

provisionnement en eau, en gaz et en électricité sans que les tubulures ne se croisent. Le problème est impossible. Lorsque les deux ensembles ont m et n sommets, le graphe est noté $K_{m,n}$.

L'idée de nombre minimal de croisements est apparue en 1944, lorsque le mathématicien hongrois Paul Turán travaillait dans une fabrique de briques, près de Budapest. L'usine contenait des fours, qui cuisaient les briques, et des dépôts, où les briques étaient entreposées. Les ouvriers transportaient les briques dans des wagonnets qu'ils poussaient sur un réseau de voies ferrées qui reliaient chaque four à chaque dépôt. Cependant, aux croisements, les wagonnets risquaient de dérailler, ce qui brisait les briques !

Alors qu'un ingénieur aurait amélioré les aiguillages, Turán chercha à minimiser leur nombre. Il élimina rapidement les croisements superflus, mais le problème général continua de l'intriguer. Avec m fours reliés chacun à n dépôts, le problème est le suivant : pour tout graphe biparti complet $K_{m,n}$, quel est le nombre minimal de croisements ?

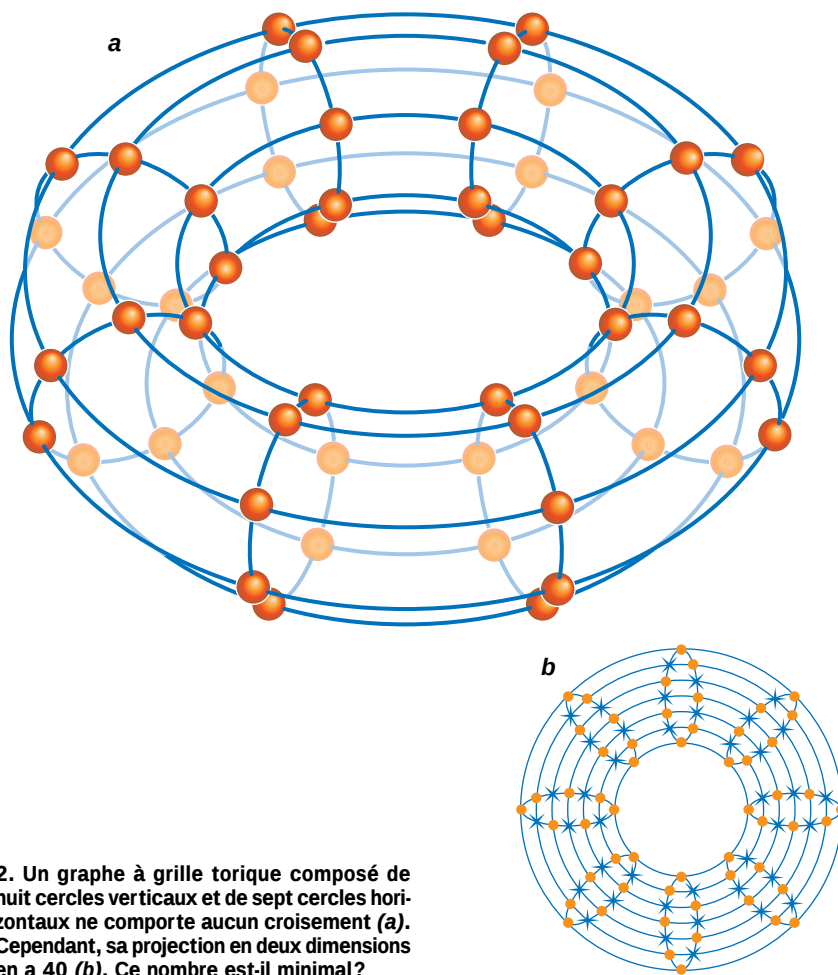
Le problème reste ouvert. Nadine Myers, de l'Université Hamline, a récemment montré que le nombre minimal de croisements n'est connu que pour les graphes complets K_n avec $n < 11$, et pour les graphes bipartis complets $K_{m,n}$ avec $2 < m < 7$.

La grille torique à maille rectangulaire représentée sur la figure 2 est un autre type de graphe, qui pose également des problèmes intéressants. Il est composé de deux familles de cercles : huit cercles verticaux passant par sept sommets (notés C_7) et sept cercles horizontaux passant par huit sommets (notés C_8). L'association de ces cercles forme un tore – une surface en forme de chambre à air – où les arêtes ne se croisent qu'aux sommets. Lorsque ce graphe ($C_7 \times C_8$) est écrasé sur un plan, chaque cercle vertical, devenu une ellipse, croise les cercles horizontaux en cinq points. Les arêtes du graphe se croisent donc, au total, 40 fois.

Généralisons avec m cercles horizontaux et n cercles verticaux (par convention, $m \leq n$). Les projections sur un plan de chaque cercle vertical coupent une fois, en un sommet du graphe, les cercles horizontaux extrêmes et deux fois chacun des $(m-2)$ autres cercles horizontaux, dont une fois en un sommet. Ainsi chaque cercle vertical contribue pour $(m-2)$ croisements, et le graphe complet a $n(m-2)$ croisements. Ce nombre $n(m-2)$ est-il le nombre minimal de croisements

pour un graphe en grille torique ? Cette «conjecture (m, n) » n'a jamais été prouvée. Elle est vérifiée pour $2 < m < 7$ et pour $m = n = 7$. Pour le graphe $C_7 \times C_8$, on suppose que le nombre minimal de croisements est égal à 40, mais cette conjecture n'a jamais été démontrée. Si vous parvenez à redessiner l'illustration avec seulement 39 croisements, voire moins, vous infirmerez cette conjecture.

En 1997, à l'Université Carleton, Gelasio Salazar a démontré que, si le nombre de croisements d'un graphe ($C_m \times C_n$) est inférieur à $n(m-2)$, il ne l'est que de peu. Toutefois, un nombre minimal de croisements peu inférieur à 40 reste possible. La conjecture (m, n) est-elle fausse, ce qui expliquerait qu'on ne puisse la démontrer ? Ou bien est-elle aussi ardue que ses nobles consœurs, les conjectures de Fermat, de Kepler et des quatre couleurs ?



2. Un graphe à grille torique composé de huit cercles verticaux et de sept cercles horizontaux ne comporte aucun croisement (a). Cependant, sa projection en deux dimensions en a 40 (b). Ce nombre est-il minimal ?

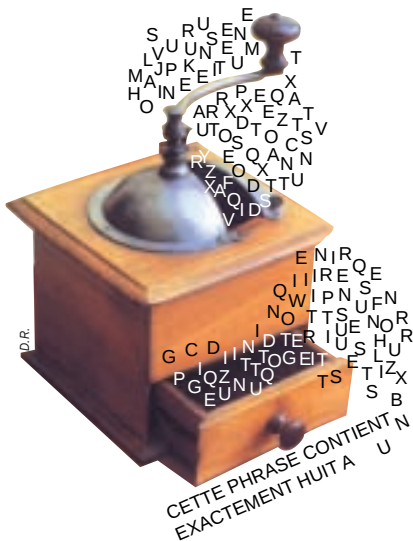
Bryan Christie

Réactions

Dans la «conjecture du soufflet» (voir *Pour la Science*, août 1998), j'expliquais pourquoi il est impossible de construire un soufflet polyédrique, c'est-à-dire un polyèdre flexible qui change de volume en se déformant. Un point important concernait la parfaite impossibilité d'une face à se déformer et de deux faces en contact à se séparer. Cependant, le carton n'est pas absolument rigide. Un soufflet polyédrique à volume variable en carton est donc possible, car ses faces se déforment et ses arêtes se fendent.

David Briggs, à Waltrop (Allemagne), a breveté un ingénieux système de soufflet, utilisable par exemple en milieu hospitalier pour des poches à transfusion. Vous le trouverez sur le site Internet :

http://www.patents.ibm.com/details?pn=US03993222__&language=en. Selon l'inventeur, l'idée vient de son père qui lui a appris à faire rentrer dans le tube le dentifrice qui est sorti en trop : il suffit de presser le tube perpendiculairement à la première pression.



Cette phrase contient exactement...

...huit a, un b, six c, cinq d, vingt-trois e, deux f, trois g, quatre h, dix-sept i, un j, un k, deux l, trois m, seize n, huit o, cinq p, sept q, dix r, onze s, vingt-quatre t, quatorze u, trois v, un w, sept x, un y et, finalement, quatre z.

JACQUES PITRAT

La phrase qui sert de titre et de chapeau à cet article décrit son propre contenu. Il y a bien huit a, un b, etc., et toutes les lettres de l'alphabet sont dénombrées. On trouve assez facilement de telles phrases, nommées phrases réflexives, quand elles ne décrivent qu'une partie de leur contenu, comme : « Cette phrase contient exactement cinq n et trois o. » L'utilisation d'un ordinateur facilite la découverte de phrases qui décrivent combien de fois elles contiennent chacune des 26 lettres de l'alphabet. Cette recherche a un parfum de rhétorique et devrait plaire au cercle de l'Oulipo.

Lorsque nous cherchons une phrase de ce type, le moindre changement a

de fâcheuses répercussions, car il modifie ce qui était correct auparavant. Si, par exemple, une phrase énonce qu'elle contient sept p alors qu'elle en contient en réalité huit, et que nous changeons le « sept » lié à p en « huit », nous modifions ce faisant le nombre de s, de e, de p, de h, de u et de i. Seul le nombre de t ne change pas, car il y en a un dans huit et un dans sept. En outre, nous n'avons toujours pas le bon nombre de p : la phrase énonce maintenant qu'elle contient huit p alors qu'elle n'en contient plus que sept !

Même la vérification de l'exactitude d'une solution est longue, et l'on s'y trompe souvent. Ainsi, la phrase suivante

est à la fois correcte et fautive : « Il est facile de voir que cette phrase contient six a, un b, sept c, quatre d, dix-huit e, quatre f, cinq g, cinq h, vingt-deux i, un j, un k, trois l, un m, vingt et un n, cinq o, quatre p, huit q, neuf r, huit s, vingt et un t, vingt u, six v, un w, six x, un y et pour finir un z. » Elle indique des nombres de lettres exacts, mais il n'est pas si facile d'en faire la vérification.

LE CORPS ET LES PARTIES, FIXES ET MOBILES

Pour faciliter la découverte des phrases réflexives à la main ou par l'informatique, nous allons séparer les lettres en plusieurs groupes, certains variant au cours de la recherche et d'autres non. On appelle « corps » d'une phrase réflexive l'ensemble de ses lettres qui ne sont pas dans les nombres associés aux lettres de l'alphabet. On le choisit au départ. Le corps de la phrase du titre et du chapeau est : *cettephrasecontientexactementabcdefghijklmnopqrstuvwxyzfinale-*

La partie « fixe » de la phrase contient le corps auquel on ajoute les lettres des nombres associés aux lettres qui n'apparaissent dans aucun nombre : en français, b, j, k, w et y, auxquelles nous pouvons ajouter l et m qui n'apparaissent que dans mille, million et milliard, que l'on a peu de chances de rencontrer comme nombre de lettres dans une phrase normale. Les nombres associés à ces lettres ne varient pas quand on change un nombre associé à une lettre : la partie fixe de la phrase est entièrement déterminée par le choix du corps. Pour la phrase du titre et du chapeau, la partie fixe est : *cettephrasecontientexactementaunbcdefghijklm*



La partie «mobile» de la phrase est formée des lettres des nombres associés aux lettres pouvant figurer dans des nombres. Le corps d'une phrase étant choisi, c'est cette partie mobile que nous recherchons pour écrire une phrase réflexive. Pour la phrase du titre et du chapeau, la partie mobile est : *huitsix-cinqvingttroisdeuxtroisquatredixsept-seizehuit-cinqseptdixonzevingtquatrequatorzetrouisseptquatre*.

Le problème a quelques variantes. Ainsi, en français, on peut considérer les caractères e, é, ê et ë comme une seule lettre ou comme cinq lettres différentes. Le choix d'un classement ou d'un autre n'est toutefois pas très important : en français, aucun nombre ne contient de lettre accentuée, à l'exception de zéro, qui ne peut apparaître (si l'on indique que l'on a zéro fois une certaine lettre, cette lettre apparaît une fois, et le zéro disparaît!). Ainsi, la distinction des lettres accentuées alourdit seulement la partie fixe de la phrase avec des nombres qui ne changeront jamais.

La phrase peut aussi mentionner le nombre d'espaces, de signes de ponctuation, de traits d'union, voire le nombre total de ses lettres. Avec les signes de ponctuation, on augmente seulement la partie fixe de la phrase : leur quantité n'est pas modifiée quand on change les nombres. En revanche, compter les traits d'union ajoute des lettres à la partie mobile, car tous les nombres n'ont pas de trait d'union. De même si l'on compte les espaces : trente et un a deux espaces alors que d'autres nombres n'en ont aucun. Enfin, le nombre total de lettres change évidemment quand on modifie un nombre : pour les nombres inférieurs à 100, il va de 2 (un) à 19 (quatre-vingt-quatorze). Dans chacune de ces trois variantes, on augmente d'une unité la quantité de nombres à trouver pour définir une phrase, ce qui complique un peu le problème.

On peut aussi rechercher les phrases réflexives les plus concises possible : plutôt que d'indiquer qu'il y a, par exemple, «un k» ou «un w», on ne fait pas figurer ces lettres, qui n'apparaissent qu'à l'endroit de la phrase où l'on en mentionne le nombre. Il est difficile d'être plus concis que la phrase suivante : «Trois a, deux c, six d, dix e, deux h, huit i, deux n, trois o, quatre p, quatre q, cinq r, sept s, dix t, sept u et sept x.»

Enfin, en hommage à Georges Perec, voici une phrase réflexive qui ne contient pas de e. Elle est un peu alambiquée, car elle ne peut contenir que les nombres un, trois, cinq, six, huit, dix, dix-huit, vingt, vingt-trois, vingt-cinq, vingt-six et vingt-huit. Le nombre sans e suivant est un million ! «Ha, l'on trouva la solution ; il

Les éléments d'une phrase réflexive

On choisit d'abord le **corps** de la phrase, c'est à dire les lettres qui ne sont pas dans les nombres associés aux lettres :

cetitrecontientabcdefghijklmnopqrstuvwxyz

Puis on détermine la **partie fixe** de la phrase, le corps plus les lettres des nombres associés aux lettres qui n'apparaissent dans aucun nombre (b, j, k, l, m, w et y) :

cetitrecontientaunbcdefghiunjunkunlmnopqrstuvunwxunyetz

Il ne reste qu'à déterminer la **partie mobile** de la phrase, les nombres associés aux lettres qui apparaissent dans les nombres :

Ce titre contient quatre a, un b, cinq c, cinq d, dix-neuf e, deux f, un g, deux h, treize i, un j, un k, un l, un m, seize n, trois o, quatre p, sept q, sept r, sept s, quinze t, dix-huit u, un v, un w, six x, un y et quatre z.

rit, titra tout, sans tri, sur un trait gras : cinq c, huit a, trois g, six d, vingt-cinq i, six h, dix n, cinq l, cinq q, huit o, dix s, dix r, dix u, dix-huit t, huit x, trois v».

DES CHIFFRES ET DES LETTRES

Comment écrire de telles phrases ? Pour un corps donné, on pourrait écrire toutes les phrases possibles en utilisant systématiquement tous les ensembles possibles de 26 nombres ; on vérifierait ensuite seulement si chacune de ces phrases décrit correctement son contenu. Cette méthode est toutefois inutilisable : le nombre de situations possibles est infini, et même en restreignant le choix aux nombres inférieurs à 30, par exemple, le plus puissant des ordinateurs n'en viendrait pas à bout en un temps raisonnable.

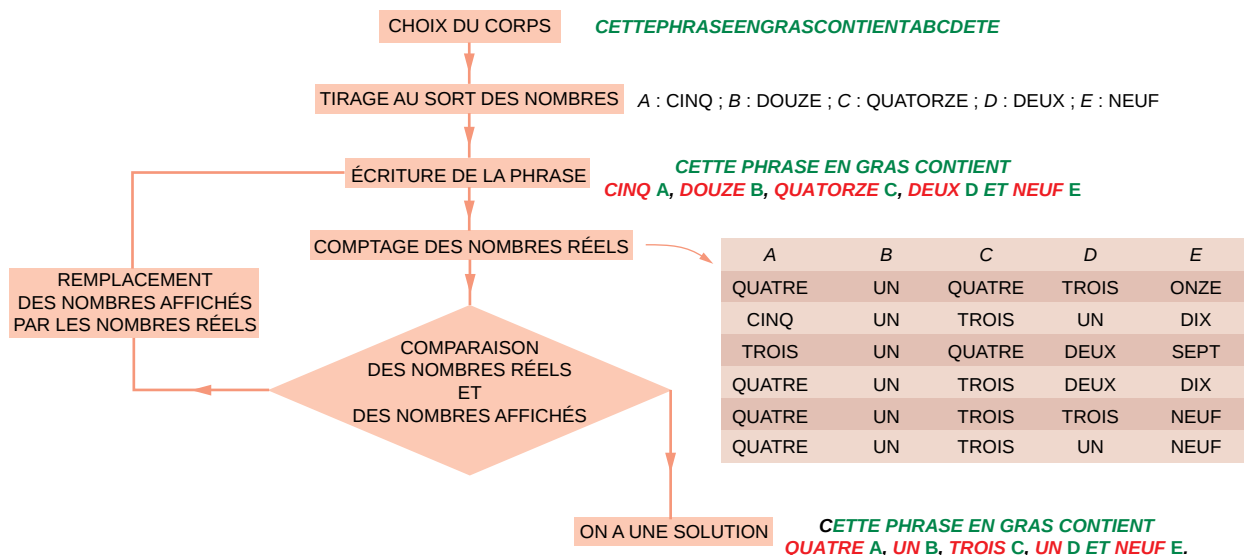
En français, on peut réduire le nombre de combinaisons : nous avons vu que seulement 19 lettres peuvent figurer dans un nombre. En outre, les lettres g et v apparaissent toujours ensemble, et seulement dans le nombre vingt, le nombre de g et de v qui apparaissent dans des nombres sont toujours les mêmes. Les nombres associés au g et au v figurent toutefois dans la partie mobile : ils peuvent tous les deux changer, bien que ces changements soient liés. Ainsi, un corps étant donné, nous n'avons que 18 nombres à déterminer. C'est encore trop.

Heureusement, Douglas Hofstadter, dans son livre *Ma Thémagie*, a décrit une méthode plus efficace pour créer des phrases réflexives. Pour chaque lettre de l'alphabet, on nomme «nombre réel» le nombre d'apparitions de cette lettre dans la phrase et «nombre affiché» celui qui, dans la phrase, est associé à cette lettre. Ainsi, dans «cette phrase contient quatre a», le nombre affiché pour a est quatre et le nombre réel est trois.

Le corps de la phrase étant choisi, on commence alors en tirant au sort les 26 nombres affichés que l'on cherche. Si, pour toutes les lettres, le nombre affiché est égal au nombre réel, on tient une solution. Si ce n'est pas le cas, on remplace pour chaque lettre son nombre affiché par son nombre réel, qui devient ainsi le nouveau nombre affiché. On poursuit le processus en vérifiant à chaque itération si les nombres affichés sont ou non égaux aux nombres réels.

Deux cas peuvent se produire : soit on arrive à une solution, soit on retrouve une situation déjà rencontrée et l'on tombe dans une boucle. On pourrait détecter les boucles en gardant les situations déjà rencontrées, mais cela obligerait à conserver en mémoire beaucoup trop de situations et nécessiterait un trop grand nombre de comparaisons. Il est plus simple de limiter le nombre d'itérations permises : si l'on dépasse cette limite, on arrête, on refait un tirage pour les nombres affichés et l'on recommence les itérations. On fixe aussi une limite au nombre de tirages de départ. Si on la dépasse, on arrête les essais pour ce corps. Ces nombres maximaux d'itérations et de points de départ ont une grande influence sur le succès de la méthode et sur le temps de calcul.

Pour un corps donné, il n'existe pas toujours une phrase réflexive, même dans le cas simple où l'on s'intéresse aux apparitions d'une seule lettre. Ainsi la phrase : «Cette courte phrase contient en tout six e» est incorrecte puisqu'elle contient sept e. Changeons alors le six en sept : «Cette courte phrase contient en tout sept e.» Cela ne va toujours pas puisqu'il y en a maintenant huit. Changeons le sept en huit : «Cette courte phrase contient en tout huit e.» Et nous revenons à sept e. Si l'on met neuf, on aura seulement huit e : il n'y a pas de solution.



Un algorithme permet de trouver des phrases réflexives dont on a initialement choisi le corps : on tire au sort les nombres associés aux lettres, on écrit la phrase, et on compare ces nombres affichés avec les nombres réels. Si des nombres réels sont différents des nombres affichés, il les remplace, et on recommence jusqu'à ce que l'on ait trouvé une solution. Dans l'exemple, volontairement limité aux cinq premières lettres de l'alphabet, on obtient une solution après six itérations seulement (les

valeurs des nombres réels à chaque itération sont donnés dans le tableau à droite). Avec tout l'alphabet, plusieurs milliers d'itérations sont généralement nécessaires, et l'on ne trouve pas nécessairement de solution, même s'il en existe une. Une amélioration de la méthode consiste à ne remplacer, à chaque étape, qu'un seul des nombres affichés par le nombre réel de la lettre correspondante : on bouleverse ainsi moins la phrase à chaque étape, et on trouve plus fréquemment une solution.

Par cette méthode, nous trouvons quelquefois des solutions. Son succès est surprenant, car la phrase est bouleversée à chaque itération : la valeur de la plupart des nombres appartenant à la partie mobile est modifiée à chaque étape. Chaque phrase est donc très différente de la précédente, et l'on ne s'approche pas régulièrement de la solution (si elle existe) : on peut successivement s'en approcher et s'en éloigner.

Toutefois, ce procédé a un avantage important : si l'on arrive à une situation où l'ensemble des lettres des nombres réels est identique à l'ensemble des lettres des nombres affichés, on obtient la solution à l'étape suivante. Supposons que nous ayons dans la phrase du titre et du chapeau « quatre t », au lieu de vingt-quatre, et « vingt-sept x » au lieu de sept, les autres nombres étant les mêmes. Les nombres réels donneront, à l'étape suivante, « vingt-quatre t » et « sept x », ce qui est la solution.

UN SEUL REMPLACEMENT

J'ai amélioré cette méthode. Au lieu de remplacer à chaque itération tous les nombres affichés par les nombres réels correspondants, le programme choisit une seule lettre dont le nombre affiché est différent du nombre réel, et il ne remplace que le nombre affiché de cette lettre par son nombre réel. Cette nouvelle méthode doit préserver une qualité essentielle de la précédente : quand l'ensemble des lettres des nombres réels est le même

que l'ensemble des lettres des nombres affichés, on doit obtenir la solution à l'étape suivante. Sinon, on risque de passer à côté d'une solution évidente. J'ai donc ajouté une vérification : le programme détermine l'ensemble des lettres des nombres réels et celui des lettres des nombres affichés qui en diffèrent. Si ces deux ensembles sont identiques, l'ensemble des nombres réels est une solution. Pour ne pas trop allonger le temps de calcul, le programme ne fait cette comparaison que si l'écart entre les nombres réels et les nombres affichés (l'écart est la somme des valeurs absolues des différences entre les nombres réels et les nombres affichés) n'est pas trop grand.

Cette amélioration est performante : elle permet de trouver plus de solutions. Cela est dû à ce que la phrase est moins bouleversée à chaque itération, puisque l'on ne change qu'un seul nombre affiché : la partie mobile est plus stable.

Pour trouver de nombreuses phrases, j'ai introduit dans le programme un générateur de corps de phrases. J'ai défini d'une part un « noyau », suite de mots commune à tous les corps, et j'ai défini d'autre part plusieurs endroits, dans le noyau, où le programme peut insérer un « ajout », groupe de mots pris parmi plusieurs possibilités liées à chaque endroit. La présence ou l'absence de ces ajouts ne change pas le sens du corps : par exemple, « cher lecteur », « chers lecteurs », « ami lecteur » en tête de phrase ou « pour terminer », « finalement », « pour finir » avant le z final. En combinant une dizaine de

possibilités d'ajout, on crée de nombreux corps. À partir d'un même noyau, le programme engendrait 12 288 corps différents, ce qui pouvait donner naissance à environ 9 000 phrases réflexives.

PLURALITÉ DE SOLUTIONS

Le même corps donne parfois plusieurs solutions. Pour le cas de deux caractères, nous avons vu la phrase : « Cette phrase contient exactement cinq n et trois o. » Il existe d'autres solutions sur le même corps, par exemple : « Cette phrase contient exactement quatre n et trois o. », « Cette phrase contient exactement cinq n et deux o. », « Cette phrase contient exactement quatre n et deux o. »

Ce phénomène est fréquent, même quand on indique les nombres d'apparitions des 26 lettres de l'alphabet : pour les corps ayant au moins une solution, le nombre moyen de solutions est d'environ 1,5. Le record actuel est de dix phrases différentes construites sur le même corps. Voici l'une de ces dix phrases : « Vous avez bien raison de compter toutes les lettres de cette phrase avant de la croire quand elle vous affirme qu'elle contient quinze a, deux b, sept c, sept d, quarante-trois e, quatre f, cinq g, trois h, vingt et un i, un j, un k, huit l, quatre m, vingt-cinq n, treize o, sept p, douze q, vingt et un r, quinze s, trente-quatre t, vingt-quatre u, neuf v, un w, trois x, un y et pour terminer six z. »

À partir d'un point de départ, on peut soit arriver à une solution, soit tourner indéfiniment dans une boucle.

Cette dernière situation est la plus fréquente, d'une part parce qu'il y a des corps sans solution et d'autre part parce qu'il arrive souvent qu'un point de départ conduise à une boucle même quand il existe une solution. La phrase sans e n'a pas été trouvée une seule fois par le programme, bien qu'il ait essayé 200 000 points de départ.

Il arrive aussi que l'on ne trouve pas de solution parce que l'on n'a pas poussé assez loin les itérations : certaines solutions n'apparaissent qu'après plus de 10 000 itérations. Dans la plupart des cas, on les trouve toutefois avant 5 000 itérations, et souvent avant 2 000. Par ailleurs, une solution obtenue après beaucoup d'itérations pour un point de départ peut l'être avec bien moins d'itérations pour un autre point de départ. Il est donc préférable d'augmenter le nombre de points de départ et de diminuer le nombre d'itérations.

Avec des valeurs assez grandes pour les nombres de points de départ et d'itérations, le programme trouve au moins une solution pour plus de la moitié des corps. Le nombre total de solutions est encore plus élevé à cause des solutions multiples : il vaut environ trois quarts du nombre de corps essayés.

Ces méthodes réussissent parce que, l'expérience le montre, la probabilité est grande qu'il existe une solution pour un corps quelconque. Elles sont toutefois inefficaces pour trouver une phrase sans e, parce qu'il est très improbable qu'un corps conduise à une telle solution : on ne peut utiliser qu'à peine la moitié des nombres inférieurs à 30 (et aucun au-delà), et la probabilité que tous les 18 nombres cherchés soient dans cet ensemble est faible. Aussi ai-je construit sans l'aide de l'ordinateur la phrase sans e citée plus haut. J'ai d'abord choisi les nombres affichés pour chaque lettre. En enlevant les lettres de ces nombres de l'ensemble des lettres décrit par ces mêmes nombres, j'ai obtenu l'ensemble des lettres du corps : si je décide que la phrase contiendra cinq q, j'enlève une unité pour le q qui est dans cinq que je viens d'affecter à q ; le corps de la phrase contiendra quatre q (dont la lettre isolée). J'enlève aussi un des quantités affectées aux lettres c, i et n. Ayant ainsi obtenu les lettres du corps, j'ai recherché un anagramme constituant une phrase correcte au point de vue de la syntaxe et du sens. Mon choix initial des nombres affichés a été guidé par les fréquences des lettres en français, afin de maximiser mes chances de résoudre ensuite l'anagramme.

«Au fond, est-ce bien utile de savoir que cette phrase contient cinq a, deux b, huit c, huit d, vingt e, quatre f, cinq g,

six h, vingt-deux i, un j, un k, deux l, un m, vingt-deux n, cinq o, trois p, sept q, cinq r, huit s, dix-neuf t, vingt u, six v, un w, huit x, un y et enfin un z?» De nombreux problèmes du monde réel, à cause de liens très étroits entre différents domaines, ont les mêmes caractéristiques que la construction de phrases réflexives : chaque action a des répercussions importantes sur la situation et détruit ce qui était satisfaisant.

L'évolution des espèces, par exemple, est mue par un tel mécanisme, selon l'hypothèse de la Reine Rouge proposée par Leigh Van Valen : si l'une des espèces qui exploitent un milieu évolue dans le sens d'une meilleure adaptation, accroissant ainsi son succès reproductif, elle diminue la qualité de l'adaptation des autres espèces. Ces dernières évoluent alors pour survivre, annulant ainsi l'avantage de la première. De même, la protection d'un carnivore devenu rare dans un milieu naturel a des répercussions sur la survie de ses proies, qui peuvent à leur tour se raréfier exagérément. Les hommes politiques veulent tous relancer l'économie et réduire le chômage : ils prennent une mesure qui paraît raisonnable pour le but cherché, mais qui a des conséquences imprévues et néfastes sur d'autres points ; cela les oblige à prendre une autre mesure pour y remédier, mais cette nouvelle mesure a des conséquences négatives pour le but initial. Il serait intéressant de trouver des méthodes efficaces pour résoudre de tels problèmes.

En outre, la méthode utilisée donne de bien meilleurs résultats que ce que nous attendions. Capte-t-elle une régularité encore inconnue du problème, voire du monde ? Y a-t-il d'autres problèmes pour lesquelles une méthode analogue obtient des succès contre toute attente ? Le succès est-il dû à l'utilisation d'un mécanisme évolutif, où l'on corrige systématiquement les erreurs décelées sans se préoccuper des conséquences souvent néfastes de ces corrections ? Nous sommes surpris, et il est toujours utile de réfléchir pour comprendre les raisons d'une surprise.

Jacques PITRAT est directeur de recherche CNRS au Laboratoire d'informatique de l'Université Paris 6.

Jacques PITRAT, *Ce titre contient quatre a, un b, cinq c...*, rapport de recherche 96 / 26 du LAFORIA (Paris 6). Ce rapport contient le listing du programme C qui a créé ces phrases réflexives. Il est téléchargeable à l'adresse <http://www.apa.lip6.fr/META/pitrat.html>

Douglas HOFSTADTER, *Ma Thémagie*, InterEditions, 1988.

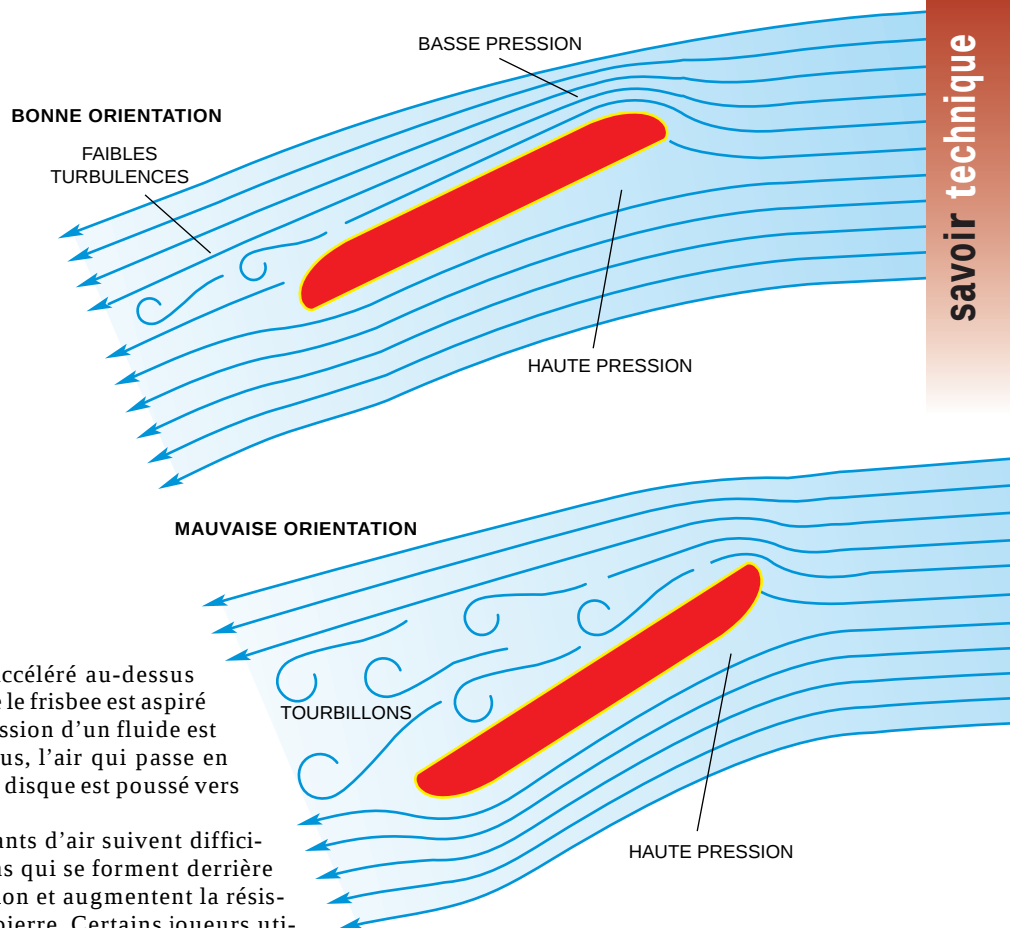
Le vol du frisbee

LOUIS BLOOMFIELD

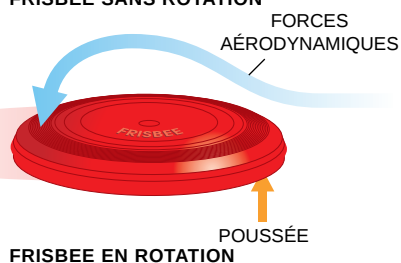
Les frisbees modernes ne ressemblent plus beaucoup aux plats à tarte de la Société *Frisbie Pie* et que s'amusaient à lancer les étudiants et les militaires américains il y a plusieurs décennies. Cependant, les mêmes phénomènes assurent la sustentation des deux objets : la poussée aérodynamique s'ajoute à l'effet gyroscopique.

EN VOL, le disque fend l'air : celui-ci est accéléré au-dessus du frisbee (filets d'air resserrés), de sorte que le frisbee est aspiré vers le haut (selon la loi de Bernoulli, la pression d'un fluide est réduite quand la vitesse augmente). De plus, l'air qui passe en dessous du disque est dévié ; par réaction, le disque est poussé vers le haut.

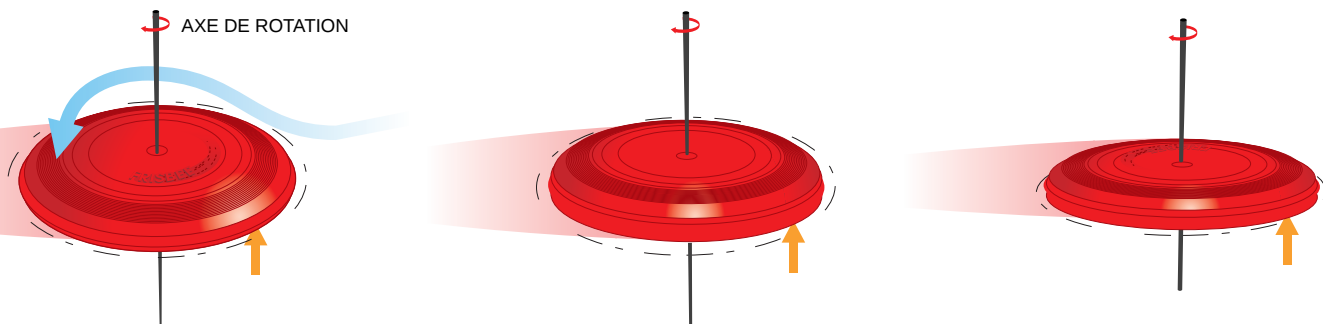
Un frisbee vole mal à l'envers, car les courants d'air suivent difficilement une surface concave. Des tourbillons qui se forment derrière le frisbee détruisent le phénomène de succion et augmentent la résistance à l'air : le frisbee tombe comme une pierre. Certains joueurs utilisent cet effet pour des lancers difficiles à rattraper.



FRISBEE SANS ROTATION



FRISBEE EN ROTATION



LA ROTATION joue un rôle crucial. Sans elle, même un frisbee bien orienté oscille et tombe comme une feuille morte, car les forces aérodynamiques ne sont pas parfaitement centrées : la succion est plus importante à l'avant du frisbee, qui peut se relever et se retourner. En revanche, un frisbee en rotation maintient longtemps son orientation grâce à l'effet gyroscopique, que l'on observe nettement quand on soulève l'avant d'un vélo et qu'on fait tourner la roue avant : on tourne alors difficilement le guidon, la rotation

s'opposant aux couples qui tendent à changer le plan de rotation de la roue.

La silhouette adaptée d'un frisbee place les forces ascensionnelles presque en son centre. Plus épais, les bords du disque augmentent le moment cinétique – donc la stabilité –, tandis que les rainures à la surface du frisbee produisent des turbulences microscopiques dans l'air. Ces turbulences maintiennent les courants d'air supérieurs collés à la surface du frisbee et lui permettent de s'envoler plus loin.