

totalement recyclables. En revanche, l'imprégnation d'un tissu ou d'un non tissé de verre par du polymère fondu impose d'exercer des pressions considérables, car la viscosité du polymère reste très importante. Comment imprégner les renforts ? C'est la question que nous avons étudiée.

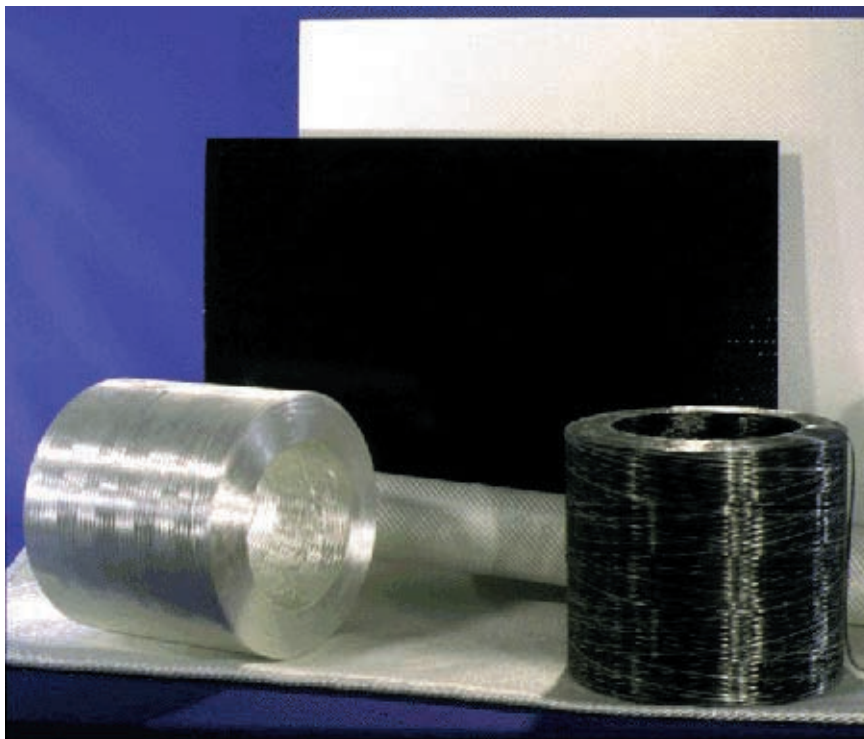
Filaments de verre et de polymère

Afin de favoriser le développement des matières composites à polymère thermoplastique, nous avons voulu proposer un semi-produit qui réunit une matrice et des fibres de verre aussi longues que possible : ainsi l'utilisateur n'a plus à imprégner ses renforts avant le moulage ; pour mettre en œuvre le produit, nommé Twintex, il lui suffit d'effectuer un cycle comportant des phases de chauffage, de mise en pression et de refroidissement. Les pièces en composite réalisées comportent des renforts continus et orientés, du fait de la présentation du produit sous forme de « roving » (gros fil multifilamentaire) ou de tissus de roving.

Le roving est constitué de filaments continus de verre et de filaments, également continus, de thermoplastique. Le polymère choisi, le polypropylène, a été principalement retenu pour son rapport performances / prix avantageux (le polypropylène est largement utilisé par l'industrie automobile, l'électroménager, le mobilier de jardin, l'emballage).

Les filaments de verre sont formés par l'étirage du verre fondu à plus de 1 200 degrés, à travers une multitude de trous aménagés dans une filière. Les filaments sont refroidis par de l'air et recouverts d'un ensimage dont les composants chimiques assurent un bon mouillage du polymère thermoplastique du fil composite.

D'autre part, les filaments de polypropylène sont obtenus au moyen d'une extrudeuse qui fond le polymère (introduit dans la machine sous la forme de granulés) en même temps qu'elle le mélange à des additifs tels que des colorants, des stabilisants thermiques, des anti-ultraviolets... Le polymère fondu est extrudé sous la forme de filaments à travers une plaque filière, également perforée de nombreux trous dont la géométrie est adaptée au comportement rhéologique de ce polymère. À la sortie des filières, les deux popu-



2. BOBINES de Twintex prêtes à l'emploi. Le matériau peut être teinté par ajout de colorant (noir, à droite) dans la matrice de polymère thermoplastique. Derrière les bobines, on voit du tissu à partir duquel on a obtenu les plaques composites d'arrière plan.

lations de filaments sont mêlées à grande vitesse (plusieurs centaines de mètres par minute), puis regroupées en une mèche unique, qui est bobinée en spires croisées : les bobines se tiennent alors mieux, et leur dévidage chez l'utilisateur est facilité.

Le concept de multifilaments à deux composants peut être étendu à d'autres matrices thermoplastiques, telles que les polyesters, qui présentent une rigidité et une tenue thermique supérieures. Ces produits sont aujourd'hui étudiés par notre société.

Les usages du Twintex

Comment réaliser des pièces en matériaux composite, à partir du semi-produit qui contient tous les composants élémentaires ? La transformation comportera toujours les étapes suivantes : fusion des filaments de polypropylène ; compression du produit ; refroidissement sous pression. Directement à partir des rovings, on peut faire des corps creux par enroulement filamentaire ou des profilés par pultrusion (contraction, du verbe anglais *pull*, « tirer », et extrusion, technique utilisée dans la fabrication des profilés en thermoplastique). Avant toute transformation en pièce

composite, les rovings peuvent être arrangés pour former des surfaces textiles telles que tissus chaîne et trame, tissus cousus uni- ou multidirectionnels, non tissés plus ou moins directionnalisés. À partir de ces étoffes, on peut réaliser des plaques, des sandwichs, par compression à chaud, ou calandrage ; des pièces en formes démoulables par moulage haute pression ou par estampage de produits préchauffés ; des pièces creuses ou de grandes dimensions par moulage dans un four à air chaud avec une membrane souple en silicone à haute tenue thermique, la pression étant appliquée par de l'air comprimé ou par l'effet du vide.

C'est ainsi que les industries des transports et des articles de sport, notamment, ont fabriqué des plaques antichocs pour des remorques de camions, des poutres de pare-chocs thermoformées pour les voitures monospaces, des éléments de fixation pour surf des neiges, des renforts antiperforants pour siège de parapente, ou des dos estampés de sac à dos...

Dominique LOUBINOUX est ingénieur de recherche et développement à la Société *Vetrotex International*.

Textiles et enzymes de l'extrême

YANNICK GUEGUEN • JACQUES DIETRICH

Les enzymes des micro-organismes des sources chaudes, au fond de l'océan, résistent à des températures et à des pressions extrêmes : elles sont bien adaptées aux conditions contraignantes de certaines réactions industrielles.

Au fond des océans, près des sources hydrothermales, la vie foisonne. Les organismes et micro-organismes qui y vivent sont soumis à des conditions de température (entre 2 °C et 100 °C) et de pression (entre 2×10^7 et 10^8 pascals, soit entre 200 et 1 000 atmosphères), d'acidité ou de salinité extrêmes. Pourtant, leur machinerie cellulaire est parfaitement adaptée à ces conditions. Depuis une dizaine d'années, l'Institut français de recherche pour l'exploitation de la mer, IFREMER, a organisé plusieurs campagnes océanographiques pour étudier ces sites et réaliser une collection de micro-organismes hydrothermaux de l'extrême, qui appartiennent au monde des extrémophiles.

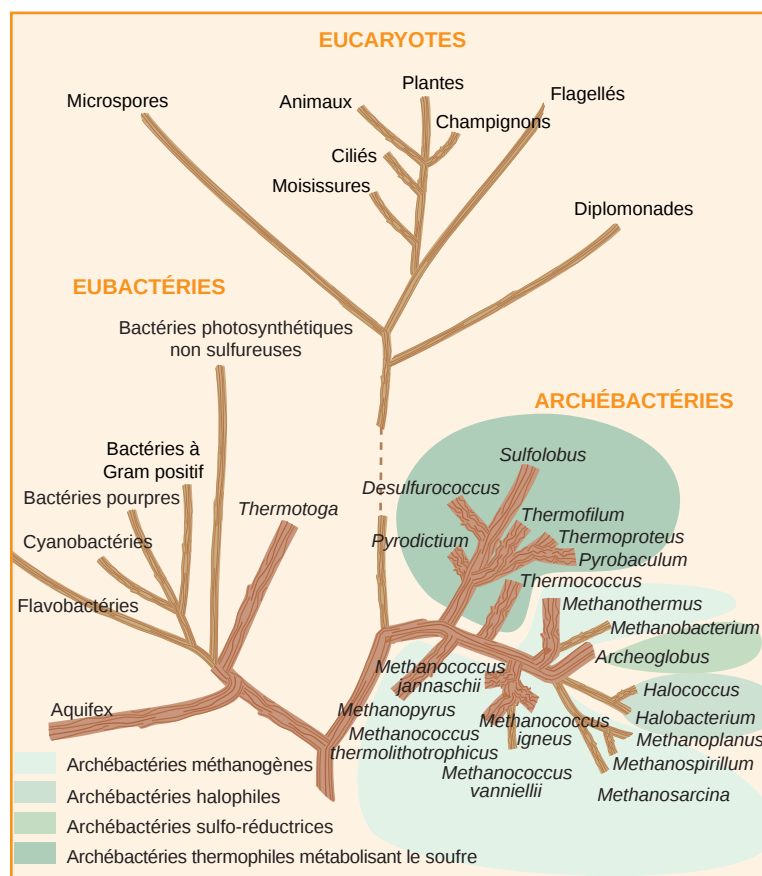
Ces organismes fonctionnent notamment grâce à des enzymes qui résistent aux conditions environnementales et qui fournissent l'énergie nécessaire à leur métabolisme, à leur croissance et à leur reproduction. Plusieurs enzymes ont été isolées et brevetées par le laboratoire de biotechnologie de l'IFREMER. Elles sont en cours d'évaluation ou déjà utilisées dans divers domaines industriels, tels que le diagnostic médical, la

chimie, l'industrie agro-alimentaire et l'industrie textile. Toutefois, si elles ont des propriétés qui intéressent les industriels, elles n'ont pas livré tous leurs secrets : sept génomes d'archéobactéries ont déjà été séquencés, mais on n'a produit, en laboratoire, qu'un très petit nombre d'enzymes de l'extrême, car on manque de systèmes d'expression de ces gènes, assez performants pour produire ces enzymes en quantité suffisante.

Aujourd'hui, la plupart des enzymes industrielles sont issues de micro-organismes, tels des champignons, des levures ou des bactéries. Seule une infime fraction des micro-organismes existant sur Terre a été identifiée. Le monde microbien est une source inépuisable de biodiversité et, par conséquent, un réservoir de nouvelles enzymes.

Les extrémophiles ont été regroupés selon les conditions physico-chimiques où ils se développent. Ainsi, les psy-

chrophiles croissent à des températures voisines de 0 °C, sous la calotte glaciaire de l'Antarctique ; les thermophiles se développent à des températures proches du point d'ébullition de l'eau (entre 80 et 105 °C), près des geysers ou des sites hydrothermaux océaniques profonds ; les barophiles supportent des pressions atteignant 1 000 atmosphères ; les acidophiles et les alcaliphiles poussent dans des milieux où le pH est très acide (0) ou basique (10) ; les halophiles colonisent les marais salants et les milieux dont la concentration en sel est proche de la saturation ; enfin, d'autres micro-organismes poussent dans des environnements riches en soufre, tels les solfatares, ou dans les nappes pétrolifères (voir la figure 2).



1. LES BACTÉRIES EXTRÊMOPHILES ont été représentées par les branches les plus épaisses de cet arbre phylogénétique. Les archéobactéries sont celles qui résistent aux conditions de vie les plus extrêmes.

Les enzymes utilisées en routine dans les procédés industriels présentent des limites, car elles sont fragiles : elles ne sont actives que dans des zones de température ou de pH très limitées ; elles sont inactivées par divers solvants et dès que la salinité est trop élevée. Ainsi certaines réactions enzymatiques sont interdites. On recherche donc des enzymes plus résistantes et, dans ce cadre, les micro-organismes de l'extrême sont une source potentielle d'enzymes plus performantes : dans certains procédés industriels, les enzymes de l'extrême se substituent à leurs homologues classiques.

Elles sont plus faciles à conserver et à utiliser, elles permettent de réduire le nombre d'étapes des procédés, et d'augmenter la productivité sans risques pour l'environnement : actives dans des conditions extrêmes, ces enzymes résistent mieux aux conditions imposées par certains procédés de synthèse chimique. De surcroît, la résistance de ces enzymes leur ouvre des domaines d'application interdits aux enzymes usuelles. Les producteurs d'enzymes disposent désormais de toute une panoplie de molécules extrémophiles et commencent à diversifier les domaines d'application de ces enzymes dans l'industrie.

La recherche de nouvelles sources de micro-organismes et d'enzymes a un intérêt économique indéniable. Le marché mondial des enzymes industrielles, estimé à plus de deux milliards de francs en 1983, était de l'ordre de six milliard de francs en 1995 et atteindra vraisemblablement 12 milliards de francs en 2005.

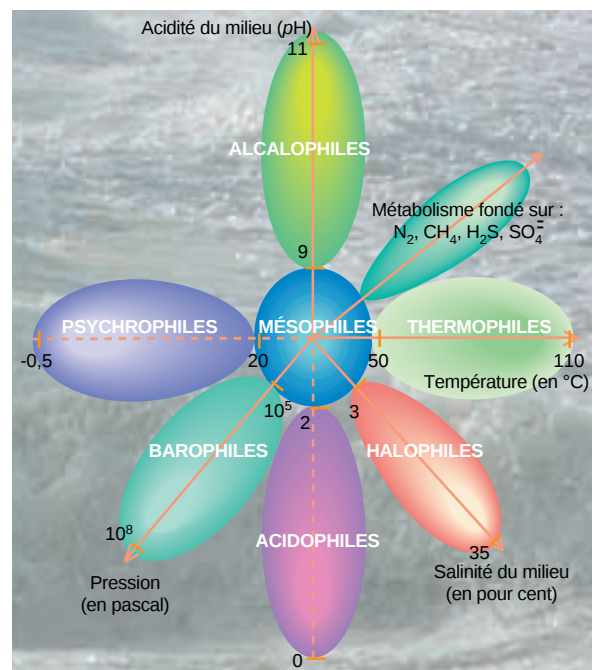
Les enzymes sont utilisées dans de nombreux secteurs de l'industrie : l'industrie des détergents, les industries alimentaires (industrie laitière, brasseries, production de jus de fruits, d'huiles, d'arômes), l'industrie de la pâte à papier, les secteurs de la pharmacie, de la cosmétique, de la chimie fine, sans oublier l'industrie textile.

En effet, les enzymes sont de plus en plus utilisées dans le traitement des textiles, notamment dans le finissage des tissus et des vêtements. Pour que les fibres textiles soient plus résistantes et qu'elles ne se rompent pas pendant le tissage, elles sont généralement encollées, c'est-à-dire enduites avec de l'amidon. Après le tissage, l'amidon doit être éliminé pour que les teintures et les impressions prennent sur le tissu.

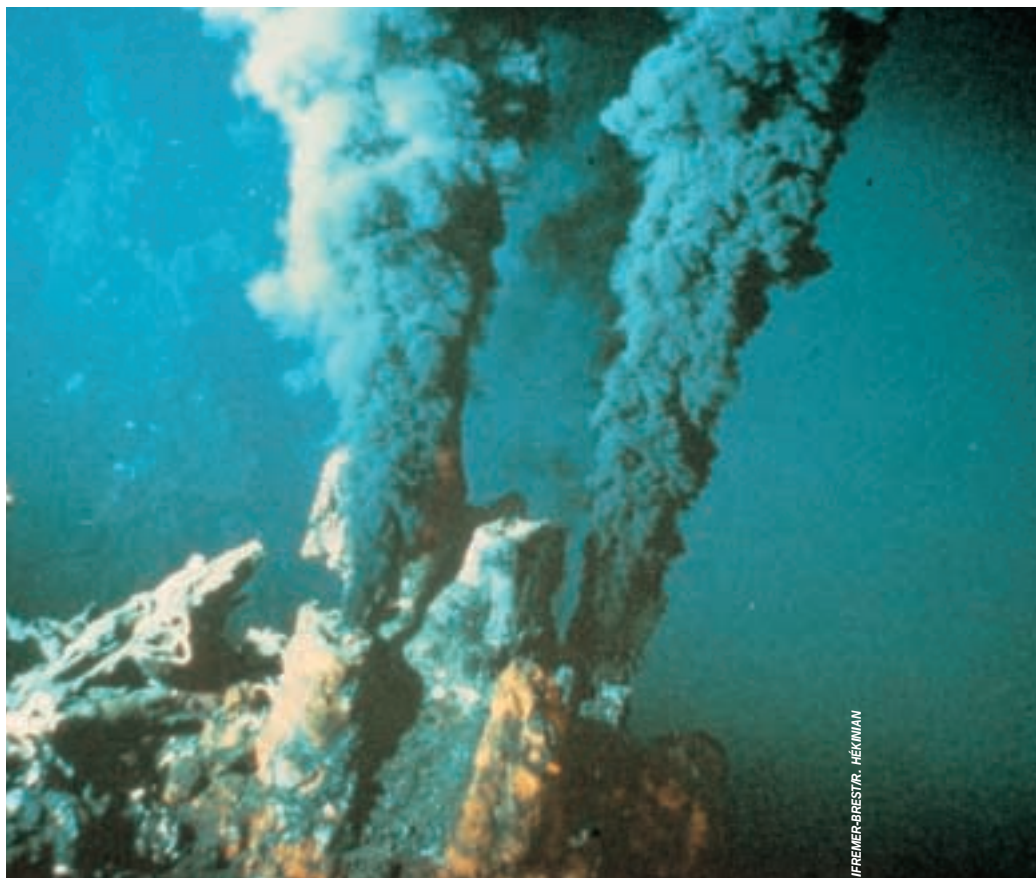
Cette opération peut être effectuée par un traitement du tissu avec des produits chimiques puissants, tels des acides, des bases ou des agents oxydants. Depuis plusieurs années, les enzymes nommées amylases sont utilisées en raison de leur efficacité et de leur spécificité : elles éliminent complètement l'apprêt d'amidon, sans aucun effet indésirable sur le vêtement.

Les amylases catalysent la réaction d'hydrolyse de l'amidon : parce qu'elles diminuent l'énergie qu'il faut fournir au système pour que la réaction ait lieu, elles facilitent la réaction de désencollage et l'accélèrent. Jusqu'à présent, on utilisait des amylases bactériennes classiques ; les amylases thermorésistantes réduisent la durée de l'étape d'hydrolyse de l'amidon à moins d'une minute, tandis qu'il faut une à quatre heures avec les autres amylases.

Le délavage des jeans est une autre application des enzymes. De nombreux vêtements subissent un lavage qui leur confère un aspect légèrement usé. Récemment encore, on préparait les jeans



2. LES CONDITIONS de vie (température, pression, etc.) des bactéries extrémophiles ont été rassemblées sur ce schéma, où figurent, au centre, les bactéries usuelles, dites mésophiles.

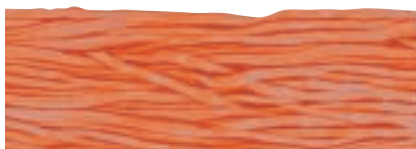


3. AU VOISINAGE DES SOURCES CHAUDES, les micro-organismes pullulent. Leur métabolisme est assuré par des enzymes qui résistent à des conditions extrêmes de température et de pression. Ces enzymes résistent mieux que les enzymes classiques aux conditions physico-chimiques de divers procédés industriels.

délavés en lavant les pantalons dans des machines chargées de pierres ponces, qui «usaient» le tissu.

Dès le début des années 1980, la Société Novo a introduit l'usage d'enzymes, nommées cellulases, résistant aux milieux basiques où les tissus sont plongés après le désencollage. Ces enzymes favorisent l'hydrolyse de l'extrémité des fibres cellulodiques qui composent le tissu ; par action mécanique, ces extrémités sont alors éliminées du corps du tissu et, avec elles, la teinture indigo, ce qui donne au jean son aspect délavé. Une petite dose d'enzymes remplace ainsi des kilogrammes de pierres ponces. Progressivement, la pierre ponce a été supplantée par les traitements enzymatiques. Par ailleurs, les

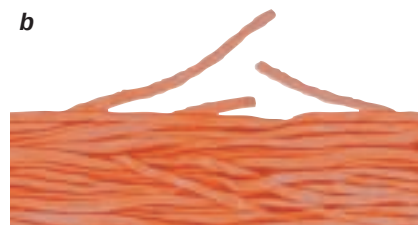
a



cellulases assouplissent les tissus en coton en «digérant» les parties endommagées des fibres textiles.

Le troisième domaine d'utilisation des enzymes dans le domaine des textiles est celui des détergents. En 1995, 13 milliards de tonnes de détergents d'usage domestique, c'est-à-dire servant au lavage des vêtements, ont été produits ; ils contiennent presque

b



tous (près de 90 pour cent d'entre eux) des enzymes. L'addition d'enzymes dans les détergents a permis aux producteurs de lessive de réduire les proportions d'autres ingrédients nuisibles pour l'environnement, et de diminuer les températures de lavage. Dans la majorité des applications, les enzymes sont utilisées comme produits auxiliaires et elles ne sont généralement

Les autres applications des enzymes d'extrémophiles

Pâte à papier

La première étape de fabrication du bois, dont les principaux constituants sont la cellulose, l'hémicellulose et la lignine, est la désintégration de ces constituants en une suspension de fibres de bois, la pâte à papier. Certaines étapes se déroulent à des températures élevées (entre 130 et 190 °C), en présence de concentrations élevées en acides ou en bases : les enzymes classiques ne sont pas utilisables.

Au cours des étapes ultérieures, on utilise diverses enzymes : des cellulases qui digèrent la cellulose et améliorent le drainage des pâtes ou assurent le désencrage ; des xylanases qui assurent le blanchiment des pâtes chimiques ; des amylases qui modifient l'amidon utilisé comme additif dans la fabrication de certains papiers.

Les déchets organo-chlorés issus des agents chimiques de blanchiment sont nuisibles pour l'environnement, et les fabricants de papier cherchent à en réduire la production. Une enzyme extrémophile, commercialisée en 1995 par la Société Novo Nordisk, potentialise l'effet des agents chimiques de blanchiment, de sorte que pour un même degré de blanchiment, la consommation de chlore est réduite de 30 pour cent environ.

La Société canadienne *logen Corporation* a mis au point une nouvelle génération d'enzymes de blanchiment, qui réduit les émissions chlorées dans les usines de pâte à papier. Ces nouvelles enzymes ont été créées par les méthodes d'ingénierie des protéines : elles fonctionnent dans des milieux très basiques et vers 70 °C.

Industrie alimentaire

Des enzymes sont utilisées au cours de la production de la plupart des aliments industrialisés : bière, jus de fruits, vin, pain, arômes, huiles alimentaires, etc. Elles améliorent la qualité des produits et ouvrent la possibilité de mise au point d'aliments adaptés à des besoins spécifiques, par exemple des aliments pour les nouveau-nés ou pour les personnes âgées.

L'alimentation animale représente aussi un secteur industriel important, car on ajoute des enzymes dans les aliments pour animaux pour dégrader les fibres qui n'ont pas de valeur nutritionnelle et pour compléter les enzymes du tube digestif des animaux : le «rendement nutritif» des aliments absorbés est amélioré.

L'hydrolyse de l'amidon est effectuée par des enzymes. L'amidon, l'une des principales ressources alimentaires, est contenu dans le maïs, dans le blé, dans la pomme de terre, par exemple. L'utilisation de l'amidon exige plusieurs étapes réactionnelles, et l'on utilise diverses enzymes : des amylases, des protéases, des hémicellulases, des amyloglucosidases, des pullanases, des phospholipases ou des glucoses-isomérases.

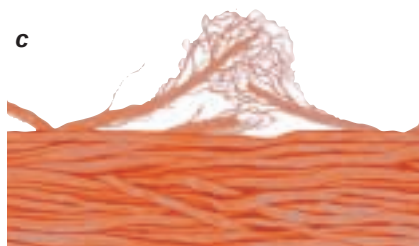
Selon les enzymes utilisées, la composition et les propriétés physico-chimiques des produits obtenus varient, de sorte que leur utilisation doit être parfaitement contrôlée. L'utilisation d'une alpha-amylase issue d'une bactérie thermostable permet de réaliser l'hydrolyse de l'amidon en une seule étape. Toutefois, on ne dispose pas encore d'enzyme assurant le passage de l'amidon au glucose.

Industrie pharmaceutique

L'utilisation des enzymes pour la synthèse de composés chimiques stéréoisomériques (deux stéréoisomères sont l'image l'un de l'autre dans un miroir) est souvent plus aisée et plus économique par voie enzymatique que par voie chimique, malgré les progrès notables de la synthèse chimique. Deux stéréoisomères n'ont généralement pas la même activité biologique selon leur «sens», c'est-à-dire que les rendements de certaines réactions chimiques sont meilleurs avec l'une des deux molécules ; on cherche à produire le plus actif, et certaines enzymes favorisent la synthèse spécifique de l'un des deux stéréoisomères.

Traditionnellement, les enzymes ont surtout servi à dégrader les molécules de grande taille en molécules plus simples. Aujourd'hui on les utilise de plus en plus pour la synthèse de molécules à activité biologique. Ces synthèses devraient être favorisées par l'utilisation d'enzymes issues d'extrémophiles, qui résisteraient, notamment à la présence de grandes quantités de solvant organique.

Ainsi, des enzymes interviennent dans la synthèse d'un intermédiaire essentiel de la production de nombreux antibiotiques, l'acide 6-aminopénicillanique. La synthèse chimique nécessite trois étapes qui mettent en œuvre des réactifs toxiques et nécessitent des conditions réactionnelles drastiques. Au contraire, la bioconversion se fait en une seule étape, dans des conditions réactionnelles douces. La conversion enzymatique a remplacé la synthèse chimique dans la synthèse de l'acide 6-aminopénicillanique.



4. LES CELLULASES éliminent les «peluches», sur les vêtements. À mesure que les tissus s'usent (a à c), les fibres de surface se détachent et s'effritent ; «digérées» par les enzymes, elles se détachent et sont éliminées au lavage (d).

pas présentes sous forme active dans le produit fini.

Les différentes enzymes utilisées dans l'industrie des détergents sont les protéases, qui éliminent les taches dues aux protéines, par exemple les taches d'œuf ; les lipases, qui enlèvent les taches d'huile ; les amylases qui dégradent les substances amylacées (pommes de terre, pâtes), et les cellulases. Ces dernières assurent un biopolissage qui améliore la qualité du coton et des autres fibres naturelles cellulosiques. Elles donnent un aspect lisse et lustré aux tissus. En effet, à l'usage, les fibres de surface des vêtements deviennent cassantes et forment de petites pilosités, qui donnent un aspect pelucheux. Les cellulases (qui, nous l'avons indiqué, hydrolysent les extrémités des fibres cellulosiques) utilisées dans les détergents éliminent les microfibrilles de surface, assouplissent les tissus et avivent les couleurs (en éliminant les fibrilles endommagées et décolorées).

L'utilisation des enzymes dans les détergents pose de nombreuses difficultés techniques. Elles doivent résister à de notables variations de l'acidité du milieu, à des concentrations ioniques variables et aux divers additifs, notamment les substances tensioactives qui évitent aux salissures de se redéposer sur le tissu propre. Les lessives domestiques liquides posent des difficultés supplémentaires, car les enzymes y sont moins stables que dans les lessives en poudre : en milieu liquide, elles risquent de perdre partiellement leur stabilité et, par conséquent, leur activité, tandis que dans les lessives en poudre, elles ne deviennent actives qu'au moment de la dissolution de la poudre.

Ainsi, depuis mai 1997, la Société Genencor International commercialise Puradax HA, un nouvel additif pour les détergents, dont le composé principal est une cellulase extraite d'un extrêmophile : elle a une forte activité catalytique lors du nettoyage des vête-

ments à un pH supérieur ou égal à 10. Cette cellulase provient de lagons alcalins situés au milieu des montagnes, dans un pays dont les découvreurs taisent le nom.

L'intérêt des catalases

Sous la pression de l'opinion publique qui réclame une industrie textile moins polluante, les industriels essaient de substituer les agents de blanchiment à base de chlore par le peroxyde d'hydrogène (l'eau oxygénée). Après l'opération de blanchiment, l'excès de peroxyde d'hydrogène est éliminé des bains et des effluents grâce à des catalases, des enzymes qui dégradent ce composé en eau et en oxygène. De surcroît, comme elles libèrent de l'eau, les catalases réduisent les besoins en eau dans les étapes ultérieures (de teinture, par exemple). Les enzymes utilisées dans ce procédé doivent être stables à des températures élevées et en milieu basique, et résister au peroxyde d'hydrogène, très réactif.

Ainsi, les extrêmophiles, capables de résister à des conditions physico-chimiques extrêmes, constituent une nouvelle source de molécules intéressantes pour l'industrie. Aujourd'hui, seules quelques unes sont utilisées dans des procédés industriels, dans le secteur de la biologie moléculaire, dans celui de la papeterie ou dans celui des détergents. Lorsque des enzymes naturelles sont utilisées dans des applications industrielles, comme catalyseurs pour des synthèses chimiques ou comme additifs dans des détergents, elles ne sont pas toujours très bien adaptées à leur tâche, car les substrats ne sont pas assez solubles, ou que les produits sont instables, ou encore en raison de réactions chimiques «parasites» qui entrent en compétition avec la réaction principale.

Ainsi, les enzymes qui interviennent dans certaines voies biochi-

miques sont souvent inhibées par leurs propres substrats ou par les produits réactionnels, ces derniers agissant alors en limitant le rendement du procédé biocatalytique. Au contraire, les biotechnologies nécessitent des enzymes qui sont stables et actives sur de longues périodes et dans un environnement contraignant (solvant organique, par exemple). Les enzymes disponibles ne présentent généralement pas toutes les caractéristiques nécessaires à une application industrielle particulière et doivent être modifiées.

Malheureusement, on ignore, la plupart du temps, les relations entre la séquence protéique d'une enzyme, sa structure et sa fonction, condition pourtant indispensable à la modélisation rationnelle d'une protéine. En revanche, les techniques moléculaires permettent aux biologistes de réaliser des mutations dirigées *in vitro* sur des gènes clonés et de sélectionner ainsi les gènes et les molécules qu'ils codent, qui ont les caractéristiques recherchées. En continuant l'exploration de l'immense réservoir d'activité enzymatique enfoui au fond des océans et en utilisant les techniques d'ingénierie des protéines pour ajuster les propriétés des enzymes aux exigences industrielles, on disposera, dans quelques années, de catalyseurs enzymatiques qui faciliteront les réactions déjà connues et qui autoriseront des réactions nouvelles, qui restent à découvrir.

Yannick GUEGUEN, biochimiste, mène ses recherches dans le Laboratoire de biotechnologie des micro-organismes hydrothermaux, de l'IFREMER, à Brest, que dirige Jacques DIETRICH.

C. R. WOESE et al., *Towards a natural system of organisms : proposal for the domain Archaea, Bacteria and Eucarya*, in *Proc. Natl. Acad. Sci., USA*, vol. 87, pp. 4576-4579, 1990.

J. GUEZENNEC et J. DIETRICH, *Les micro-organismes extrêmophiles*, in *La science au présent : 2000*, coll. Biotechnologies, Éditions Encyclopedia Universalis, 1999.



AKG Paris

Promenade au pays des indécidables

JEAN-PAUL DELAHAYE

Débat difficile entre logiciens et mathématiciens à propos de l'importance à accorder aux indécidables.

L'universalité de l'incomplétude, c'est-à-dire l'existence dans chaque système mathématique de propositions indécidables, dont les axiomes du système ne permettent de prouver ni la vérité ni la fausseté, est inquiétante. Depuis que ce résultat a été établi par Kurt Gödel en 1931, il a donné lieu à une multitude de commentaires (voir l'article de cette rubrique de novembre 1999). Sans contester l'exactitude mathématique du résultat de Gödel, les mathématiciens y opposent une sorte de résistance passive : ils tentent de se persuader que, malgré son universalité, l'incomplétude est un phénomène marginal. Nous verrons que le débat n'est pas simple à trancher, pour des raisons profondes qui forcent à reconsidérer la nature intime des mathématiques et de son rapport avec ses applications.

La contradiction, presque un paradoxe, apparaît grande entre les logiciens qui ont, depuis 1931, construit un grand nombre d'indécidables, et les mathématiciens qui remarquent qu'aucun résultat central des mathématiques classiques, concernant par exemple l'arithmétique élémentaire, n'a été prouvé indécidable.

Le mathématicien bourbakiste Jean Dieudonné écrivait : « 95 pour cent des mathématiciens se moquent éperdument de ce que peuvent faire tous les logiciens et tous les philosophes. » La vérité est-elle du côté des cinq pour cent restants ?

LES INDÉCIDABLES S'OBTIENNENT MÉCANIQUEMENT

La démonstration de K. Gödel de 1931 non seulement indique qu'il existe des indécidables pour tout système formel S consistant (c'est-à-dire non contradictoire), mais donne un moyen mécanique pour construire explicitement un indécidable I_S à partir de la description de tout système S . Grossièrement dit, cette formule est une transposition élaborée de la formule *Je*

mens exprimée dans le langage de tous les jours. La méthode consiste à détailler, dans une formule de S , la description du fonctionnement de S , puis, grâce à cette description, à fabriquer une formule qui exprime *Je ne suis pas prouvable dans S* ; cette formule est indécidable dans S .

Le procédé permettant, à partir d'un système consistant S , d'obtenir l'indécidable I_S est mécanique, et donc un ordinateur peut l'élaborer.

Notons que ce point retire toute valeur aux considérations qui prétendent tirer du théorème de Gödel un argument montrant l'impossibilité logique de simuler un être humain par une machine. Cela ne signifie pas que cette simulation est possible, mais seulement que le théorème de Gödel n'apprend rien à son sujet : si l'intelligence artificielle peut exister, elle le prouvera par ses réalisations, comme celle évoquée dans cette rubrique au mois de septembre, où l'on décrivait un système informatique qui battait les humains en exploitant leur incapacité à simuler le hasard.

La construction de Gödel étant générale, c'est donc chaque système formel (assez puissant pour faire de l'arithmétique) qui est concerné. Tous les mathématiciens devraient donc se sentir menacés, y compris Nicolas Bourbaki, le mathématicien polycéphale qui, depuis plus de 50 ans, développe un traité de mathématiques qui est le plus complet jamais écrit. Toute la théorie de Bourbaki se développe dans le système formel de la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel, sujette, bien sûr, à l'incomplétude. Pour suivre plus commodément l'exposé, nous caricaturerons en disant que Zermelo-Fraenkel comprend les axiomes de l'arithmétique de Peano, plus les axiomes traitant de l'infini.

Le fait que, pour tout système S consistant, l'affirmation exprimée dans S de cette consistance est un indécidable de S confirme à l'évidence que les indécidables doivent inquiéter tous les mathématiciens. En particulier, lorsqu'ils tentent de démontrer une conjecture difficile en utilisant

les moyens de la théorie de Zermelo-Fraenkel, dont ils ne sortent jamais en pratique, les mathématiciens devraient se poser la question : ne sommes-nous pas en présence d'un indécidable de Zermelo-Fraenkel, et ne sommes-nous donc pas en train de perdre notre temps à vouloir prouver ce qui, avec les méthodes de Zermelo-Fraenkel, est improuvable ?

VOS INDÉCIDABLES SONT INCOMPRÉHENSIBLES

Les mathématiciens ne sont pas inquiets : une de leurs premières réponses aux logiciens consiste à dire que les énoncés indécidables construits par Gödel ne sont justement pas écrits explicitement. Gödel décrit les méthodes qu'il faut utiliser pour construire les indécidables, mais n'explique jamais toutes les étapes de ce qu'on appelle le codage de I_S qui conduirait à mettre noir sur blanc la formule indécidable, sans raccourcis de notation ni abréviations typographiques. Jamais par exemple personne n'a vu écrit dans le formalisme utilisé par Bourbaki l'indécidable que la méthode de Gödel prétend tirer du système de Zermelo-Fraenkel utilisé par Bourbaki.

Les mathématiciens font remarquer que, si l'on menait le travail jusqu'au bout (en s'aidant de programmes, c'est concevable), on tomberait sur des propositions tellement compliquées qu'aucun mathématicien ne serait en mesure d'en percevoir le sens. Le fait est patent : sans les logiciens, personne n'aurait jamais tenté de démontrer les formules dont les logiciens disent qu'elles sont indécidables. N'étant jamais aussi complexes, il est donc possible que les énigmes sur lesquelles les mathématiciens travaillent ne soient jamais des indécidables.

Les mathématiciens marquent un point : ce que les théorèmes de Gödel leur disent être indécidable n'est pas donné explicitement par Gödel et ne correspond pas aux préoccupations authentiques des mathématiciens. Les mathématiciens