



1. AUGUSTA ADA KING, comtesse de Lovelace, a posé pour ce portrait d'Alfred-Édouard Chalon vers 1838, quelques années après sa première rencontre avec Charles Babbage. Le cartouche montre un timbre émis en 1992 par la Poste britannique pour la commémoration du 200^e anniversaire de la naissance de Babbage. L'arrière-plan représente des notes écrites par Ada, comprenant un programme qu'elle a écrit pour le calculateur de Babbage.

une série d'équations polynomiales (comme $0 = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$).

Cependant, Babbage a réfléchi à un système plus ambitieux. Devenu l'ami d'Ada, il lui décrit les principes d'une nouvelle machine, la Machine analytique, beaucoup plus élaborée que la Machine à différences. Il passera les 38 années restantes de sa vie à en perfectionner les plans.

La collaboration avec Babbage

Babbage conçoit sa Machine analytique de sorte qu'elle puisse résoudre n'importe quel problème arithmétique ;

l'architecture qu'il envisage ressemble beaucoup à celle des ordinateurs d'aujourd'hui, avec un «magasin» (une mémoire), un «moulin» (un processeur) et un lecteur de cartes perforées (une unité d'entrée). Babbage a pris l'idée des cartes perforées au métier à tisser de Jacquard, qui tisse des motifs automatiquement à l'aide de telles cartes. En sortie, la machine doit produire une page imprimée ou des cartes perforées. La Machine analytique doit effectuer des additions, des soustractions, des multiplications et des divisions ; elle doit exécuter ou répéter un ensemble d'instructions fondées sur certaines conditions («si

x , alors y »), un concept fondamental de l'informatique nommé branchement conditionnel.

En 1840, Babbage fait sa première et unique présentation de la Machine analytique à un groupe de mathématiciens et d'ingénieurs à Turin. Parmi eux se trouve Luigi Federico Menabrea, un jeune mathématicien, qui deviendra premier ministre d'Italie. Très intéressé, celui-ci publie un article en français intitulé *Notions sur la Machine analytique de Charles Babbage*.

L'article de Menabrea traite plutôt des principes mathématiques de la Machine à différences et de la Machine analytique que des opérations mécaniques sous-jacentes. Attentif à l'architecture de l'appareil, il reconnaît que la Machine analytique serait capable de calculer toute formule algébrique correctement exprimée (ou programmée) sur les cartes perforées. Menabrea écrit : «Les cartes sont une simple traduction de formules algébriques, ou, pour être plus exact, une autre forme de notation analytique.»

Ada, qui a épousé William King, comte de Lovelace, lit l'article de Menabrea et commence à le traduire en anglais. Babbage est resté un bon ami et, ayant entendu parler de ses travaux au début de 1843, l'encourage à annoter la traduction.

Cette suggestion marque le début d'une collaboration qui mène à la publication par Ada du premier article traitant dans le détail de la programmation d'un calculateur ; ce sera le seul article de ce genre pour près d'un siècle. L'article, augmenté de sept notes (de A à G), est trois fois plus long que l'article initial de Menabrea. Ces notes sont en grande partie consacrées à la programmation de la Machine analytique à l'aide des cartes perforées de Jacquard : «La Machine analytique se distingue par l'application du principe que Jacquard a conçu pour régler, à l'aide de cartes perforées, les motifs les plus compliqués dans la fabrication de brocards. Nous disons, fort à propos, que la Machine analytique *tisse des motifs algébriques*, tout comme le métier à tisser de Jacquard tisse des fleurs et des feuilles.» Les cartes constituent une solution particulièrement ingénieuse pour tisser des étoffes, ou pour exécuter des calculs, car elles permettent d'engendrer automatiquement n'importe quel motif ou équation.

Ada affine ensuite les descriptions de Menabrea et décrit en détail les

Les nombres de Bernoulli

Les nombres de Bernoulli apparaissent quand on développe des fonctions trigonométriques en séries polynomiales. Ce sont les valeurs B_n dans le développement polynomial de l'expression :

$$\frac{x}{e^x - 1} = \sum_{n \geq 0} B_n \frac{x^n}{n!}$$

Pour son programme, Ada avait simplifié cette expression en :

$$0 = -\frac{1(2x-1)}{2(2x+1)} + B_1 \frac{2x}{2!} + B_2 \frac{(2x)(2x-1)(2x-2)}{4!} + \\ B_3 \frac{(2x)(2x-1)(2x-2)(2x-3)(2x-4)}{6!} + \\ \dots + B_n \frac{(2x)(2x-1) \dots (2x-2n+2)}{(2n)!}$$

Pour calculer B_n à partir de cette expression, commençons par donner à x la valeur 1. La fraction $2x/2!$ associée à B_1 est alors égale à 1 et les fractions associées $B_2, B_3, \dots$ sont toutes égales à 0, car chaque numérateur contient le facteur $(2x-2)$, qui s'annule pour $x = 1$. On obtient :

$$0 = \left(-\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) + B_1$$

Soit $B_1 = 1/6$. Si nous fixons maintenant x égal à 2, les fractions associées à $B_3, B_4, \dots$ s'annulent, car leur numérateur contient le facteur $(2x-4)$. On obtient :

$$0 = \left(-\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}\right) + (B_1 \times 2) + B_2$$

Connaissant la valeur de B_1 , on calcule $B_2 = -1/30$. Ainsi, de proche en proche, on calcule les nombres de Bernoulli, dont les cinq premiers sont $1/6, -1/30, 1/42, -1/30$ et $5/66$.

Pour diverses raisons, les indices qu'Ada a utilisés dans son programme étaient tous des nombres impairs : $B_1, B_3, B_5, \dots$, et non $B_1, B_2, B_3, \dots$. Le calcul successif de chacun des nombres de Bernoulli s'effectue dans ce que les informaticiens modernes nomment une boucle. Pour calculer les valeurs des fractions associées à chaque nombre de Bernoulli, Ada utilise une seconde boucle. Elle commence par diviser le premier facteur du numérateur par le premier facteur du dénominateur et elle met cette valeur en mémoire. Elle divise ensuite le second facteur du numérateur par le second facteur du dénominateur et multiplie la valeur obtenue par la valeur précédemment mise en mémoire. Ces étapes sont répétées jusqu'à ce que la valeur de la fraction soit entièrement calculée, stade auquel elle est multipliée par le nombre de Bernoulli approprié.

particularités de programmation de la Machine analytique. Par exemple, elle souligne que la machine peut sélectionner les instructions selon certaines conditions, et elle distingue ce qui est théoriquement calculable de ce qui l'est en pratique. Elle analyse également les avantages que représente la réutilisation possible du programme par la Machine analytique.

Enfin, Ada montre le ridicule de la notion de «machine pensante» par

analogie avec la pensée humaine : «La Machine analytique n'a aucune prétention de créer quoi que ce soit, elle peut exécuter tout ce que nous savons ordonner pour la faire fonctionner.» Plus d'un siècle après, lors d'une conférence sur l'intelligence artificielle, Alan Turing nommera cette idée l'«Objection de lady Lovelace».

Le reste des notes est consacré aux principes de programmation de la Machine analytique ; il comprend

une description du mécanisme des cartes perforées et de la notation utilisée pour écrire les programmes. Une notation rigoureuse s'impose pour exprimer la formule algébrique sur les cartes perforées. Babbage avait adopté l'usage de tableaux, mais Ada fait une proposition différente.

Ada termine ses notes par un programme de calcul des nombres de Bernoulli. Le mathématicien suisse Jacques Bernoulli avait décrit ces nombres dans

Ada calcule les nombres de Bernoulli

Le schéma ci-dessous est le programme avec lequel Ada calculait B_7 , le quatrième nombre de Bernoulli. Les six premières colonnes montrent les différentes opérations que réaliserait la Machine analytique, et les autres colonnes représentent les valeurs de chacune des variables. Chaque ligne correspond à une opération.

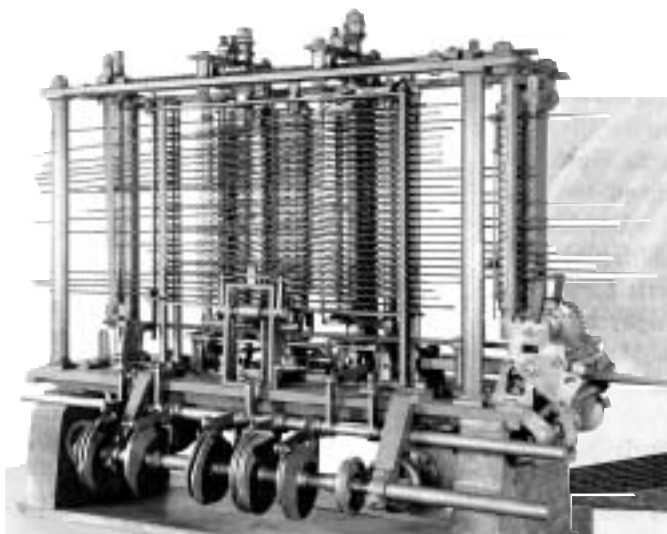
Lorsque le programme commence, il utilise six variables : V_1 , V_2 , V_3 , V_{21} , V_{22} et V_{23} (cases foncées de la barre supérieure) ; les exposants, à gauche de ces nombres, indiquent le nombre de fois où la variable a été utilisée. Les valeurs de ces variables sont 1, 2, n (qui, dans ce cas, est 4, car Ada calcule B_7 , le quatrième nombre de Bernoulli), B_1 , B_3 et B_5 . V_{10} est utilisé pour mettre en mémoire le nombre d'itérations restant à exécuter. À la première itération, V_{10} est égal à $n - 1$, à la seconde itération, V_{10} est égal à $n - 2$, et ainsi de suite. Lorsque V_{10} est égal à 1, la boucle s'arrête, et le programme a fini de calculer les nombres de Bernoulli.

Les six premières opérations calculent $(1/2) \times (2n - 1)/(2n + 1)$ et mettent la valeur en mémoire dans V_{13} . L'opération 7 soustrait 1 de n et l'assigne à V_{10} , car la première itération est terminée. Les opérations 8, 9 et 10 calculent $2n/2$ et le multiplient par B_1 , qui a été calculé précédemment et mis en mémoire dans V_{21} ; elles mettent la valeur en mémoire dans V_{12} . L'opération 11 prend V_{12} et l'ajoute à V_{13} , et l'opération 12 soustrait 2 de n et met cette valeur en mémoire dans V_{10} , car la seconde itération est terminée. Les opérations 13 à 21 calculent la valeur suivante et la multiplient par B_5 .

Le programme d'Ada est critiquable, car elle n'utilise pas de variable pour conserver la trace de chaque itération pendant le calcul des valeurs fractionnaires, comme elle le fait pour V_{10} lorsqu'elle calcule le produit des fractions par les précédents nombres de Bernoulli. On note également une erreur, dans le programme d'Ada, dans l'opération 21, où le troisième facteur du dénominateur devrait être 4 et non 3.

Diagram for the computation by the Engine of the Numbers of Bernoulli. See Note G. (page 722 et seq.)

Number of Operation.	Nature of Operation.	Variables acted upon.	Variables receiving results.	Indication of change in the value on any Variable.	Statement of Results.	Data.												Working Variables.										Result Variables.																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																
						V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_{14}	V_{15}	V_{16}	V_{17}	V_{18}	V_{19}	V_{20}																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			
						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
						1	2	4																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				



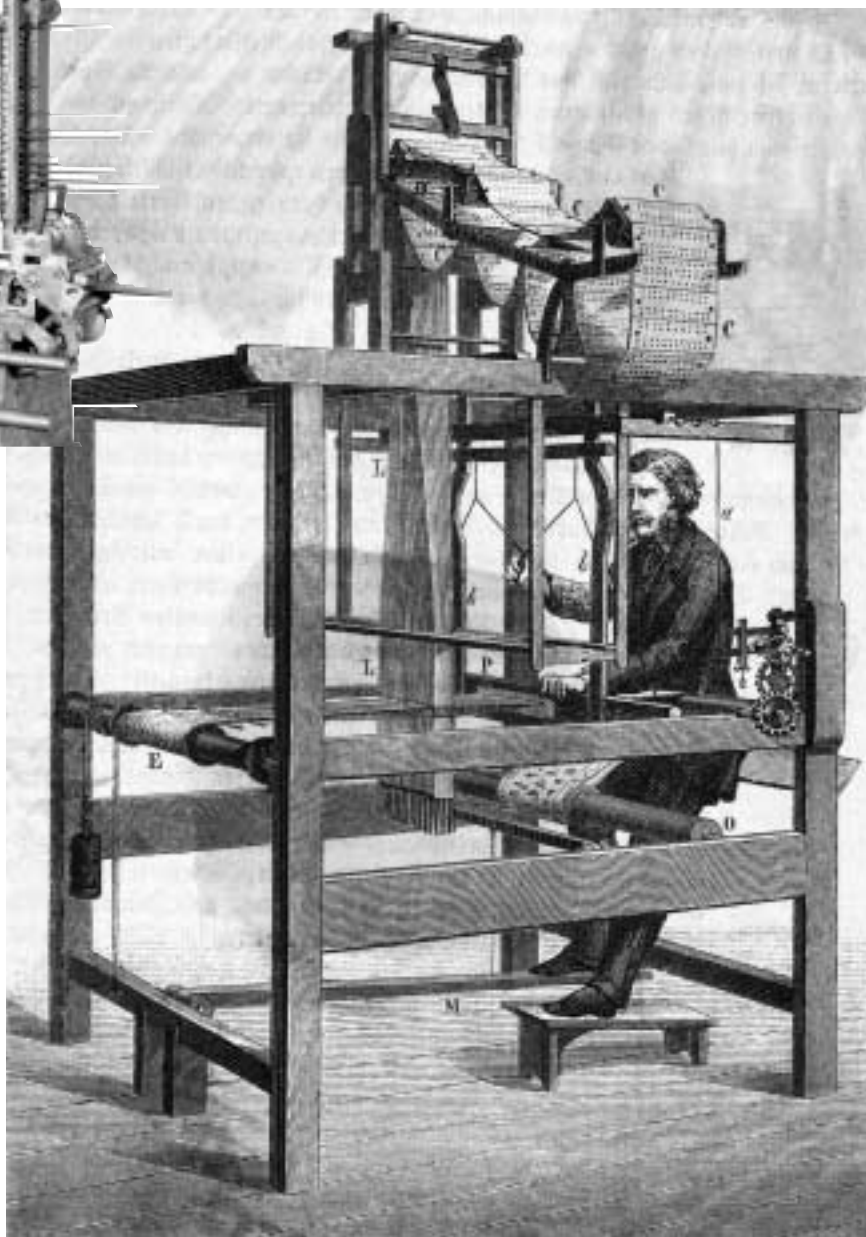
2. LA MACHINE ANALYTIQUE DE BABBAGE ne fut jamais terminée, mais une partie (*ci-dessus*) du «moulin» (l'unité centrale) et l'imprimante ont été assemblées peu avant sa mort en 1871. La machine devait être programmée à l'aide de cartes perforées, une idée reprise du métier à tisser de Jacquard (*à droite*).

un livre classique de probabilité, *Ars conjectandi* (*L'Art de la conjecture*), publié après sa mort, en 1713. Le programme de calcul de ces nombres illustre la capacité de branchement conditionnel de la Machine analytique et utilise deux boucles. Ce programme était beaucoup plus ambitieux et complexe que tous ceux que Babbage avait écrits.

Babbage et les notes

On connaît les travaux d'Ada grâce à sa correspondance avec Babbage, au cahier de Babbage, à l'autobiographie de ce dernier ainsi qu'aux notes d'Ada elles-mêmes. Parmi les lettres échangées entre Ada et Babbage qui nous sont parvenues, la plupart ont été écrites par Ada. Malheureusement, son carnet de notes est perdu ; il nous aurait éclairé sur sa démarche intellectuelle.

Ada rédige ses notes entre février et septembre 1843 ; elle en discute souvent avec Babbage, à la fois par lettre et de vive voix. Elle compte sur lui pour expliquer le fonctionnement interne de sa machine et pour confirmer la précision de ses descriptions, mais elle étonne souvent Babbage par sa perspicacité. Ayant lu un brouillon de la note A, par exemple, Babbage répond : «J'hésite beaucoup à vous retourner votre admirable et philosophique note A. Surtout ne la modifiez pas... Vous ne pouviez pas savoir tout cela par intuition et, plus je lis vos notes, plus elles me surprennent, et plus je regrette de ne pas avoir exploré plus tôt cette mine d'or.»



Si Ada demande l'avis de Babbage et est ouverte aux suggestions, elle refuse que Babbage transforme lui-même le texte. En août 1843, un mois avant que les versions finales partent chez l'imprimeur, Babbage propose d'inclure dans les notes une préface déplorant le manque de soutien du gouvernement britannique pour sa Machine analytique. Ada, furieuse, lui envoie une lettre exprimant sa colère. Finalement, tous deux aplanissent leur différend ; la préface de Babbage est publiée séparément et anonymement.

En juillet 1843, Ada écrit à Babbage : «Je voudrais inclure dans une de mes notes quelque chose sur les nombres de Bernoulli, afin de montrer comment une fonction implicite peut être trouvée par la machine sans avoir été préalablement

résolue par l'esprit et les mains de l'homme. Communiquez-moi les données et les formules nécessaires.» Ada a étudié les nombres de Bernoulli avec De Morgan deux ans auparavant, mais elle a apparemment besoin de se rafraîchir la mémoire.

Cette lettre prouve que l'idée d'inclure un programme calculant les nombres de Bernoulli est d'Ada. D'autre part, Babbage a fourni les formules pour calculer les nombres de Bernoulli, ce qu'il confirmera 21 ans plus tard dans son autobiographie.

Qui d'Ada ou de Babbage a écrit le programme de calcul des nombres de Bernoulli ? Ada en est certainement capable, car elle connaît très bien le mécanisme de programmation ; elle a même amélioré des notations de pro-

grammation de Babbage! En outre, des lettres échangées entre Babbage et Ada à cette époque indiqueraient que les contributions de Babbage se sont limitées à la formule mathématique et qu'Ada a elle-même écrit le programme.

Babbage a écrit plusieurs petits programmes pour la Machine analytique dans ses carnets en 1836 et 1837, mais aucun d'entre eux n'atteignait la complexité du programme de calcul des nombres de Bernoulli. La formation initiale d'Ada l'a familiarisée avec les propriétés des nombres. Il est possible qu'Ada ait compris qu'un programme sur les nombres de Bernoulli est un bon moyen de montrer certaines des caractéristiques essentielles de la Machine analytique, tel le branchement conditionnel. Comme Menabrea mentionne les nombres de Bernoulli, le programme d'Ada s'intègre parfaitement à la traduction.

En 1985, Dorothy Stein, de l'Université de Londres, publia une importante biographie d'Ada, où elle affirme qu'Ada était une mathématicienne incompétente, incapable d'écrire le programme des nombres de Bernoulli elle-même.

La conclusion de D. Stein est principalement fondée sur deux arguments. Premièrement, elle signale une erreur dans la traduction de Menabrea par Ada, où cette dernière traduit une coquille en français par une assertion mathématique impossible. L'article original de Menabrea contenait «le cos. de $n = \infty$ », alors qu'il fallait lire «le cas de $n = \infty$ ». Ada avait traduit littéralement «lorsque $\cos n = \infty$ », ce qui est mathématiquement impossible (un cosinus est compris entre -1 et 1).

Deuxièmement, D. Stein cite des lettres échangées entre Ada et ses précepteurs, qui montrent qu'Ada avait des difficultés avec les substitutions fonctionnelles (montrer une équation en substituant une fonction par son identité).

Ada avait effectivement mal traduit un passage de l'article de Menabrea, mais on ne peut de bonne foi l'attribuer à une incompétence en mathématiques. Ce n'était pas la seule erreur contenue dans son article : elle avait également apposé à la fin de sa dernière note ses initiales sous la forme A. L. L., au lieu de A. A. L. Ses 64 pages de traduction et d'annotations avait été revues par Babbage et par d'autres, à qui ces erreurs avaient également échappé.

L'accusation de mal comprendre la substitution fonctionnelle est plus

importante, car c'est un concept vital pour les programmeurs. À cette époque, l'algèbre était la discipline mathématique de pointe en Angleterre, et Ada prenait ses cours par correspondance. Sachant que ses professeurs l'aidaient gratuitement, Ada devait plutôt leur écrire pour des sujets qu'elle n'avait pas compris que pour des concepts déjà assimilés. Le niveau de compétence mathématique de ses dernières lettres montre que, malgré ses possibles difficultés avec les substitutions fonctionnelles avant la rédaction des notes, elle les avait certainement assimilées lors de leur écriture.

La fragile santé d'Ada déclina après 1843, limitant sa pratique des mathématiques. Elle mourut le 27 novembre 1852, probablement d'un cancer de l'utérus. À sa demande, elle fut enterrée auprès de son père. Ses travaux restèrent relativement obscurs jusqu'en 1953, lorsque Bertram Bowden écrivit une histoire des calculateurs où il mentionnait les travaux d'Ada et la qualifiait de «prophète».

De nombreux pionniers de l'informatique ont entendu parler des travaux de Babbage et des publications d'Ada, mais ils procédèrent généralement à leur propre percée conceptuelle. Howard Aiken, le professeur de l'Université Harvard qui conçut et construisit le *Mark I* en 1943, déclarait être un successeur direct de Babbage. Il ne connaissait cependant pas bien les travaux d'Ada et ne comprit pas l'importance du branchement conditionnel.

Maurice Wilkes, qui construisit l'ordinateur EDSAC à Cambridge, en 1949, s'est ensuite passionné pour Babbage : «Si elles avaient été mieux connues, en détail, à la fin des années 1930, ses œuvres auraient contribué au développement des ordinateurs.» Autrement dit, une meilleure connaissance de l'histoire des sciences aurait fait gagner du temps aux ingénieurs.

Eugene Eric KIM est éditeur technique de la revue *Dr. Dobbs' Journal*. Betty Alexandra TOOLE, professeur d'informatique au Collège dominicain de San Rafael, a publié plusieurs lettres d'Ada.

J.M. DUBBEY, *The Mathematical Work of Charles Babbage*, Cambridge University Press, 1978.

Anthony HYMAN, *Charles Babbage: Pioneer of the Computer*, Princeton University Press, 1982.

DES CAILLOUX DANS LES CHOSSES SÛRES

DIDIER NORDON

**Des cailloux
dans les choses sûres**



Didier Nordon épingle les scientifiques et les politiques qui extraient de la science plus qu'elle ne dit. Nul doute que chacun reconnaîtra dans ces piques... le défaut de son condisciple.

144 pages - 70 F

Code 1897

**POUR LA
SCIENCE**
DIFFUSION BELIN

Bon de commande en p. 98

La chirurgie assistée par ordinateur

ERIC GRIMSON • RON KIKINIS • FERENC JOLESZ • PETER BLACK

Les chirurgiens utilisent la réalité virtuelle pour exciser des tumeurs avec une meilleure précision.

Dans un bloc opératoire, une jeune femme est endormie. Le chirurgien procédera bientôt à l'ablation d'une tumeur du cerveau responsable d'attaques cérébrales quasi quotidiennes. L'intervention est risquée : la tumeur comprime le cortex moteur, le tissu nerveux qui commande les mouvements volontaires. À l'œil nu, la tumeur et le cortex sain ont le même aspect, mais la tumeur se développera de nouveau si le chirurgien ne l'élimine pas complètement, et la jeune femme restera paralysée si une partie du cortex sain est prélevée.

L'intervention est cependant possible, car le neurochirurgien dispose d'un système de chirurgie assistée par ordinateur. Un écran d'ordinateur affiche un modèle géométrique en trois dimensions de la tête de la patiente construit à partir de clichés obtenus grâce à la technique non invasive d'imagerie par résonance magnétique.

À l'aide de la souris, il oriente l'image afin d'avoir la vue qu'il aura pendant l'intervention ; puis, toujours à l'écran, il enlève la peau, la couche adipeuse et l'os : le cerveau apparaît. La tumeur et d'autres éléments importants, tels les vaisseaux sanguins et le cortex moteur, sont représentés en différentes couleurs. Observant que la tumeur touche à la fois le cortex moteur et des vaisseaux sanguins majeurs, le chirurgien établit un programme qui minimisera le risque d'hémorragie et de paralysie.

Il s'approche alors de la patiente, couchée sur la table d'un système d'imagerie par résonance magnétique spécialisé. Alors que les systèmes classiques sont composés d'un grand cylindre creux qui contient un aimant

1. UNE TUMEUR (en vert) dans le cerveau d'une femme est affichée grâce à des images enregistrées au cours de l'opération et traitées par un ordinateur équipé de programmes d'interprétation d'images.