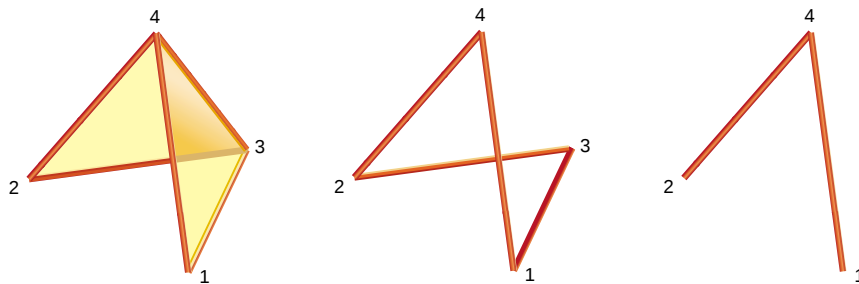


Avec ces règles, examinons quelques parties entre deux joueuses, Anastasia et Barbara. Anastasia joue toujours en premier. Quand $n = 1$, l'ensemble S n'a aucun sous-ensemble strict. Lorsque $n = 2$, $S = \{1, 2\}$, Anastasia ne peut que jouer $\{1\}$ ou $\{2\}$: quoi qu'elle choisisse, Barbara prend le second sous-ensemble et gagne, puisque Anastasia ne peut alors plus rien retirer.

Pour $n = 3$ et $S = \{1, 2, 3\}$, Anastasia peut choisir le sous-ensemble à deux éléments $\{1, 2\}$. Barbara prend alors le sous-ensemble complémentaire $\{3\}$. Comme Anastasia ne peut plus choisir de sous-ensemble contenant $\{3\}$, elle doit prendre un sous-ensemble de $\{1, 2\}$: le jeu est identique à celui où $S = \{1, 2\}$, et Barbara gagne encore. Le déroulement du jeu est semblable quel que soit le sous-ensemble de deux éléments pris au départ. Anastasia, qui se lasse de perdre, décide alors de commencer avec un sous-ensemble à un élément, par exemple $\{3\}$. Cependant, Barbara prend alors le complémentaire $\{1, 2\}$ et elle gagne encore. Au total, puisque Anastasia ne peut commencer qu'avec un sous-ensemble à un ou deux éléments, Barbara a une stratégie gagnante qui consiste à prendre systématiquement le complémentaire du sous-ensemble d'Anastasia. Quand n est supérieur à trois, Barbara a-t-elle encore une stratégie gagnante ?

Pour le savoir, examinons des problèmes de topologie, cette «géométrie des surfaces déformables». En topologie, on s'intéresse à des objets que l'on peut se représenter comme du caoutchouc qui pourrait se traverser, mais pas se déchirer. La représentation géométrique du «un sous-ensemble à emporter» impose une triangulation d'une surface, c'est-à-dire son fractionnement en triangles joints par leurs côtés. Cette méthode a été initialement mise au point pour des surfaces (à deux dimensions, donc), mais elle est généralisable à des objets de dimensions supérieures ; les triangles sont alors remplacés par des formes élémentaires nommées simplexes. Par exemple, un simplexe à trois dimensions, ou 3-simplexe, est un tétraèdre (voir la figure 1). Un tétraèdre a quatre sommets, quatre faces et six arêtes. Les faces sont des triangles (des 2-simplexes), les arêtes sont des segments (des 1-simplexes) et les sommets, des points (des 0-simplexes).

Ces composants du tétraèdre correspondent exactement aux sous-ensembles de $\{1, 2, 3, 4\}$: le tétraèdre est l'ensemble entier ; les faces sont les sous-ensembles de trois éléments $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$ et $\{2, 3, 4\}$; les arêtes sont les sous-ensembles à



a - ANASTASIA CHOISIT $\{1, 2\}$

b - BARBARA PREND $\{3, 4\}$

c - ANASTASIA CHOISIT $\{3\}$

2. La stratégie du complémentaire échoue dans cette partie de «ôte simplexe», car Barbara ne peut prendre le complémentaire du sous-ensemble choisi par Anastasia au deuxième tour (c).

deux éléments $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$ et $\{3, 4\}$; enfin, les sommets sont les sous-ensembles à un élément $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$ et $\{4\}$.

N'importe quel $(n-1)$ -simplexe représente un ensemble $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, et chaque simplexe de dimension inférieure à $n-1$ est un sous-ensemble strict de l'ensemble S . Le «un sous-ensemble à emporter» devient alors un nouveau jeu, le «ôte simplexe» : à partir d'un simplexe donné, chaque joueur choisit un sous-simplexe strict de n'importe quelle dimension et en élimine l'intérieur, ainsi que tous les intérieurs des sous-simplexes qui le contiennent, sans toutefois supprimer les frontières du sous-simplexe choisi, par exemple les côtés d'une face triangulaire ou les deux extrémités d'une arête.

Nous pouvons utiliser cette représentation pour analyser une partie de «ôte simplexe» avec un 3-simplexe, qui équivaut à une partie de «un sous-ensemble à emporter» pour $n = 4$. La position initiale est un tétraèdre. La figure 1 illustre une série de mouvements autorisés. Une étude systématique des parties montre que Barbara a une stratégie gagnante pour $n = 4$, $n = 5$ et $n = 6$. D. Gale n'a pas encore réussi à démontrer que Barbara a une stratégie gagnante quel que soit n . Quelle est la stratégie gagnante de Barbara pour

n supérieur à trois ? Doit-elle toujours choisir le complémentaire du choix d'Anastasia ? Quand $n = 4$, Anastasia peut choisir un sommet, une arête ou une face. Lorsqu'elle choisit un sommet, Barbara prend alors le complémentaire, et le jeu se réduit à une partie où $n = 3$: Barbara gagne. Quand Anastasia choisit une face triangulaire, Barbara, en prenant le sommet complémentaire, réduit à nouveau le jeu, et gagne encore.

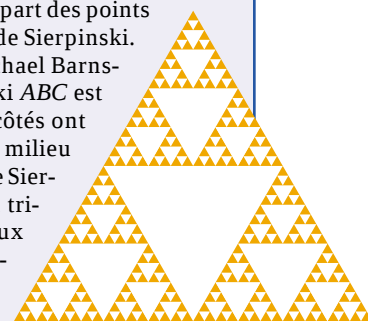
Cependant, quand Anastasia prend un segment, par exemple $\{1, 2\}$, et Barbara le complémentaire $\{3, 4\}$ (voir la figure 2), le jeu n'est pas réduit à une partie où n est inférieur. Anastasia prend ensuite $\{3\}$: Barbara ne peut choisir le complémentaire $\{1, 2, 4\}$, car c'est un coup non autorisé ; la face triangulaire correspondante a déjà été éliminée. La stratégie du complémentaire échoue ici. Certains mathématiciens ont proposé que pour tout n , Barbara a intérêt à choisir le complémentaire du coup d'Anastasia. Toutefois, cette stratégie n'est pas possible à chaque coup.

Anastasia est-elle condamnée à perdre chaque partie ? Les ordinateurs aideront à répondre à cette question pour des petites valeurs de n . Pour des n supérieurs, la réponse nécessite une approche plus fine.

Réactions

Ron Menendez, de Chatham, a découvert une propriété intéressante du triangle de Sierpinski (voir *Le triangle omniprésent*, *Pour la Science*, septembre 1999). Choisissez un point X de l'intérieur d'un triangle équilatéral ABC , puis un des sommets au hasard (par exemple, avec un dé). Le milieu du segment joignant X à ce sommet devient le nouveau point X . Répétez la procédure en choisissant à chaque fois un sommet au hasard. Pour la plupart des points initiaux, l'ensemble des points obtenus forme le triangle de Sierpinski.

La théorie des formes fractales autosimilaires de Michael Barnsley explique cet étrange résultat. Le triangle de Sierpinski ABC est composé de trois copies réduites de lui-même, dont les côtés ont une longueur égale à la moitié du triangle ABC initial. Le milieu d'un segment joignant un point quelconque du triangle de Sierpinski et l'un des sommets A , B ou C appartient aussi au triangle de Sierpinski. Cette particularité correspond aux chemins aléatoires de R. Menendez. M. Barnsley a démontré que tout chemin aléatoire de ce type converge vers le triangle de Sierpinski.





Le tatouage des images numériques

CAROLINE FONTAINE



Le tatouage des images, qui protège les créateurs, est indécélable par l'observateur : l'image de droite, tatouée, semble identique à la figure de gauche. Le tatouage est une signature qui prouve l'origine de la copie. Il n'est efficace que s'il résiste aux divers traitements de l'image, compression, ajout de bruit, changement de contraste, etc.

Le développement des réseaux de communication et des supports numériques comme le Compact Disc, le CD-ROM, le Digital Versatile Disc... entraîne une diffusion massive de documents stockés à l'aide de formats numériques, tels JPEG, MPEG, MP3. Ces techniques, qui permettent d'emmagasiner une grande quantité d'information en peu de place, facilitent aussi l'utilisation illégale des documents : il est en effet extrêmement aisé de récupérer un document sur Internet, ou sur un CD-ROM, et de le copier un grand nombre de fois avant de diffuser ces duplications. Non seulement la copie est facile, mais elle est parfaite : alors qu'un document analogique se détériore lorsqu'on le duplique, la copie numérique a exactement les mêmes qualités que l'original. Ces manipulations, si elles débouchent sur la commercialisation des copies, ou sur toute utilisation autre que privée, sont illégales tant que les droits d'auteur n'ont pas été versés à l'ayant droit du document.

L'objectif est d'associer à un document le nom du ou des ayant(s) droit associé(s) (il peut y avoir plusieurs ayants droit : le créateur, le producteur et le diffuseur, par exemple).

LA NÉCESSITÉ DE NOUVELLES TECHNIQUES

La recherche sur la protection des images a principalement débuté vers 1993, et aujourd'hui plus d'une centaine d'articles sont annuellement consacrés à ce sujet. Les premières techniques, comme le contrôle d'accès (destiné à autoriser ou

à refuser l'accès au document) ou la cryptographie (chiffrer ou signer le document) se sont révélées insuffisantes ou d'un emploi difficile. En effet, les dispositifs de cryptographie protègent l'image lors d'une transaction, mais pas au-delà : le destinataire retrouve après déchiffrement (ou vérification de la signature) la même version de l'image que celle qui précédait l'envoi, donc sans protection. Une technique complémentaire a alors été envisagée : le tatouage, dérivé de la stéganographie.

La stéganographie est l'art de cacher une information, une signature, dans un message que n'importe qui va pouvoir observer. Ce message peut être de diverses natures : texte, image, son. Une manière très simple est, par exemple, d'écrire un texte et de considérer le premier mot de chaque ligne : le texte «acrostiche» semble innocent dans sa globalité, mais la phrase constituée des premiers mots de chaque ligne peut avoir un sens tout différent. On peut aussi, dans un message électronique, placer des espaces en fin de ligne, le nombre d'espaces déterminant le «caractère» caché dans cette ligne ; on peut aussi inscrire l'information dans certaines composantes de l'image. Ainsi, toute personne non avertie ne s'apercevra pas qu'une information importante est transmise par l'intermédiaire d'un document d'apparence innocente.

L'idée est de cacher dans le document une information propre à son ayant droit sous la forme d'une marque qui ne pourra être enlevée sans une altération importante de ce document (rendant alors son

utilisation impossible). Cette marque, dénommée filigrane, devra rester imperceptible et faire suffisamment corps avec le document pour rester présente malgré les manipulations que ce dernier risque de subir. Les transformations pouvant altérer la marque sont des rotations, des changements d'échelle, des symétries, des découpages, des changements de format, l'application de filtres, l'ajout de bruit etc. La marque peut aussi être dégradée lors d'une impression/renumérisation par scanner.

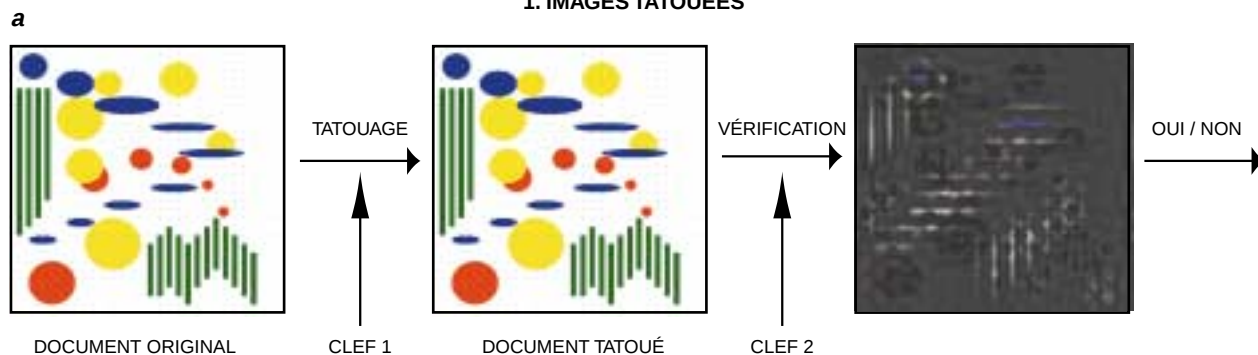
Ces manipulations peuvent avoir pour but la destruction de la marque, ou tout simplement une utilisation facilitée de l'image (compression JPEG ou changement d'échelle, par exemple). On doit reconnaître la marque même quand le contenu numérique de l'image a changé.

Un système de tatouage dépend du contexte de son utilisation ; les spécialistes prennent en considération les contraintes des ressources informatiques (temps d'exécution des programmes de tatouage et de vérification, mémoire disponible) et les impératifs de la sécurité (environnement ouvert, fermé, qui va avoir accès à quoi, qui va exécuter les programmes de tatouage, de vérification).

LE PRINCIPE DE VÉRIFICATION

L'algorithme de tatouage, supposé connu de tous, est paramétré par une clé qui reste secrète : il n'est pas raisonnable de faire reposer la sécurité du système sur l'idée que personne ne connaît l'algorithme, car on sait bien que, dans la

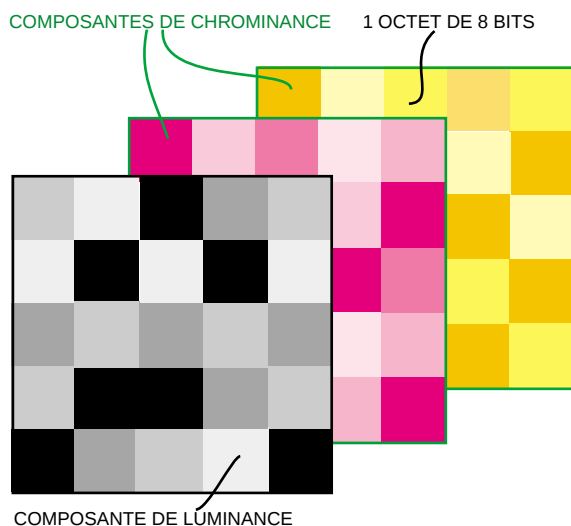
1. IMAGES TATOUÉES



Dans un système de tatouage (a), l'incrustation du filigrane est paramétrée par une clé ; l'algorithme de vérification dit si cette clé a bien servi à tatouer le document, et donc si la personne détentrice de la clé est propriétaire des droits du document. Exemple d'image tatouée (b) par l'algorithme mis au point à l'Université catholique de Louvain (Belgique)

avec, de gauche à droite, l'image originale, l'image tatouée, le tatouage "différence". Le tatouage, invisible à l'œil, exploite la nature de l'image : l'information cachée est insérée dans les zones où les variations d'intensité sont notables, car le changement sera moins perceptible, alors que dans les zones uniformes toute modification est patente.

2. LE STOCKAGE DES IMAGES NUMÉRIQUES



Il existe de nombreux formats de stockage des images numériques : bitmap, pixmap, gif, tiff, ppm... Une image est un tableau de pixels, ces derniers étant souvent codés sur trois octets (1 octet, égal à 8 bits, peut prendre 256 valeurs, de 0 à 255 ; le bit de poids faible de l'octet désigne celui qui code la parité du nombre représenté : 1 si le nombre est impair, 0 s'il est pair). Ces octets peuvent désigner les proportions de Rouge, Vert et Bleu, ou bien de manière équivalente une composante de luminance (intensité lumineuse) et deux composantes chromatiques (couleur). Certains formats, comme JPEG, correspondent à une version compressée de l'image. La compression minimise l'espace mémoire occupé dans le disque : la quantité d'information contenue dans l'image compressée est inférieure à celle de l'image initiale, et la quantité d'information perdue, paramétrée par l'utilisateur, détermine la qualité de l'image compressée. Cette compression peut altérer le tatouage et le rendre inopérant.

pratique, il ne reste pas longtemps secret. On suppose ici que chaque clé est propre à un ayant droit, clé qui permet de l'identifier. Parallèlement, on met au point un système de gestion des clés, reposant sur un « tiers de confiance ». Ce dernier est une entité sécurisée et angélique qui ne triche ni ne ment jamais : c'est elle qui va gérer les clés et opérer les vérifications. Cette opération délicate ne peut être confiée, ni à l'ayant droit présumé du document, car il pourrait mentir, ni à quelqu'un d'autre, car il faut la clé pour opérer cette vérification, et si celle-ci est révélée au grand jour, les marques qu'elle a produites deviennent très vulnérables.

Revenons aux techniques d'incrustation proprement dites. Le tatouage est engendré par des techniques de traitement du signal. Nous envisagerons ici le tatouage des images fixes (les contraintes du tatouage de la vidéo sont légèrement différentes : une image vidéo étant de moins bonne qualité, il est plus facile d'y camoufler une marque, mais, d'un autre côté, l'algorithme de tatouage doit être très rapide).

L'évolution des algorithmes de tatouage proposés depuis cinq ans est très nette : on est passé de solutions simples, naïves et peu résistantes à des techniques complexes et plus robustes. Ces dernières reposent sur la modification des coefficients de la transformée de Fourier (bidimensionnelle) de l'image (voir la figure 3). Ces approches engendrent des filigranes de bonne résistance. La détection du filigrane repose en général sur la présence ou non d'une structure particulière dans l'image ; on cache par exemple un signal présentant des propriétés de corrélation très spécifiques (voir la figure 4). La conception d'un algorithme de tatouage/vérification commence donc par le choix de la structure de modification de l'image ; ce choix est contraint par la spécificité de l'utilisation (degré d'invisibilité, robustesse, rapidité d'exécution, mémoire utilisée).

Le tatouage impose un certain nombre de compromis entre la quantité d'information cachée, l'invisibilité et la robustesse de la marque. Il faut également tenir compte, lors de la concep-

tion de l'algorithme de vérification, des risques de non-détection (l'ayant droit présumé est réellement le propriétaire du document, mais l'algorithme n'arrive pas à le prouver) et de fausse alarme (on identifie une personne comme étant l'ayant droit du document, alors que c'est faux). Il convient aussi de définir si la présence de l'image originale est nécessaire à la vérification.

Les techniques d'incrustation se répartissent en deux catégories : les « spatiales » qui modifient directement les pixels (un pixel est un élément d'image), et les « fréquentielles » qui changent les coefficients des transformées de Fourier. Les algorithmes présentés ci-après donnent un panorama des techniques employées et des concepts qui entrent en jeu. Ces algorithmes opèrent uniquement sur la luminance (intensité lumineuse par unité de surface) des pixels (voir la figure 2).

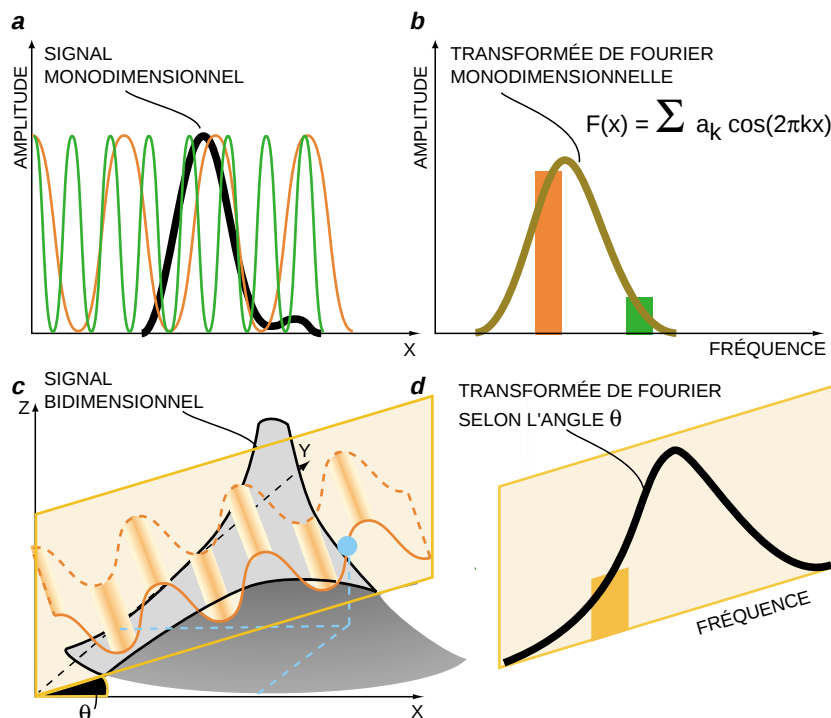
LA PROGRESSION DES TECHNIQUES

La première technique proposée est simple : une clé secrète détermine, dans une zone de l'image, l'emplacement de pixels. La luminance de chacun d'entre eux est codée par une valeur comprise entre 0 (en binaire 00000000), et 255 (en binaire 11111111). Le bit de poids faible de l'écriture binaire, le dernier, est celui qui a le moins d'influence sur la valeur de la luminance. Statistiquement ces bits de poids faible ont une probabilité 1/2 de valoir 0, et 1/2 de valoir 1. On cache l'information en introduisant un biais dans cette proportion : pour ce faire, on impose la valeur 1 aux bits de faible poids de certains pixels, choisis selon la clé. Cette modification sera imperceptible pour l'œil car la luminance de ces pixels aura varié d'au plus 1. On vérifie alors, sur l'image modifiée, la présence ou non d'un tatouage, en analysant les bits de poids faible correspondant aux pixels associés à la clé : si ces bits sont égaux à 1, alors l'image a été tatouée avec la clé (et elle appartient à l'ayant droit associé à cette dernière) sinon, elle n'a pas été tatouée avec cette clé (et n'appartient pas à cet ayant droit).

Malheureusement, les bits de poids faible des octets sont modifiés quand on applique la moindre transformation à l'image, en particulier lors d'une compression avec JPEG.

En 1995, W. Bender et ses collègues de l'Institut de technologie du Massachusetts ont proposé un algorithme dénommé *Patchwork*, qui repose sur la différence de luminance observée entre deux ensembles de pixels. Il est fondé sur l'analyse statistique suivante : si l'on considère deux grands ensembles A et B de

3. LA TRANSFORMÉE DE FOURIER



La transformée de Fourier monodimensionnelle consiste à décomposer un signal ne dépendant que d'un seul paramètre en une superposition de fonctions sinusoïdales de différentes fréquences (a). À chacune de ces fréquences correspond un coefficient (a_k) de la transformée, dont la valeur mesure la contribution de cette fonction sinusoïdale (b). De la même manière, on considère la transformée de Fourier d'un signal bidimensionnel, dépendant de deux paramètres (c). Dans une direction θ , on décompose le signal selon des ondulations de différentes fréquences. Les contributions des différentes fréquences sont les coefficients de la transformée de Fourier dans cette direction.

pixels répartis dans une image, alors la moyenne des différences de luminance entre les pixels de A et ceux de B est très proche de 0. Dans ce tatouage, on choisit des ensembles A et B (suivant une clé secrète), puis on modifie leur luminance : on augmente celle des pixels de A d'une quantité c , et l'on diminue celle des pixels de B de la même quantité c .

Pour vérifier la provenance de l'image, on détermine les ensembles A et B à l'aide de la clé, puis on mesure la moyenne des différences de luminance des pixels. On obtient une moyenne proche de $2c$ si l'image a été tatouée avec la clé, une moyenne proche de 0 sinon. Ce type de filigrane résiste mieux que le précédent à certaines manipulations de l'image, mais, hélas, il n'est toujours pas satisfaisant face à une compression JPEG (remarquons cependant que les modifications des propriétés statistiques d'ensembles de pixels, ou de coefficients, sont souvent utilisées et peuvent donner des filigranes résistants).

LA COMPRESSION

Revenons sur le principe de la compression JPEG : les trois composantes de luminance et de chrominance sont traitées séparément et de la même manière. Une composante de l'image numérisée est découpée en blocs contigus de taille 8×8 , soit 64 pixels (si l'image n'a pas une taille adéquate, elle est complétée par des octets nuls) et l'on applique une transformée de Fourier bidimensionnelle (voir la figure 3) : on obtient ainsi 64 coefficients de Fourier qui correspondent à 64 paires d'orientation et de fréquence différentes. On modifie ensuite les coefficients correspondant aux hautes fréquences, modification d'autant plus importante que l'on accepte une diminution de la résolution. On effectue ensuite la transformation de Fourier inverse pour retrouver un bloc image de 8×8 pixels.

Les octets de luminance ont été changés et leur bit de poids faible, sensible à la moindre variation, a pris une valeur aléatoire : c'est pour cette raison que toute technique de tatouage reposant sur la valeur des bits de poids faible est mise en défaut par une compression JPEG.

Afin d'être sûrs de créer un filigrane résistant à la compression JPEG, E. Koch et J. Zhao, travaillant au *Franhofer Institute for Computer Graphics*, à Darmstadt, ont décidé, en 1995, de mettre au point un algorithme de tatouage qui tient compte de l'algorithme de compression JPEG. On ne peut cacher l'information dans les coefficients de Fourier de haute fréquence car ceux-ci sont modifiés lors de la compression ; on ne peut, non plus, changer les coefficients de basse fréquence qui se

4. AUTOCORRÉLATION DES SUITES

Une technique de tatouage consiste à disposer dans l'image une suite de bits de façon qu'elle soit clairement identifiable. Pour cela il importe que la fonction d'autocorrélation, que nous allons examiner, soit de valeur élevée, et que les fonctions de corrélation avec des suites décalées soient faibles. Examinons deux suites où chaque terme est égal à +1 ou -1 : la corrélation de ces deux suites est égale au nombre de fois où deux chiffres de même rang coïncident, moins le nombre de fois où ils diffèrent, c'est-à-dire à la somme des produits des termes de même rang.

Suite 1 1 -1 1 1 -1

Suite 2 -1 -1 1 -1 -1

Corrélation : $-1 + 1 + 1 + -1 + 1 = 3 - 2 = 1$

L'autocorrélation d'une suite est mesurée par toutes les corrélations entre cette suite et ses versions décalées (permutations circulaires).

Suite initiale	1 -1 1 1 -1	Corrélation : $5 - 0 = 5$
Suite décalée de 1	-1 1 -1 1 1	Corrélation : $1 - 4 = -3$
Suite décalée de 2	1 -1 1 -1 1	Corrélation : $3 - 2 = 1$
Suite décalée de 3	1 1 -1 1 -1	Corrélation : $3 - 2 = 1$
Suite décalée de 4	-1 1 1 -1 1	Corrélation : $1 - 4 = -3$
Suite décalée de 5 = suite initiale		

Une suite, dite M-séquence, présente une autocorrélation optimale (un pic très net, et les autres valeurs presque nulles) :

Suite initiale	-1 -1 1 -1 1 1 1 1	Corrélation : $7 - 0 = 7$
Suite décalée de 1	1 -1 -1 1 -1 1 1 1	Corrélation : $3 - 4 = -1$
Suite décalée de 2	1 1 -1 -1 1 -1 1 1	Corrélation : $3 - 4 = -1$
Suite décalée de 3	1 1 1 -1 -1 -1 1 -1	Corrélation : $3 - 4 = -1$
Suite décalée de 4	-1 1 1 1 -1 -1 -1 1	Corrélation : $3 - 4 = -1$
Suite décalée de 5	1 -1 1 1 1 -1 -1 -1	Corrélation : $3 - 4 = -1$
Suite décalée de 6	-1 1 -1 1 1 1 -1 -1	Corrélation : $3 - 4 = -1$

De telles suites sont très utilisées en télécommunications. Ici, elles vont servir de structures de référence et seront garantes de la présence du tatouage.

traduisent sur l'image par des zones homogènes où toute modification est visible. Aussi les chercheurs changent-ils, selon une règle préétablie, les valeurs des coefficients de Fourier, pour des fréquences moyennes. Les blocs 8×8 ainsi transformés sont déterminés par la clé secrète. Le filigrane enfoui dans l'image résiste alors bien à une compression JPEG ; il est néanmoins très vulnérable aux manipulations géométriques et à l'impression/renumérisation.

LE PIC CACHÉ

Nous l'avons vu, l'objectif du tatouage est de transmettre une information à travers un support (l'image), bien que cette image subisse des transformations. Il est alors naturel d'utiliser des techniques qui ont fait leurs preuves dans les télécommunications. L'exemple le plus flagrant que nous allons examiner est celui de l'étalement de spectre. L'idée est de plaquer sur l'image un signal bidimensionnel ressemblant à une tôle ondulée ; la transformée de Fourier de ce signal a la forme d'un pic centré autour de la fréquence d'ondulation et décroît fortement autour

de ce pic. La clé est la structure de la tôle, c'est-à-dire sa fréquence spatiale et la direction d'ondulation.

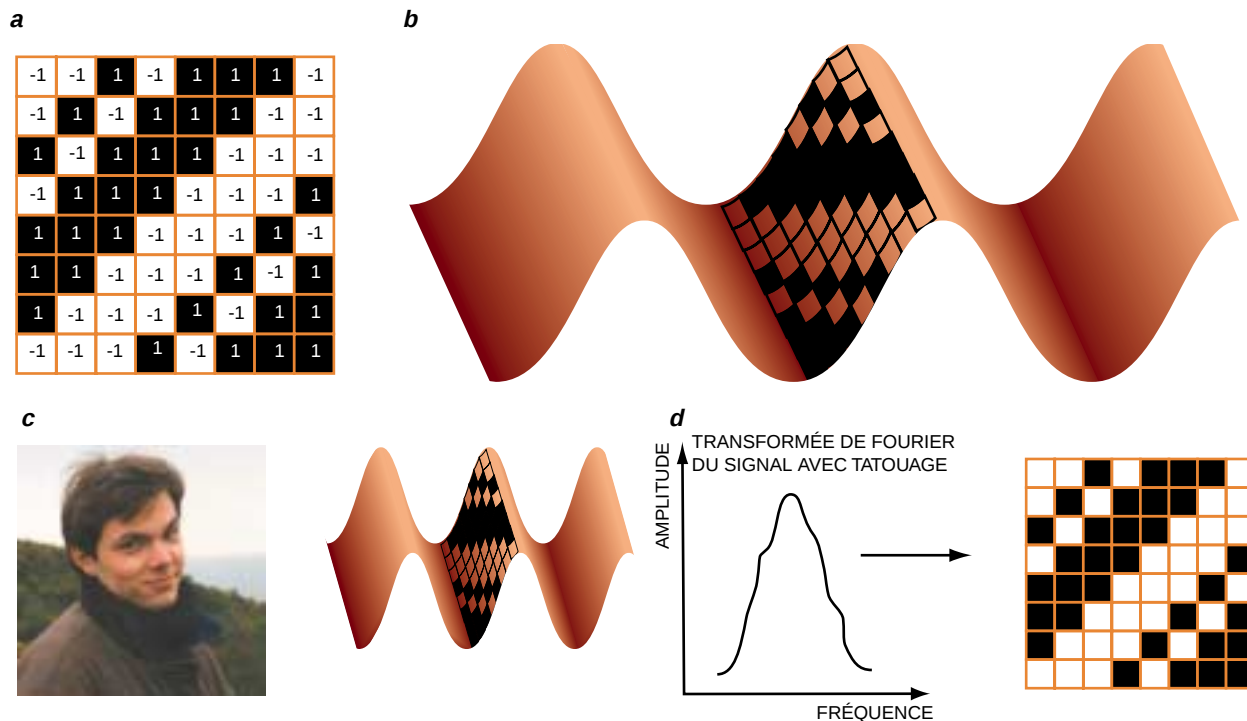
Imaginons maintenant que vous désiriez prouver la provenance d'une image tatouée, en l'absence de l'image originale. Vous prenez la transformée de Fourier de l'image tatouée et vous en extrayez, grâce à la clé, le signal caché (voir la figure 5). Reste alors à vérifier si celui-ci contient bien la structure adéquate.

LES M-SÉQUENCES

Un tatouage bien identifiable est obtenu à l'aide de suites binaires, appelées «M-séquences», qui présentent une très faible corrélation avec toutes leurs versions décalées ; à titre d'exemple (voir la figure 4), une version décalée à droite d'un cran de (1, -1, 1, -1, -1) est (-1, 1, -1, 1, -1).

L'analyse de la courbe de corrélation de ce pic permet de l'identifier même s'il a été déformé. La vérification est plus probante qu'une comparaison de la suite initiale de bits et de cette suite altérée. Cette technique a été employée, entre autres, par l'équipe «télé» de l'Université catholique de Louvain, qui a mis au point

5. LE TATOUAGE PAR ÉTALEMENT DE SPECTRE



a) Le signal à cacher est une grille-image constituée de carrés de pixels "noirs" ou "blancs", dont l'ordre est celui d'une m-séquence. b) On superpose à cette image le tatouage placé sur un "tôle ondulée" de fréquence et de direction données par une clef secrète. c) Ce tatouage est surimposé à l'image : en fait les pixels "noirs" (resp. "blancs") correspondent à une augmentation (resp. diminution) de la luminance de l'image. Lors de cette étape, la grille est modifiée afin de préserver l'invisibilité du tatouage, surtout dans les parties homogènes de

l'image. d) Pour vérifier la présence du tatouage, on extrait de la transformée de Fourier de l'image tatouée le signal caché, localisé autour de la fréquence et de la direction données par la clef secrète. On prend la transformée de Fourier inverse et l'on réobtient la grille de départ, ou plutôt une version altérée de celle-ci. Malgré la modification des pixels de cette dernière, on peut estimer grâce à une mesure de corrélation, si elle a bien été obtenue à partir d'une M-séquence, et donc si l'image a bien été tatouée avec la clef en question.

en 1996 un algorithme de tatouage incrustant un filigrane robuste. Utilisant une modélisation du système de vision humaine, les chercheurs déterminent l'invisibilité du filigrane et analysent à l'aide de filtres perceptifs, à quels endroits le filigrane peut être plus important (en général dans les zones de fortes variations de luminance). On obtient ainsi un tatouage qui résiste très bien à la suppression de quelques lignes sur le bord de l'image, à la compression JPEG, à l'addition de bruit blanc, à l'application d'un filtre passe-bas, ainsi qu'à une impression/renumérisation par scanner. Mais les changements d'échelle, symétries, rotations, découpages peuvent toutefois détruire le tatouage.

En 1997, J. J. K. O'Ruanidh et T. Pun, de l'Université de Genève, ont proposé une technique combinant l'étalement de spectre avec des considérations d'invariance par rotations, changements d'échelle et translations. Leur tatouage résiste ainsi à ces manipulations, à la compression JPEG ainsi qu'à l'extraction d'une grosse portion de l'image. Citons

aussi d'autres familles d'algorithmes de tatouage qui reposent sur des schémas de compression utilisant diverses techniques comme la transformation par ondelettes ou les techniques fractales. Les filigranes ainsi produits n'offrent pas de résistance particulière, excepté face aux techniques de compressions sur lesquelles ils reposent.

On sait donc camoufler des filigranes invisibles et assez robustes dans les images fixes. Néanmoins de nombreux problèmes restent posés : des découpages en petits morceaux de l'image, l'ex-

traction d'un détail de l'image (qui peut donner lieu à un montage), la suppression de lignes ou de colonnes au «milieu» de l'image détruisent les filigranes actuels. Dans l'ensemble les résultats restent expérimentaux et l'on ne dispose pour l'instant que d'un embryon de formalisation théorique du tatouage : quelle quantité d'information peut-on réellement cacher dans une image, pour un algorithme de tatouage donné ? Comment atteindre cette limite ? Les tatoueurs cherchent maintenant à chausser les bottes de géant du mathématicien Shannon.

Caroline FONTAINE est maître de conférences à l'Université de Lille 1. Son site web est : <http://www.lifl.fr/~fontaine/>

<http://www.rocq.inria.fr/codes/Watermarking/> (en français : définitions et présentation du tatouage).

<http://www.ima.enst.fr/~maitre/enst-ens.html> (en français : liste de points sur le tatouage).

<http://www.cl.cam.ac.uk/~fapp2/steganography/> (en anglais : ce site, traitant de la stéganographie et du tatouage, est très complet).

Identification and Protection of Multimedia Information, in *Proceedings of the IEEE*, numéro spécial, vol. 87, n° 7, juillet 1999. (en langue anglaise : un bon bilan de la recherche actuelle sur le thème du tatouage : textes, images, son).

