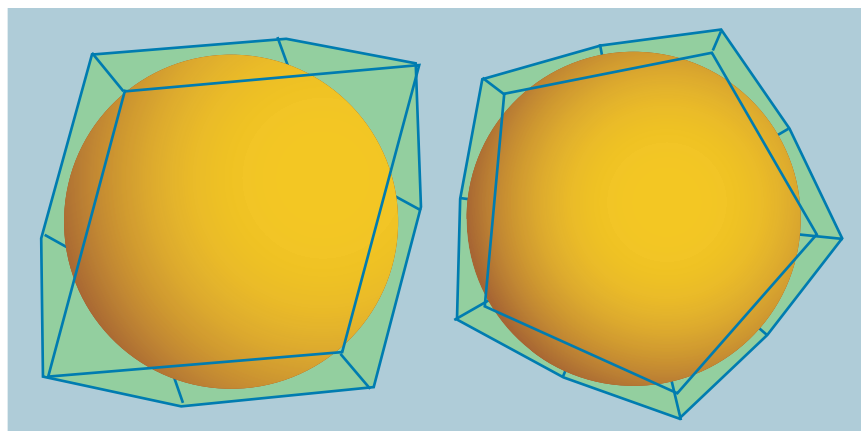
le plus compact pour un nombre infini de sphères. Le compactage avec un nombre fini de sphères est un problème qui semble proche, car on pourrait penser le prolonger à l'infini, mais tel n'est pas le cas. Ainsi, la tâche consistant à ranger un maximum d'oranges dans une caisse dépend de façon déterminante de la forme de la caisse, surtout pour les caisses de petite taille.

En fait, le passage du cas fini au cas infini est délicat : il y a, dans le cas infini, un nombre infini de variables, les coordonnées des centres des sphères. En dépit de ce grand nombre de choix d'arrangements, il n'y a pas, semble-t-il, de densité d'empilement plus grande (qu'il

convient d'ailleurs de définir par une valeur limite, puisque l'on tend vers le cas infini) que celle que l'on connaît. C'est ce qu'il *fallait démontrer*. Divers mathématiciens ont établi des bornes supérieures de la densité des différents compactages de sphères, qui s'approchent, sans l'atteindre, de la limite 0,74048...

Troisièmement, et c'est la difficulté principale, il existe des empilements de sphères plus denses que celui de Kepler, mais uniquement quand les sphères sont confinées dans un tout petit volume. Trois sphères disposées en triangle et une quatrième posée par-dessus ne laissent que très peu d'espace entre elles, moins que celui qui subsiste dans l'empilement régulier. Les centres des sphères forment un tétraèdre régulier (l'un des cinq solides platoniciens), et les sphères occupent le tétraèdre à 77,9636 pour cent. Avec un empilement constitué entièrement, ou du moins en majorité, de tels arrangements en tétraèdres, la densité limite de Kepler serait dépassée.

La partie fastidieuse des travaux de T. Hales est de démontrer que de tels empilements n'existent pas. Dans une disposition en tétraèdres, les sphères « se gênent » : on ne peut remplir un volume de tétraèdres réguliers sans laisser d'espaces. De plus, le gain local en densité de l'arrangement en tétraèdres disparaît déjà pour un nombre limité de sphères. Dès que l'on assemble plus de 53 sphères, n'importe quel arrangement tétraédrique est moins dense que celui des oranges.



4. L'antichambre d'une sphère dans l'empilement de Kepler est un solide limité par 12 losanges (rhombododécaèdre, à gauche). Plus réduite serait un antichambre en forme de dodécaèdre régulier, le solide platonicien formé de 12 pentagones réguliers (à droite). Toutefois le dodécaèdre régulier ne pave pas l'espace.

LA SOLUTION

L. Fejes-Toth a démontré, en 1940, que l'empilement hexagonal de disques était le plus compact possible : le problème plan était résolu. En 1953, ce mathématicien réduisit le problème de Kepler infini à un nombre fini, mais encore trop grand, de possibilités. Il imagina déjà que le problème pouvait être résolu par ordinateur. T. Hales a ramené le problème à l'analyse de 5 000 types d'empilements. L'ordinateur devint alors l'outil incontournable, quoique l'informatique joue, dans ce cas, un rôle moins fondamental que dans la fameuse démonstration du théorème des quatre couleurs. Ici, seule la comptabilisation et un certain nombre de calculs accessoires ont été délégués à la machine.

Dans l'empilement de Kepler, les tétraèdres réguliers sont toujours contigus, par une face, à des octaèdres réguliers (des solides platoniciens à huit côtés égaux) ; à chaque sommet se touchent huit tétraèdres et six octaèdres. L'arrangement de sphères correspondant est constitué de quatre sphères disposées en un carré, une sphère étant posée dans l'espace central par-dessus et une autre par dessous. À l'intérieur d'un octaèdre, il reste plus d'espace libre que dans le tétraèdre : la densité n'y est plus que de 0,720903...

Toujours est-il que l'on peut paver un volume avec des tétraèdres et des octaèdres sans espace vide, mais deux solides de même type ne se touchent jamais par une face. C'est le pavage qui correspond à l'empilement de Kepler.

T. Hales a réalisé le bilan du volume occupé par les sphères à l'aide d'une double «comptabilité». L'analyse des 5 000

cas individuels vise à montrer qu'aucun arrangement de sphères ne peut faire mieux qu'en accolant huit tétraèdres à un octaèdre, comme dans l'empilement de Kepler.

Pour établir un premier bilan comptable, il faut relier les centres des sphères voisines par des arêtes et étudier les polyèdres que forment ces arêtes. On est ainsi amené à considérer comme voisines des sphères qui sont proches, mais qui ne se touchent pas. Toutefois, le pavage de l'espace par des polyèdres n'est plus unique et naturel, comme il l'était dans le cas de Kepler ; rien n'empêche, en effet, de diviser un octaèdre par plusieurs plans perpendiculaires en quatre tétraèdres (non réguliers), sans introduire de nouveaux sommets. C'est là que cette méthode de comptabilité atteint ses limites.

Dans la seconde manière d'établir le bilan, les polyèdres enveloppent les sphères. À chaque sphère est associée une sorte d'antichambre (le nom officiel est «cellule de Voronoï»), ensemble de tous les points qui sont plus proches du centre de la sphère considérée que du centre de toute autre sphère. L'antichambre d'une sphère dans l'empilement de Kepler est un rhombododécaèdre (*figure 4a*). On peut paver l'espace avec ces rhombododécaèdres sans laisser de vide.

Plus l'antichambre est petite, meilleure est la densité d'empilement. Quelle est la plus petite antichambre possible ? Une sphère peut avoir au maximum 12 sphères voisines qui la touchent, comme on le sait depuis le siècle dernier. Comme d'habitude, le volume minimal de l'antichambre est atteint pour l'arrangement présentant la symétrie maximale : les 12 sphères contiguës sont placées aux sommets d'un icosaèdre régulier. L'antichambre est alors un dodécaèdre et la densité d'empilement est égale à 0,754737... ; malheureusement on ne peut pas empiler des dodécaèdres sans laisser d'espaces vides.

En combinant habilement ces deux méthodes de comptabilisation (constructions de polyèdres liant les centres des sphères et examen de cellules de Voronoï), T. Hales réussit à régler le sort des 5 000 empilements. Un seul cas était notablement plus difficile que tous les autres. L'élève de T. Hales, Samuel Ferguson, a écrit une thèse sur ce sujet ; dans ce cas, les sphères sont placées aux sommets d'un prisme ayant pour base un pentagone régulier et des parois carrées, que l'on peut coiffer en haut et en bas d'un couvercle plat de cinq triangles équilatéraux.

Finalement, toutes ces réflexions et bien d'autres encore mènent à des problèmes de minimisation. Les



Scott Tyrell

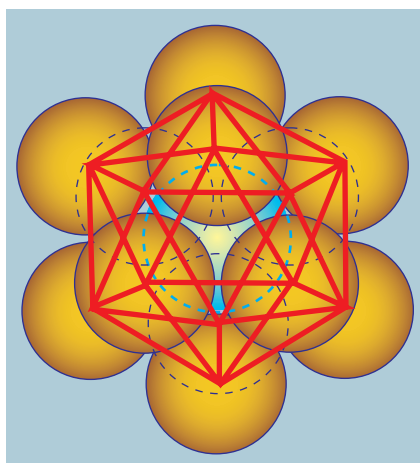
6. De nombreux mathématiciens ont établi des limites supérieures de la densité de compactage : 0,828 (Rankin, 1947), 0,7797 (Rogers, 1958), 0,77844 (Lindsey, 1987), 0,77836 (Muder, 1988), 0,7731 (Muder, 1993), jusqu'à ce que Thomas Hales (*ci-dessus*) démontre que la limite était celle déterminée par Kepler : 0,74048...

12 sphères tangentes à la sphère centrale ne sont pas tangentes entre elles, mais mobiles ; en fonction de leur position, le volume de l'antichambre varie. Il existe toujours un continuum d'arrangements possibles, que l'on n'arrive à maîtriser que si l'on trouve, parmi tous les arrangements d'une catégorie, le plus favorable et que l'on vérifie ensuite que même celui-là n'est pas meilleur que l'arrangement de Kepler. Il faut donc minimiser, dans de nombreux cas individuels, une fonction non linéaire de plusieurs variables.

Kepler a laissé son nom au problème, mais il ne l'a pas inventé : en 1600, le mathématicien anglais Thomas Harriot formula la question de l'empilement compact de sphères. Tenant de l'atomisme, il considérait les atomes comme des sphères et pensait avoir déterminé la densité maximale d'un solide.

Les considérations sur le problème de l'empilement des sphères ont des applications en codage : si, dans un espace à n -dimensions, le centre de chaque sphère représente un nombre binaire, il faut s'assurer que les autres nombres sont également distants deux à deux pour qu'une erreur ait le moins de chances possibles de transformer un nombre en un autre. Donc le problème est moins futile qu'il ne le paraît aux bécotiers, et, comme toujours, les mathématiques triomphent.

Christoph PÖPPE est rédacteur à la revue *Spektrum der Wissenschaft*, édition en langue allemande de *Scientific American*.



5. On ne peut placer au maximum que 12 sphères égales en contact avec une sphère de même taille. Ces sphères ne sont pas jointives. La densité «de la cellule de Voronoï» est maximale pour cette configuration où les centres des sphères sont au sommet d'un icosaèdre.



Chœurs lumineux

IAN STEWART

Comment les lucioles synchronisent leurs émissions de lumière.

Peu après le coucher du soleil, en Asie du Sud-Est, la vie offre à ceux qui savent aller l'admirer l'un des plus remarquables spectacles : des nuées de lucioles clignotent en chœur. Dans les années 1930, le biologiste Hugh Smith décrit le phénomène : «Imaginez un arbre de près de 15 mètres de haut et dont, semble-t-il, chaque feuille porte une luciole. Toutes ces lucioles clignotent à l'unisson, environ trois fois par deux secondes. Entre chaque émission de lumière, l'arbre s'obscurcit complètement. Imaginez une dizaine de kilomètres de bord de rivière, avec une file ininterrompue d'arbres qui portent tous des lucioles ; tous les arbres s'éclairent ensemble, et tous s'éteignent ensemble !»

Pourquoi les émissions sont-elles synchrones ? Une théorie propose que l'évolution a présidé à l'apparition de ce curieux

phénomène : seuls les mâles émettent de la lumière, afin d'attirer les femelles ; or, des flashes simultanés se voient de plus loin, surtout dans les zones où la végétation est dense.

Il existe une autre explication, mathématique. Les lucioles émettent de la lumière grâce à un composé qui réagit chimiquement. Elles ont une réserve de ce composé, qu'elles libèrent par bouffées, selon un cycle. Tout se passe comme si les lucioles comptaient régulièrement de 0 à 100, libérant le composé à 100, tandis qu'elles remettent alors le compteur à 0. L'état de la luciole est ainsi déterminé par la valeur du compteur interne. C'est la «phase» de leur cycle.

Un tel cycle est un oscillateur, c'est-à-dire un système dont la dynamique naturelle est périodique. Les oscillateurs sont nombreux, dans le monde vivant :

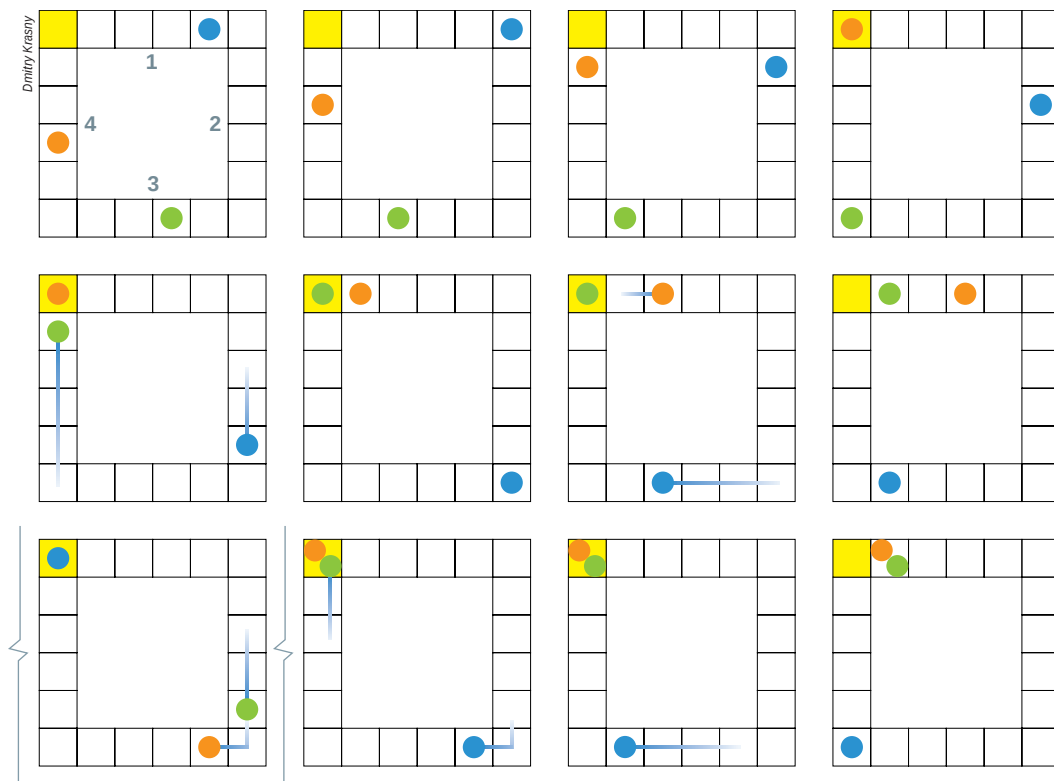
ils font battre le cœur ou gonfler les poumons.

Pourquoi des systèmes oscillent-ils ? Parce que c'est le comportement le plus simple après l'immobilité complète. Pensez au tigre captif qui parcourt cycliquement sa cage ou, en physique, aux vibrations d'une corde de violon. La corde ne peut rester immobile, quand elle est perturbée par l'archet ; elle ne peut faire n'importe quel mouvement, parce que ses extrémités sont fixes. De ce fait, elle vibre périodiquement.

Dans le cas des lucioles, les oscillations sont créées par un mécanisme d'accumulation et de décharge : ce mécanisme s'observe chaque fois qu'une quantité d'un composé augmente jusqu'à un seuil. Une fois le seuil atteint, le système «décharge» (pour les lucioles, c'est le flash), et la quantité de composé stocké s'annule, avant de recommencer à croître.

Comment expliquer le synchronisme des lucioles ? Les observations des entomologistes, dans la nature ou en laboratoire, ont montré que certaines lucioles qui perçoivent un flash d'un congénère sont excitées, et leur phase est alors avancée vers le seuil de décharge.

Leurs oscillateurs sont «couplés» : chacun d'eux modifie l'état des autres. Le mathématicien hollandais Christiaan Huygens étudia de tels oscillateurs alors qu'il mettait au point des pendules dont la période ne dépend pas de l'amplitude de l'oscillation : il vit que deux pendules accrochés à une même étagère se calaient progressivement. Ce phénomène de synchronisation est courant, mais l'élucidation du mécanisme de synchronisation est parfois difficile (attention : la synchronisation des oscillateurs n'a pas toujours lieu ; ainsi chaque membre



Le jeu de flash solitaire reproduit le comportement des lucioles. Cette série de positions se lit de gauche à droite et de haut en bas. Trois lucioles (points de couleur) se déplacent dans le sens des aiguilles d'une montre. Quand une luciole atteint la case flash (en jaune), elle émet un flash qui fait avancer les autres lucioles (lignes bleues) d'un nombre de cases égal au numéro de la rangée sur laquelle les lucioles se trouvent. Les étapes omises sont signalées par une ligne grise.