



James M. Vreeland Jr.

6. DES CAPSULES DE COTON naturellement coloré recouvrent une tombe précolombienne dans la vallée de Chancay, au Pérou. Les anciennes populations de cette zone côtière emplissaient le corps du défunt avec du coton, qui, absorbant les fluides corporels, participait à la momification. Les sables arides de la région ont préservé le coton (retiré du corps lors du pillage de cette tombe).

avait été fortement réduite, les variétés colorées avaient été abandonnées par les agriculteurs indiens ou détruites par les nombreux organismes pathogènes apparus avec le développement de la culture du coton. Même la survie du coton commercial blanc était gravement menacée. En 1990, un nouveau Code de l'environnement a finalement interdit l'arrachage des plants de coton coloré. Toutefois, l'emploi massif des phytosanitaires continue.

Progressivement, nous avons retrouvé des souches de coton naturellement coloré. Aujourd'hui, nous conservons 75 variétés de diverses couleurs. Les 15 000 agriculteurs qui les cultivent forment, de loin, le premier groupe mondial de producteurs de fibres naturellement colorées.

La majorité d'entre eux utilisent des méthodes biologiques : ils éliminent

les gros insectes à la main (les enfants noient souvent les insectes dans des récipients pleins d'eau) et ils cultivent des plantes qui repoussent les insectes. Ces techniques sont anciennes : vers 1250, le coton était déjà cultivé en alternance avec un cousin des citrouilles. En outre, dans des échantillons de sols anciens, on a trouvé des

pollens d'une autre plante, un buisson considéré comme inutile par la plupart des paysans. Après des années d'enquête, un octogénaire nous a indiqué qu'il cultivait un rang de cette plante, nommée mastrante, près de ses plants de coton indigène, afin de lutter contre la punaise rouge du cotonnier (*Dysdercus peruvianus*), qui perfore les graines, libérant des huiles qui tachent la capsule : il en coupait régulièrement plusieurs pieds, les séchait au soleil et, quand le vent était favorable, il les enflammait ; la fumée âcre qui s'en dégageait traversait le champ de coton, chassant instantanément les punaises.

Depuis 1993, une entreprise textile d'Arequipa commercialise dans le monde entier des produits en coton naturellement coloré. Les produits de la marque *Pakucho* («coton brun» dans l'ancienne langue inca), en coton coloré, portent le label biologique de l'organisme de contrôle hollandais *Skal*. La culture du coton évite la production de coca pour la cocaïne. Cette année, les exportations péruviennes de coton naturellement coloré dépassent les 100 millions de francs.

D'autres projets semblables sont apparus en Amérique latine. Dans les collines de Santander, en Colombie, un petit groupe de producteurs a rétabli le filage et le tissage du coton indigène pour un projet de développement rural. Sur les plateaux du Guatemala, le Muséum d'Ixchel dirige un projet de renouveau dans des communautés où le filage traditionnel du coton brun, ou *ixcoco*, avait quasi disparu. Dans l'Est bolivien, les Indiens Chiquitano espèrent aussi faire renaître la culture du coton naturel. Le coton Sud-américain, qui a conquis le monde en blanc grâce à la qualité de ses fibres, s'imposera-t-il bientôt aussi en couleur ?

James VREELAND conduit des recherches sur les textiles anciens au Pérou.

John GILLIN, *Moche : A Peruvian Coastal Community*, Institute of Social Anthropology, Publication n° 3, Smithsonian Institution, Washington, D.C., U.S. Government Printing Office, 1947.

Paul A. FRYXELL, *The Natural History of the Cotton Tribe* (Malvaceae, Tribe Gossypieae), Texas A&M Press, 1979.

J.M. VREELAND, *Naturally Colored and Organically Grown Cottons : Anthropological and Historical Perspectives*, in *Proceedings of the 1993 Beltwide Cotton Conferences*, National Cotton Council of America, 1993.

J.F. WENDEL, *Cotton*, in *Evolution of Crop Plants*, sous la direction de J. Smartt et N.W. Simmonds, John Wiley & Sons, 1995.

A high-magnification microscopic image of a textile, showing a complex, braided or woven structure. The fibers are dyed in vibrant colors: bright blue, magenta, yellow, and green. The fibers are tightly packed and interlaced, creating a dense, textured appearance. The lighting highlights the individual strands and the overall three-dimensional structure of the fabric.

PHYSIQUE ET TEXTILES

Physique et textiles

La mécanique des tissus

JEAN-FRANÇOIS GANGHOFFER • MASSIMO MAGNO

Le comportement des tissus est dû à l'interaction des fils de chaîne et des fils de trame. Une analyse du tissu modélisé par un réseau de poutres, et l'utilisation de l'analyse non standard rendent compte des déformations dues aux efforts de traction. Ces modèles sont utiles en confection.

Les structures tissées ont aujourd'hui des applications de pointe (nappes géotextiles, prothèses vasculaires, blindages) qui prolongent les applications plus classiques. Les textiles sont surtout utiles parce qu'ils se déforment beaucoup (plusieurs fois leurs dimensions initiales) et s'adaptent ainsi à des variations de forme importantes, telles celles qui sont imposées par les mouvements du corps humain.

Pourquoi ces propriétés de déformation ? Parce qu'ils sont constitués d'un réseau de fils entrelacés, les fils de chaîne et les fils de trame, qui glissent les uns contre les autres. Plus précisément, le comportement macroscopique des textiles résulte d'une combinaison de mécanismes de déformation qui se produisent sur une gamme d'échelles étendue (voir la figure 1), de l'échelle microscopique (le fil) à l'échelle macroscopique (la structure). L'échelle mésoscopique, intermédiaire, est celle de quelques ondulations d'un fil, où l'on observe, par exemple, les plis formés par un tissu.

Afin de comprendre et de prévoir le comportement des tissus en fonction de l'armure et de la nature des fils (l'armure est le type d'entrecroisement des fils de chaîne et de trame), afin de choisir le fil et l'armure adaptés aux applications, des équipes de mathématiciens et de mécaniciens cherchent ensemble des modèles mécaniques des structures tissées, à l'échelle mésoscopique. À Mulhouse, avec Marc Renner, de l'École nationale supérieure des industries textiles, nous avons obtenu de telles descriptions en modélisant un fil, puis en remontant à l'échelle du réseau de fils

entrelacés. C'est l'approche «micro-mécanique». Par ailleurs, les mathématiques non standard ont donné, lors du passage du fil au tissu, des informations inaccessibles autrement. Ces descriptions ont été complétées par des modélisations des grandes déformations et, notamment, des courbures imposées par la réunion des pièces de tissu en structures complexes, telles que les vêtements.

Singulier comportement

Avant d'étudier les modélisations, examinons quelques aspects du comportement des tissus, mis en évidence par des essais mécaniques simples. Les déformations des tissus apparaissent nettement quand on enregistre une courbe de traction unidirectionnelle, c'est-à-dire quand on mesure l'allongement d'un tissu que l'on tire dans une direction. La courbe présente une allure en J, où apparaissent trois domaines, associés à autant de mécanismes de déformation (voir la figure 2).

Le premier domaine, la partie plate de la courbe, résulte de l'annulation des bosselures du tissu à l'échelle macroscopique sous faible traction : une petite traction engendre un allongement notable.

Dans le deuxième domaine, le fil sollicité perd son ondulation, sans que sa longueur change ; c'est un phénomène purement géométrique, la variation angulaire de la ligne moyenne du fil, qui conduit à elle seule à un allongement de plusieurs dizaines de pour cent. La perte d'ondulation du fil sollicité s'accompagne, à l'inverse, d'un gain d'ondulation du fil transverse :

ce transfert d'ondulation résulte du couplage des fils de chaîne et des fils de trame.

En conséquence, le tissu rétrécit dans la direction transverse ; le rapport entre la déformation transverse et la déformation dans la direction de sollicitation définit ce que l'on nomme le coefficient de contraction, ou coefficient de liage (l'équivalent de ce que les spécialistes de mécanique des milieux continus nomment coefficient de Poisson). Compris entre 0 et 0,5 pour les milieux continus, ce coefficient est supérieur à 100 pour certains textiles (dans le sens de l'épaisseur, on observe parfois un comportement singulier, avec une augmentation d'épaisseur).

Des glissements entre les fils de chaîne et de trame, là où ils sont en contact, se produisent parfois lors du deuxième stade de la déformation, tant que les espaces entre les fils permettent une mobilité. Ces glissements, lorsqu'ils se produisent dans le plan moyen des fils, permettent un gauchissement du tissu et une variation de forme qui est utilisée dans la mise en forme des surfaces textiles.

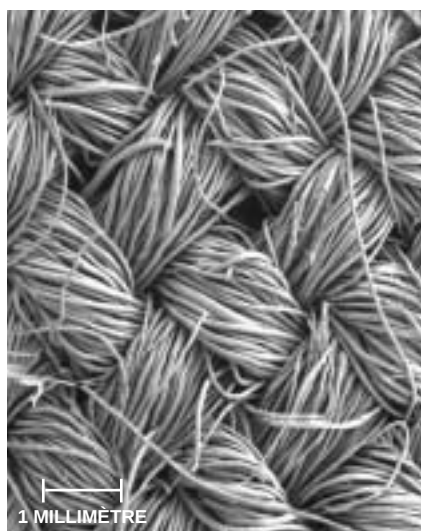
A contrario, la fin du deuxième mécanisme correspond à une structure bloquée, les possibilités de perte d'ondulation du fil sollicité étant interdite par la présence du fil transverse. Les fils ne pouvant plus bouger, ils se déforment : c'est le troisième domaine de la courbe, qui correspond à une déformation du fil par extension, jusqu'à la rupture. Cette dernière partie de la courbe présente une pente plus accentuée, car le fil est directement sollicité dans le sens longitudinal.

Des descriptions incomplètes

Les mécaniciens ont cherché trois types principaux de descriptions du comportement des textiles : des théories géométriques, des théories mécaniques et des théories énergétiques.

Les premières, les plus anciennes, considèrent la déformation des textiles comme un problème essentiellement géométrique. Ainsi, en 1937, F. Pierce, de l'Association de recherche de l'industrie britannique du coton, décrivit l'armure de la toile (l'armure la plus simple, où les fils de chaîne et les fils

de trame alternent, en se croisant à 90 degrés) en représentant les fils par une succession d'arcs de cercle et de segments de droite, leur section étant considérée circulaire et incompressible. Pierce calcula alors des relations entre les épaisseurs des fils, les rayons de courbure, l'épaisseur du tissu, et il



1. LES DIFFÉRENTES ÉCHELLES auxquelles on doit analyser les textiles sont représentées ici. Le vêtement (*en haut à gauche*) est composé de pièces planes découpées dans les laizes de tissu (*en haut*

à droite). Le tissu est lui-même un entrecroisement de fils (*en bas à gauche*), qui sont constitués de fibres (*en bas, à droite*). Les photographies inférieures sont prises au microscope électronique.

obtint une bonne description de la variation d'épaisseur du tissu en fonction de son allongement.

Puis, à l'Université de Kyoto, Sueo Kawabata proposa un modèle plus simple, qui négligeait l'ondulation des fils ; c'était toutefois une amélioration, parce qu'il prenait en compte les modules en traction et en compression des fils (les relations entre la déformation des fils et les contraintes qui leur étaient appliquées), ce qui permettait une analyse de leur comportement mécanique sous sollicitation. Il tenait également compte des couplages dus aux contacts entre les fils.

La première théorie véritablement mécanique apparut seulement en 1964 : B. Olofsson voulut également tenir compte de la rigidité en flexion des fils. S'inspirant du travail de Pierce, il se limita à un problème plan et considéra que chaque fil n'est soumis qu'à une force d'allongement et à des forces de traction qui proviennent des fils transverses.

En 1966, au Collège Shenkar, en Israël, P. Grosberg tenta ensuite d'expliquer le comportement du tissu soumis à une sollicitation de flexion, en

prenant en compte le rôle des fibres qui constituent le fil. Il considéra que les fibres d'un fil peuvent occuper deux types de région : des intersections entre les fils de chaîne et les fils de trame, où fils et fibres (considérées comme parallèles, dans sa description) sont déformés (les fibres situées à l'extérieur de la courbure sont étirées, tandis que celles de l'intérieur de la courbure sont comprimées), et des zones de raccord. Les déformations engendrent des frottements : lorsque la différence de tension sur les fibres situées à l'extérieur de la courbure est supérieure à la résistance au frottement, par exemple, les fibres glissent les unes sur les autres. P. Grosberg décrit ces phénomènes en assimilant le tissu à une superposition de plaques fléchies et en calculant les frottements relatifs entre les plaques.

Plus récentes, enfin, les théories énergétiques reconnaissent enfin que les fils d'un tissu se disposent de façon que la structure finale ait une énergie minimale. L'énergie totale est la somme de plusieurs énergies : l'énergie de flexion due aux ondulations, l'énergie de torsion des fils, l'énergie

de compression latérale due aux contacts entre les fils, et l'énergie d'étiement longitudinal des fils. Selon les cas, certaines de ces énergies sont négligeables.

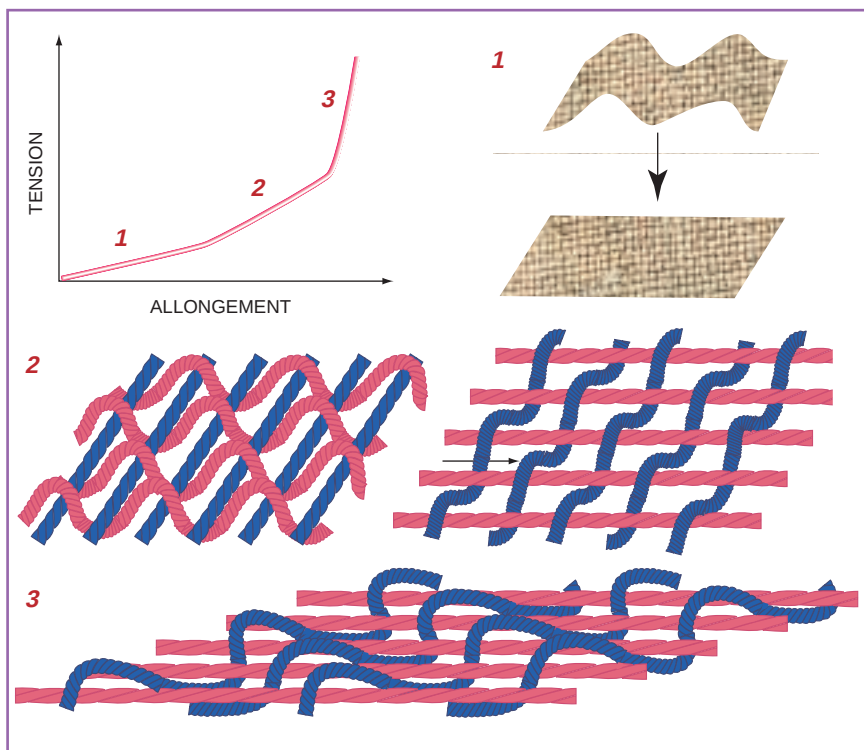
Occultant chacune des aspects importants des textiles, ces diverses descriptions sont toutefois insuffisantes. En revanche, l'analyse micromécanique, explorée depuis les années 1970, décrit les phénomènes essentiels qui déterminent le comportement des textiles.

La micromécanique du tissu

Bien que les textiles soient utilisés pour la réalisation de surfaces dans l'espace à trois dimensions, on peut souvent les considérer comme des structures à deux dimensions, parce qu'ils sont bien plus minces que longs et larges. La première étape de la fabrication d'un matériau textile est d'ailleurs la réalisation d'un patron, plan, que l'on obtient par une mise à plat des éléments de surface tridimensionnels. L'optimisation du patron, c'est-à-dire le choix des fils et de leur agencement (l'armure), nécessite une bonne connaissance du comportement mécanique du tissu, à l'échelle des pièces qui seront assemblées. Aussi une modélisation suffisamment précise et réaliste à cette échelle de description intermédiaire sert de point de départ utile.

La modélisation doit donc tenir compte des caractéristiques du tissu mises en œuvre lors de la confection : hétérogénéité du matériau, forte relation entre l'échelle microscopique et les échelles supérieures, grandes déformations et grandes rotations. L'analyse micromécanique tient compte de ces caractéristiques, parce qu'elle se fonde sur la modélisation du constituant de base du matériau (le fil), pour ensuite remonter au comportement à l'échelle supérieure, en moyennant les comportements des constituants microscopiques.

Une autre possibilité serait une modélisation directement macroscopique, qui tiendrait indirectement compte des caractéristiques propres à l'échelle microscopique, par exemple à l'aide de variables qui seraient ensuite déterminées par des expériences sur des tissus réels. Toutefois



2. UN TISSU QUE L'ON ÉTIRE se déforme par trois mécanismes successifs. Tout d'abord, les ondulations du tissu sont aplanies (*en haut*). Puis les fils étirés deviennent rectilignes, tandis que les fils perpendiculaires gagnent l'ondulation perdue (*au milieu*). Enfin les fils étirés sont allongés élastiquement (*en bas*), puis se déforment de façon irréversible. Au-delà, les fils cassent et le tissu se dégrade.

la démarche micromécanique a l'avantage que le comportement obtenu à l'échelle supérieure incorpore toutes les caractéristiques du matériau au niveau microscopique.

Naturellement le calcul de moyennes risque de faire perdre de l'information, mais un modèle qui décrirait toutes les caractéristiques microscopiques du matériau serait excessivement complexe.

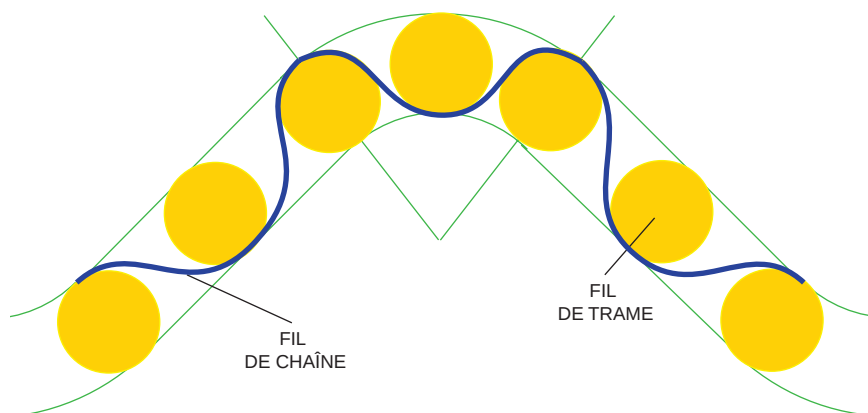
Poutres ondulées

La micromécanique modélise les tissus par un système de poutres : chaque fil du réseau est considéré comme une poutre flexible et extensible, de section faible par rapport à sa longueur. Pour décrire le comportement de la ligne moyenne (l'axe) de ces poutres, on utilise des lois de comportement linéaires élastiques : on admet que la déformation est proportionnelle à la contrainte, et que les poutres reprennent leur position initiale dès que la déformation cesse. On néglige volontairement l'hétérogénéité du fil, liée à son aspect fibreux, et susceptible d'introduire des dissipations (frottements entre fibres) et des couplages entre les différents modes de déformation (flexion/torsion) ; de même, on assimile les zones de contact entre les fils à des points (voir la figure 4).

Dans le cas de la toile, qui a l'armure la plus simple, on peut engendrer le réseau de fils par la translation de deux vecteurs de base orthogonaux, chacun étant associé à deux éléments de poutre ayant pour extrémité des nœuds qui idéalisent les zones de contact entre les fils. Ces deux vecteurs définissent la cellule de base, à l'intérieur de laquelle on analyse le comportement du tissu. Le réseau de poutres est supposé infini dans son plan.

Les éléments de poutre peuvent onduler hors du plan (ondulations transverses), tout comme les fils de chaîne et de trame d'un tissu. En revanche, on néglige les changements de forme (cisaillement) du treillis de poutres dans le plan. À chaque nœud, on associe une variable de translation, le déplacement, et une variable de rotation, qui décrit l'orientation de la ligne moyenne de la poutre dans le plan vertical.

On peut alors calculer l'énergie de déformation de la cellule de base, et



3. ON DÉCRIT les grandes déformations des tissus en considérant que le fil de chaîne, par exemple, oscille dans une sorte de boîte, autour du fil de trame ; les ondulations du tube décrivent les plissements du tissu.

passer à un matériau continu équivalent en faisant tendre les dimensions de la cellule de base vers zéro. La rotation d'une poutre devient une «microrotation».

Un matériau ainsi caractérisé par des déplacements et par des microrotations en chaque point est nommé matériau micropolaire, ou milieu de Cosserat, du nom des deux frères E. Cosserat et F. Cosserat, qui les décrivent au début du XX^e siècle. Ces matériaux appartiennent à la classe plus vaste des milieux continus généralisés.

L'approche micromécanique permet ainsi de déduire le comportement du tissu à partir des propriétés des fils. Le degré de finesse de la modélisation peut être accru par la description d'interactions à plus ou moins grande portée dans le matériau. Chaque raffinement supplémentaire fait intervenir une échelle de longueur qui définit la portée des interactions relatives à un mécanisme spécifique de déformation.

Le couplage entre les fils de chaîne et les fils de trame s'exprime notamment par une relation entre les moments des forces exercées sur chacun des deux fils en contact ; en utilisant le principe des actions mutuelles, qui stipule que le moment exercé par le fil de chaîne sur le fil de trame est l'opposé du moment exercé par le fil de trame sur le fil de chaîne, on obtient une relation sur les microrotations de chaque fil dans son plan.

Enfin, on peut prendre en compte les glissements possibles entre fils en ajoutant des variables de déformation et de microcourbures plastiques : le glissement d'un fil est analogue à la déformation permanente d'une poutre.

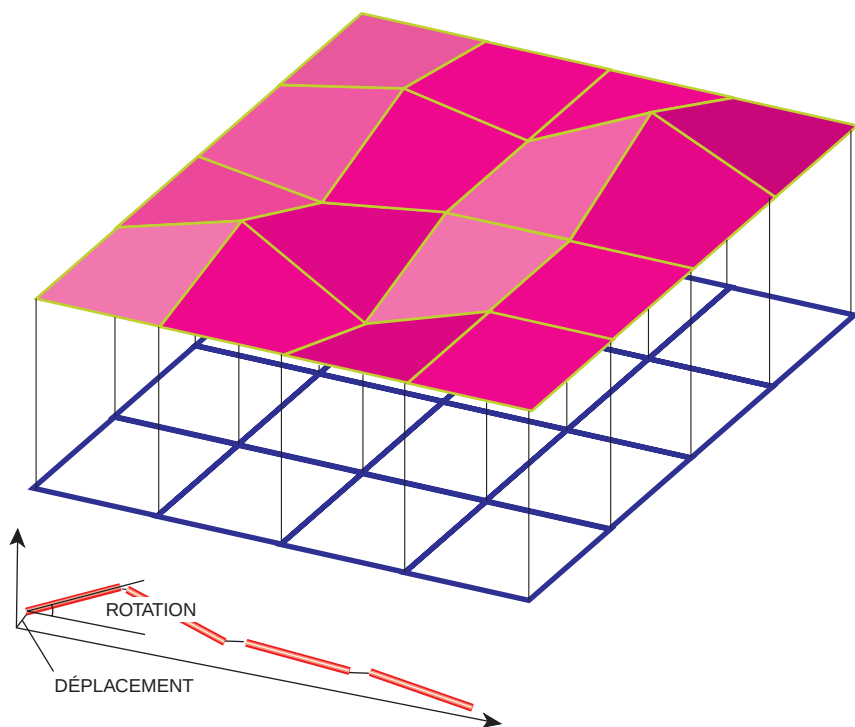
Analyse non standard et textiles

L'analyse non standard est une autre façon de passer de la description discrète à la description continue. Elle justifie mathématiquement la théorie micromécanique et, surtout, elle la complète.

L'analyse non standard fut développée dans les années 1960 par Abraham Robinson, de l'Université de Los Angeles. Elle introduit le concept de standard, qui ne peut être énoncé dans un cadre mathématique classique et qui est régi par des axiomes spécifiques nommés transfert, idéalisation et standardisation (dû à E. Nelson, de l'Université de Princeton).

Le concept de standardisation formalise l'idée intuitive d'objets mathématiques bien définis, tels les nombres entiers 0, 1, 2, 3... ou encore les ensembles de nombres relatifs, rationnels, réels... : est standard tout objet qui peut être explicitement défini par le cadre classique.

L'axiome d'idéalisation reconnaît l'existence d'entiers non standards, supérieurs à tout entier standard. De ce fait, l'ensemble des nombres réels contient, en plus des réels standards, des réels (positifs ou négatifs) très grands, très petits ou modérés. Les nombres très grands sont plus grands que tout réel standard. Les réels très petits sont plus petits que tous les nombres de la forme $1/x$, où x est un nombre réel standard : si ω est un nombre non standard très grand, le nombre $1/\omega$ est un nombre très petit non standard. Enfin, les nombres de la



4. L'ANALYSE MICROMÉCANIQUE décrit les tissus en considérant qu'ils sont analogues à un réseau de poutres infiniment minces (ici l'armure considérée est celle de la toile). On considère que ce réseau carré est déformé de façon que, vu de dessus, sa projection reste carrée (en bleu). Les poutres sont individuellement déplacées et tournées. Pour passer à un matériau continu, dont on peut calculer les déformations, on fait tendre la taille des cellules vers zéro : la rotation des poutres devient alors une microrotation.

forme $n + 1/\omega$, où n est un nombre entier, sont des non standards modérés (les nombres entiers sont standards modérés).

L'analyse non standard procure des règles de comparaison d'ordres de grandeur entre nombres réels, et elle permet de simplifier certains termes (ceux qui sont estimés très petits) dans les équations du comportement des systèmes physiques.

Les prémices de ce genre d'analyse sont déjà présentes dans les travaux du mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783), qui fut surnommé le «prince des mathématiques». Les règles du calcul non standard sont celles du calcul infinitésimal, conformes à l'intuition classique : l'axiome de standardisation stipule que tout nombre réel modéré x est très proche d'un unique réel standard noté ${}^o x$, son «ombre» ; de même, à toute fonction f qui ne prend que des valeurs modérées, on peut associer une ombre ${}^o f$, c'est-à-dire une fonction telle que, pour tout nombre standard x , la valeur prise par ${}^o f$ soit égal à l'ombre du nombre $f(x)$.

L'analyse non standard est une extension conservatrice de la mathématique

classique : tout théorème d'analyse non standard qui peut être exprimé sans faire appel aux nouveaux concepts est vrai en mathématique classique. En revanche, elle introduit des outils nouveaux qui résolvent des problèmes difficilement solubles dans l'analyse standard.

Un outil important de l'analyse non standard est ainsi la stroboscopie, que nous avons appliquée à la modélisation des poutres. La stroboscopie permet d'obtenir une description continue d'un système à partir d'une description initialement discrète. Elle donne des conditions suffisantes pour que, à un ensemble fini de points qui donne une forme approchée d'une courbe, on puisse associer une courbe continue qui est caractérisée par la solution d'une équation aux dérivées partielles. La courbe continue est l'ombre du modèle discontinu.

Ainsi le fil du tissu, qui était assimilé à une poutre continue dans l'approche micromécanique, est idéalisé par une succession de tiges droites indéformables, connectées par des ressorts qui en constituent les articulations.

Chaque tige est soumise à un couple exercé par les tiges adjacentes. De plus, chaque nœud est soumis à une force ponctuelle, qui représente l'action des fils transverses. Ce modèle, bien que simplifié, est très riche. Tout l'intérêt de la stroboscopie est d'utiliser la puissance d'un outil continu, tout en continuant de calculer sur des objets discrets.

À partir de l'énergie du système discontinu et d'un principe de minimisation d'énergie, l'analyse non standard procure un ensemble d'équations où interviennent les variables angulaires (les angles entre les poutres). On décrit le système continu équivalent en faisant tendre la longueur de chaque tige vers un réel très petit : le théorème de stroboscopie fournit alors une équation dont l'inconnue est la variable angulaire continue, qui décrit l'orientation de la poutre ondulée en chacun de ses points.

Par cette méthode, on obtient des informations que ne donnait pas l'analyse micromécanique : par exemple, on prévoit de façon plus précise le flambement des poutres soumises aux contraintes.

La description du comportement des textiles par la mécanique des poutres ondulées (micromécanique ou non standard) s'applique à des textiles variés. Le cas de la toile que nous avons exclusivement considéré jusqu'ici est le plus simple, et la complexité de l'analyse est accrue pour des armures plus complexes, telles celle du sergé ou celle du satin (voir la page 36). Toutefois, dans le principe, on conserve la même méthode de transition d'échelles : l'énergie obtenue à l'échelle de la cellule de base doit, par sa forme, refléter le contenu microscopique de cette cellule. À l'échelle mésoscopique du matériau continu, on pourrait alors envisager une classification des structures textiles selon la nature et la forme de la densité d'énergie obtenue pour le matériau continu équivalent.

Les grandes perturbations

En revanche, les deux analyses précédentes ne s'appliquent qu'à des tissus peu déformés : la description par des poutres ondulées limite les calculs à de petites perturbations d'un tissu plan, sans décrire les gauchissements

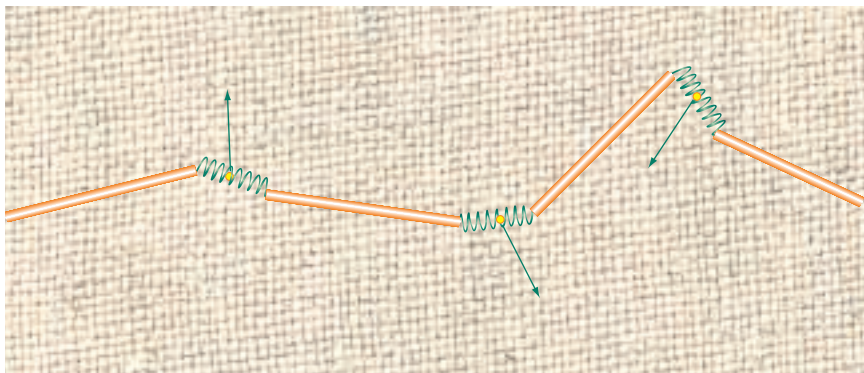
des pièces de tissu. Pour déterminer les comportements des tissus aux plus grandes perturbations, plusieurs approches ont été testées. La méthode des éléments finis, tout d'abord, divise les fils en nombreuses petites zones et calcule la déformation de chacune, à partir des lois de déformation des fils. Toutefois le nombre de calcul augmente considérablement avec la taille du tissu modélisé ; en pratique, les modélisations sont limitées à quelques centimètres carrés.

Une autre approche consiste à conserver la loi de comportement donnée par l'analyse précédente et à compléter la description : on considère une cellule du tissu sous la forme d'une boîte fictive qui entoure une ondulation du fil. La microrotation du modèle continu peut alors être identifiée avec la rotation de la cellule de base par rapport à l'axe fixe horizontal, et représente en quelque sorte l'ondulation du fil au deuxième ordre de grandeur. De même, il est raisonnable de penser que les bosselures présentes dans le premier stade de déformation en traction sont associées à des ondulations d'ordre supérieur.

Gauchissement et éléments finis

Considérons alors une contrainte appliquée aux extrémités du fil, et supposons que le fil soit inextensible : la longueur de la cellule de base ne varie pas. La déformation dans la direction de traction provient alors de la diminution de la microrotation, diminution qui résulte du moment induit par la contrainte appliquée sur la cellule de base. La contrainte externe se transmet en effet le long du fil, et la cellule de base est soumise à un couple de contraintes, ayant pour bras de levier la demi hauteur d'ondulation. Cet exemple révèle bien l'origine microscopique des variables cinématique (microrotation) et statiques (couples de contraintes) de la loi de comportement micropolaire. La courbe unidimensionnelle de traction obtenue par la théorie reproduit bien la courbe mesurée, et cette analyse rend compte de façon quantitative de la courbe de traction d'un tissu.

Une des difficultés de la réalisation de vêtements est liée au caractère non développable des surfaces textiles : la



5. LE FIL des tissus est considéré par l'analyse non standard comme un ensemble de tiges indéformables (en rouge) reliées par des ressorts (ainsi, on tient compte de l'élasticité des fils). Les contraintes exercées par les fils transverses sont représentées par des forces agissant entre les tiges, sur les ressorts (en vert). On obtient ainsi des équations qui décrivent la mécanique des fils (par exemple, la somme des sinus des angles que font les tiges avec l'horizontale est nulle). L'analyse classique obtient le comportement réel du fil en faisant tendre la longueur des tiges vers zéro, mais elle perd ainsi la possibilité de considérer des échelles intermédiaires. Quand l'analyse non standard fait tendre la longueur des tiges vers zéro, elle conserve la possibilité de décrire simultanément des phénomènes à des échelles différentes : par exemple, une raideur du fil variable (constantes de raideur des ressorts différentes selon les tiges).

surface ne peut être déployée sur un plan sans coupure. Il faut alors savoir où et comment découper les pièces à plat qui constitueront le patron afin de minimiser la quantité de tissu utilisée, tout en obtenant une résistance aux déformations satisfaisantes. De surcroît, les utilisateurs de tissus se fondent sur les gauchissements que peuvent prendre les tissus au cours de leur assemblage : la souplesse du tissu est souvent mise à profit pour raccorder les différentes pièces.

Pour prévoir le comportement des tissus, aucune des approches précédentes ne suffit, car le gauchissement, par exemple, correspond à une déformation hors du plan du tissu. Aussi doit-on utiliser alors des techniques de

calcul numérique par éléments finis, qui divisent le tissu gaucho en un grand nombre de cellules, calculent les déformations pour chaque cellule et remontent ensuite au comportement global. L'analyse micromécanique, aux petites ou aux grandes perturbations, sert alors à décrire les petits éléments.

Aujourd'hui la méthode des éléments finis donne une bonne description de petites pièces de tissu et l'on cherche à étendre la taille des pièces décrites.

L'intégration d'une modélisation mécanique dans les programmes de conception assistée par ordinateur constituerait un progrès de taille dans l'industrie de la confection. C'est un travail en cours.

Jean-François GANGHOFFER est chercheur en mécanique et en science des matériaux à l'Institut de chimie des surfaces et interfaces (CNRS), à Mulhouse. Massimo MAGNO est chercheur à l'École nationale supérieure des industries textiles de Mulhouse et au Laboratoire de mathématiques et applications de l'Université de Haute-Alsace.

B. OLOFSSON, *A General Model of a Fabric as a Geometric-mechanical Structure*, in *Journal of the Textile Institute*, p. 541, 1964.

A. ASKAR et A.S. Cakmak, *A Structural Model of a Micropolar Continuum*, in *Int. J. Engng. Sci.*, vol. 6, p. 583, 1968.

I.P. VAN DER BERG, *On the Relation between Elementary Partial Difference Equations and Partial Differential Equations*, in *Annals of Pure and Applied Logic*, vol. 92, pp. 235-265, 1999.

Massimo MAGNO, *Modèle mécanique du comportement de structure souple aux échelles mésoscopique et macroscopique : application aux matériaux fibreux*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur de l'Université de Haute-Alsace, 1999.

Corinne JUNG, *Analyse micromécanique du comportement d'un tissu, cas de l'armure toile*, Thèse de doctorat en sciences de l'ingénieur de l'Université de Haute-Alsace, 1999.



Des tissus aux couleurs changeantes

SERGE BERTHIER • JACQUES LAFAIT

L'étude des structures microscopiques des ailes de papillon a fourni les clés des couleurs iridescentes. On tente de créer des tissus qui ont des structures et, par conséquent, des couleurs comparables.

L'iris est la partie colorée de l'œil ; c'est aussi l'ensemble des couleurs de l'arc-en-ciel (pour les Grecs, la déesse Iris était la personnification de l'arc-en-ciel). L'iridescence est la propriété des objets qui imitent l'iris : le physicien qualifie d'iridescent tout objet dont la couleur varie avec l'angle d'incidence des rayons lumineux qui l'éclairent ou avec l'angle d'observation. Le phénomène est assez fréquent dans la nature, mais il est surtout intense chez certains insectes (des coléoptères et des lépidoptères diurnes) ou chez quelques oiseaux. De nombreux physiciens se sont intéressés au phénomène et en ont cherché l'explication. Parce qu'elles ont révélé les structures responsables du phénomène physique, les techniques d'imagerie électronique ont dévoilé les secrets de l'iridescence.

Les papillons, qui utilisent presque tous les phénomènes physiques de variation des couleurs

et y associent parfois des pigments, représentent un excellent modèle de l'iridescence. Ils ont fait naître dans l'imagination des physiciens l'idée d'appliquer le phénomène à des tissus fabriqués avec des fibres dont la structure serait proche de celle des ailes de papillon. Pour comprendre quel serait l'aspect de tels tissus, examinons ce qu'est l'iridescence des ailes de papillon, et comment on peut appliquer les enseignements tirés d'une telle étude à l'élaboration de tissus d'un type nouveau.

L'origine des couleurs

Quand elle n'est pas due à un pigment, la couleur naît d'un des quatre phénomènes physiques suivants : la réfraction, les interférences, la diffraction et la diffusion. Cette séparation est plus historique que physique, car, si les formalismes sont souvent différents, les phénomènes sous-jacents se ressemblent. Tous reposent sur l'interaction d'une onde électromagnétique avec les atomes qui constituent les matériaux colorés. La distinction dépend de la taille et de la forme des structures où a lieu l'interaction.

Le phénomène de réfraction sépare la lumière blanche en ses divers constituants. Lorsqu'un faisceau lumineux traverse un prisme, l'angle de déviation des rayonnements qui le composent est proportionnel à la différence d'indice de réfraction du premier milieu traversé et de celui du prisme. Dans le verre, l'indice de réfraction de la lumière visible diminue continûment lorsque