

Informatique vestimentaire

Comment l'étude d'un problème d'informatique peut aider à s'habiller.

Aujourd'hui, vous avez décidé d'être raffiné. Vous vous imposez de porter au moins un article de chacun des groupes suivants : le pantalon vert ou la chemise rayée ou la veste marron ; le pantalon orange ou la veste violette ; la chemise à pois ou le pantalon vert ; et enfin la veste marron ou le pantalon orange ou la chemise rayée. Vos collègues vont-ils vous voir arriver nu ?

Cet exemple illustre un problème nommé satisfiabilité, ou K-SAT : sur un ensemble de N variables (pantalon, veste, chemise) prenant deux valeurs (pour les pantalons, vert ou orange), on compose un ensemble de M clauses (par exemple, on doit porter au moins le pantalon orange ou la veste violette) contenant chacune un nombre K de variables, ou de leur négation (la négation de pantalon vert est pantalon orange), associées par un «OU» inclusif logique. Une clause est satisfaite lorsqu'au moins une des variables ou une des négations de variables est vérifiée. Par exemple, la deuxième clause est satisfaite lorsque vous portez soit le pantalon orange, soit la veste violette. En envisageant toutes les combinaisons possibles de pantalon, de chemise et de veste, on cherche à assigner à chaque variable une valeur

(ici, une couleur), telle que toutes les clauses soient satisfaites.

Quand le nombre de clauses est grand, un ordinateur est nécessaire pour trouver les solutions, si elles existent. Or, le temps de résolution d'un problème de 2-SAT (deux variables par clause, par exemple les clauses 2 et 3 de la figure) varie en fonction d'une puissance de N , il est donc polynomial et on dit que le problème est de la classe P . En revanche, pour un problème de 3-SAT (trois variables par clause), le temps est une fonction exponentielle de N : le problème est dit NP-complet, c'est-à-dire qu'il n'existe – aujourd'hui – aucun algorithme polynomial pour le résoudre.

Un problème NP-complet est le représentant d'une grande famille de problèmes. Rémi Monasson, de l'École normale supérieure, avec Riccardo Zecchina, Scott Kirkpatrick, Bart Selman et Lidror Troyansky, a analysé la modification du comportement des temps de résolution qui accompagne le passage d'un problème de 2-SAT à un problème de 3-SAT, notamment grâce aux analogies qui existent entre les problèmes de K-SAT et les phénomènes de transition de phase en physique.

Quel rapport existe-t-il entre une garde-robe et une transition de phase ? Lorsqu'on étudie la satisfiabilité d'ensembles de clauses déterminées aléatoirement, en fonction du rapport α de M sur N , on constate qu'au-dessous d'une valeur critique, la probabilité de trouver des valeurs qui satisfont un ensemble de clauses est proche de un, tandis qu'au-dessus de cette même valeur, cette probabilité devient très faible. Plus le nombre de variables croît,

plus le passage d'un régime à l'autre est brusque :

la courbe de probabilité de satisfiabilité en fonction de α présente un saut, rappelant ainsi les phénomènes de transition de phase, telle une vaporisation. On observe la transition de phase lorsqu'une fraction des variables devient totalement contrainte, c'est-à-dire qu'elle est obligée de prendre la même valeur dans toutes les solutions qui satisfont l'ensemble de clauses. Dans notre exemple, la variable «veste» n'est pas contrainte puisqu'elle prend une valeur différente dans les deux solutions.

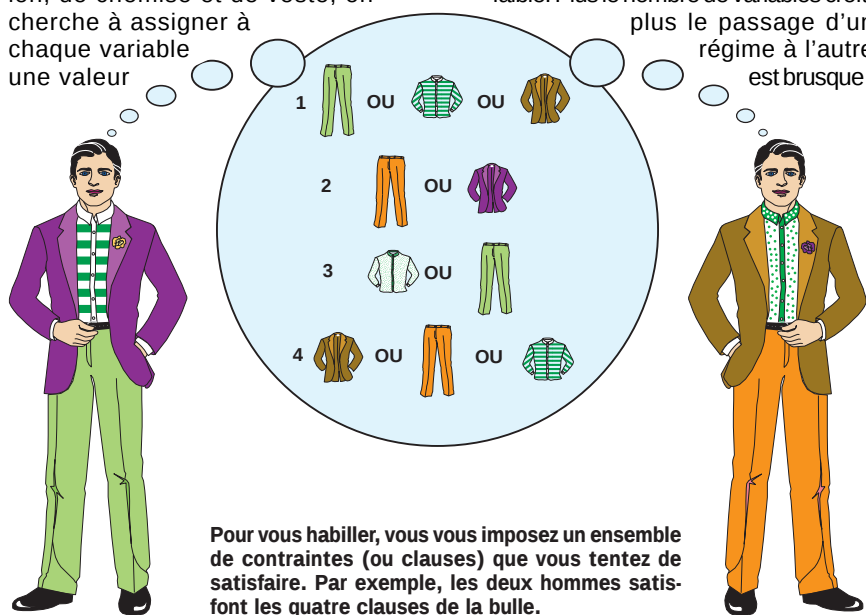
Par ailleurs, quand α est très différent de la valeur critique, la résolution du problème est rapide. Pour un petit α , avec beaucoup de vêtements et peu de clauses, vous aurez peu de difficultés à trouver une solution pour vous habiller. Pour des α élevés – vous êtes très exigeant avec peu de vêtements – il est facile de deviner que vous sortirez nu. En revanche, lorsque α est proche de sa valeur critique, il est difficile soit d'assigner aux variables des valeurs qui satisfassent les clauses, soit de démontrer l'insatisfiabilité.

Pour comprendre l'augmentation de difficulté entre un problème de 2-SAT et un problème de 3-SAT, les physiciens ont étudié la $(2 + p)$ -SAT, où p , compris entre zéro et un, rend compte de la proportion de clauses à trois variables par rapport aux clauses à deux variables. Devant votre garde-robe, vous êtes confronté à un problème de 2,5-SAT, puisque $p = 2/4 = 0,5$.

En faisant varier p de zéro à un, les physiciens ont montré que la transition d'un problème polynomial à un problème exponentiel, autrement dit d'un problème facile à un problème difficile, s'effectue pour une valeur critique p_0 .

Quand p est inférieur à p_0 , la résolution d'un problème de K-SAT adopte le profil d'une transition de phase continue (le passage d'un état à l'autre est progressif), c'est-à-dire que le nombre de variables totalement contraintes augmente peu à peu : le temps de résolution du problème est alors fonction d'une puissance de N . Tandis que lorsque p est supérieur à p_0 , le profil est celui d'une transition de phase discontinue (le passage est brusque), le nombre de variables totalement contraintes augmente d'un coup : le temps de résolution croît alors exponentiellement en fonction de N .

Votre dilemme vestimentaire se résout de deux façons : pantalon vert, veste violette et chemise rayée ; ou pantalon orange, veste marron et chemise à pois.



Pour vous habiller, vous vous imposez un ensemble de contraintes (ou clauses) que vous tentez de satisfaire. Par exemple, les deux hommes satisfont les quatre clauses de la bulle.

La baignoire d'Archimède

On déchiffre un manuscrit du X^e siècle qui contient le traité sur les corps flottants d'Archimède.

Archimède découvrit les lois de l'hydrostatique alors qu'il était dans sa baignoire, dit-on, et il sortit nu dans la rue en criant *Eureka* : étudiant la falsification probable de la couronne de Hiéron d'Alexandrie, il avait découvert que la force de poussée qui s'exerce sur un corps immergé est égale au poids de la masse d'eau déplacée.

L'histoire est-elle vraie ? Les preuves manquent, tout comme manquaient les textes décrivant correctement l'œuvre scientifique du grand inventeur grec. Un palimpseste vendu aux enchères en 1998 contient toutefois le texte du traité sur les corps flottants, recouvert par des prières.

Ce «palimpseste d'Archimède» est un parchemin qui est aujourd'hui

conservé à la Galerie Walters, à Baltimore, et qui sera étudié par une équipe d'historiens des sciences dans les cinq prochaines années. On ignore aujourd'hui où le texte d'Archimède fut initialement écrit (en grec), mais William Noël, conservateur de la galerie Walters, suppose qu'il fut produit à Constantinople, dans un monastère ou dans un palais impérial.

Entre l'an 950 et le XV^e siècle, on ne sait où le manuscrit fut conservé, mais, au XII^e siècle, il fut coupé en deux, les feuilles furent tournées d'un quart de tour, et un moine de Constantinople gratta le vieux parchemin et copia des prières au-dessus du texte de physique. Ces textes religieux assurèrent la préservation du palimpseste. À partir du XV^e siècle, on en retrouve la trace dans le catalogue du monastère de Mar Saba, à quelques kilomètres à l'Est de Bethléem. Il reste là jusqu'au XIX^e siècle, puis il revient à Constantinople en 1907, où il est alors étudié par le Danois Ludvig Heiberg, qui transcrit ce qu'il peut à l'aide d'une loupe et de lumière naturelle. Puis la trace du palimpseste est de nouveau perdue jusqu'en 1920, où il entre dans une collection privée, à Paris. Enfin, il est vendu aux enchères en 1998.

Les prières du XII^e siècle recouvrent le texte original d'une rarissime version de plusieurs traités : le document porte la *Méthode des théorèmes mécaniques* (une procédure mécanique qui anticipait les travaux de Newton) et six autres traités, dont le *Traité des corps flottants*, le seul original connu en grec.

Par chance, celui qui copia les textes d'Archimède avait appuyé suffisamment fort sur le parchemin : les traces, à 90 degrés du texte des prières, sont visibles sous des éclairages spéciaux. Les programmes d'analyse d'images qui seront appliqués au palimpseste devraient redonner le texte d'Archimède, tel qu'il a été posé un peu avant l'an mil.

Immortel Archimède...

BRÈVES

Millénaire retardé

La sonde *Cassini-Huygens* a récemment tourné autour de la Terre, et profité de la force de gravitation pour acquérir suffisamment d'énergie et s'élancer vers Jupiter, puis vers Saturne, qu'elle atteindra en 2004. L'énergie cinétique récupérée par la sonde a été prise à la Terre qui a donc ralenti. John Zarnecki, de l'Université du Kent, a calculé cette déperdition : nous entrerons dans le nouveau millénaire avec un retard d'environ un millième de milliardième de seconde. L'année 2000 sera un peu plus courte que l'année 1999.



Une clé cassée

Plus de 90 pour cent des transactions effectuées sur le réseau *Internet* utilisent un codage dont la clé est un nombre de 155 chiffres (ou 512 bits) obtenu par le produit de deux nombres premiers. La société qui commercialise ce système de sécurité a promis une récompense à qui réussirait à déterminer les deux facteurs. Armée de 292 ordinateurs personnels et d'un super ordinateur *Cray-C916*, une équipe internationale a cassé le code le 22 août dernier, c'est-à-dire qu'elle a identifié les deux nombres de 78 chiffres. Aussitôt, la société a recommandé d'utiliser des codes à 768 ou 1 024 bits.

Voir les atomes

Quelle est la forme des atomes ? Tout dépend de leurs électrons. Ces derniers se répartissent dans l'espace selon des orbitales, leurs zones d'occupation les plus probables, qui ne sont pas toutes sphériques. Certaines ont une forme de huit, d'autres de trèfle à quatre feuilles... À l'Université de l'Arizona, J.M. Zuo a focalisé un faisceau d'électrons sur une zone sans défaut d'un cristal pour observer ces orbitales : les images sont exactement comme on le prévoyait en résolvant l'équation de Schrödinger. Le cristal choisi par J.M. Zuo et ses collègues est l'oxyde cuivreux, important parce qu'il semble être la clé de la remarquable supraconduction à haute température, découverte il y a dix ans.



Le palimpseste d'Archimède (en haut) est aujourd'hui livré aux experts. À l'aide d'éclairages spéciaux et de logiciels d'analyse d'images, on analysera le document grec recouvert par des prières (en bas).

La disparition des océans

Selon des géologues japonais, dans quelques milliards d'années, la Terre sera aussi désertique que Mars l'est aujourd'hui. Les géophysiciens pensent qu'un immense réservoir d'eau dort à quelque 400 kilomètres sous la surface de la Terre, alimenté par l'eau des océans qui s'infiltre dans le manteau dans les



zones de subduction. L'eau «ressort» de la Terre au moment des éruptions volcaniques terrestres ou sous-marines. Or, les océans semblent «fuir» : l'eau s'infiltre dans le man-

teau terrestre cinq fois plus vite qu'elle n'est rejetée. Dans un milliard d'années, le niveau de la mer aura peut-être baissé de 600 mètres ; comme le Soleil en expansion chauffera davantage la Terre, il ne fera plus très bon y vivre.

Faux clone

Dolly, la brebis clonée, est-elle identique à sa mère? Dolly est née de la fusion d'une cellule de brebis adulte et d'un ovocyte d'une autre brebis dont on avait retiré le noyau, donc l'ADN nucléaire. Or, une toute petite partie du génome est contenue dans l'ADN des mitochondries, des organites qui fournissent leur énergie aux cellules. Au moment de la division cellulaire, le nombre des mitochondries double, et chaque cellule fille reçoit la moitié des mitochondries présentes dans le cytoplasme de la cellule mère. De quelles mitochondries proviennent celles des cellules de Dolly? Une équipe de l'Université de New York a montré qu'elles proviennent en majeure partie des mitochondries de l'ovocyte : à cause de ses mitochondries, Dolly n'est pas totalement identique à sa «mère».

Mémoire à l'église

En septembre 1997, la Basilique Saint-François, à Assise (Italie), est endommagée par une série de cinq tremblements de terre. Comment limiter les dégâts à venir pour ce monument situé sur une zone sismique? En utilisant des alliages à mémoire de forme. Parmi les propriétés inhabituelles de ces alliages, leur capacité à reprendre leur position initiale après de grandes déformations est des plus utiles. Grâce à elle, le monument dissipera mieux l'énergie mécanique, caractéristique essentielle pour résister à un tremblement de terre.

Les minoritaires font mouche

Les parades sexuelles des drosophiles dépendent de substances sécrétées en faible quantité.

Sur un fruit mûr oublié, des mouches de différentes espèces se posent et s'envolent dans un ballet incessant. Pour ces insectes, les zones de nourriture constituent des endroits privilégiés de rencontre, et plus si affinités : deux individus de sexes opposés d'une même espèce s'accouplent après une parade nuptiale.

La parade sexuelle du mâle est déclenchée par des substances, nommées phéromones, sécrétées par la femelle ; certaines sont abondantes – les phéromones majoritaires. D'autres sont libérées en faible quantité, ce sont les phéromones minoritaires.

L'équipe de Jean-François Ferveur, du Laboratoire de développement et communication chimique de l'Université de Bourgogne, à Dijon, a montré que seules les phéromones minoritaires sont responsables de la stimulation sexuelle du mâle, tandis que les phéromones majoritaires sont impliquées dans la distinction des espèces.

Les phéromones sont sécrétées par des cellules nommées œnocytes, placées sous l'épiderme de l'abdomen des mouches. Les signaux sont soit olfactifs, c'est-à-dire que les phéromones sont soit volatiles et perçues par des récepteurs présents sur les antennes et sur une partie de l'appareil buccal, soit gustatifs lorsque les composés, trop lourds et donc peu volatils, ne sont captés

qu'après contact gustatif de la trompe, ou des poils des pattes.

Les phéromones se distinguent également selon la quantité produite par l'insecte. Les phéromones dites majoritaires sont présentes à raison de 2 000 nanogrammes (milliardièmes de gramme) sur la cuticule de l'insecte, tandis que l'on trouve seulement environ 100 nanogrammes de phéromones minoritaires. Les entomologistes

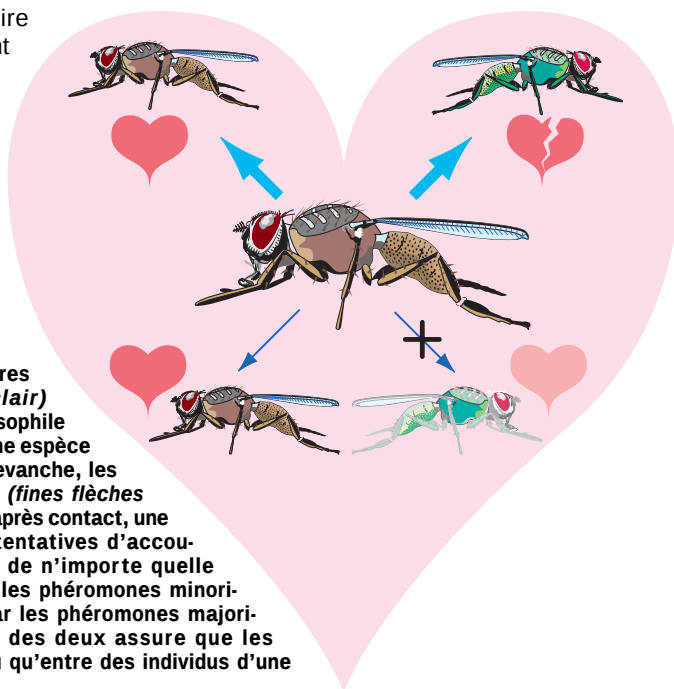
pensaient que les phéromones majoritaires étaient les principaux facteurs de l'attraction sexuelle chez les drosophiles.

Or, J.-F. Ferveur et ses collègues ont effectué diverses expériences qui infirment cette hypothèse.

Ainsi, lors d'une première expérience, ils ont débarrassé la cuticule des phéromones majoritaires en plongeant de jeunes mouches âgées de six heures dans un bain-marie à 37 °C : ce traitement empêche la synthèse des phéromones majoritaires.

En effet, les phéromones sont des hydrocarbures, c'est-à-dire des enchaînements d'atomes de carbone liés à des atomes d'hydrogène. Alors que les phéromones minoritaires sont saturées, c'est-à-dire qu'il n'existe aucune double liaison entre deux atomes de carbone, les phéromones majoritaires sont insaturées. Les phéromones sont d'abord synthétisées sous forme saturée, puis, l'enzyme désaturase transforme les molécules saturées en molécules insaturées.

Au cours de l'expérience où les phéromones insaturées majoritaires n'étaient plus synthétisées (seules les phéromones minoritaires étaient présentes), les drosophiles femelles



Les phéromones majoritaires (larges flèches bleu clair) émises par la femelle drosophile repoussent les mâles d'une espèce différente (en vert). En revanche, les phéromones minoritaires (fines flèches bleu foncé) déclenchent, après contact, une parade nuptiale et des tentatives d'accouplement chez les mâles de n'importe quelle espèce. Dans la réalité, les phéromones minoritaires sont masquées par les phéromones majoritaires, et l'association des deux assure que les accouplements n'ont lieu qu'entre des individus d'une même espèce.