



La topologie marine

IAN STEWART

Des bouts de ficelle révèlent les principes de la symétrie.

Au siècle dernier, l'étude des nœuds est devenue une discipline mathématique importante. Avec les nœuds apparaît une des grandes questions de la topologie : quelles sont les différentes manières de placer une forme géométrique dans une autre ? Dans le cas des nœuds, les deux formes prises en compte sont un cercle (que l'on peut représenter par une boucle de ficelle) et l'espace à trois dimensions pris dans son ensemble : un nœud est un cercle qui a été plongé dans l'espace de façon qu'il ne puisse pas être défilé par une déformation continue de l'espace.

Cette définition semble bien éloignée de l'idée intuitive de nœud : dans notre monde, les ficelles ont des extrémités, et l'on défile les nœuds en déformant la ficelle, pas l'espace. Bien que la définition topologique décrive bien le « nouement » des nœuds, d'autres aspects des nœuds ne se réduisent pas à cette formulation topologique. Par exemple, comment nouer deux morceaux de ficelle pour

en faire un seul morceau plus long ? La seule contrainte est que le nœud ne se défasse pas quand on tire sur l'une des extrémités d'une des deux ficelles. Dans un tel problème, les frottements entre les deux ficelles jouent un rôle important, que la topologie ne considère pas.

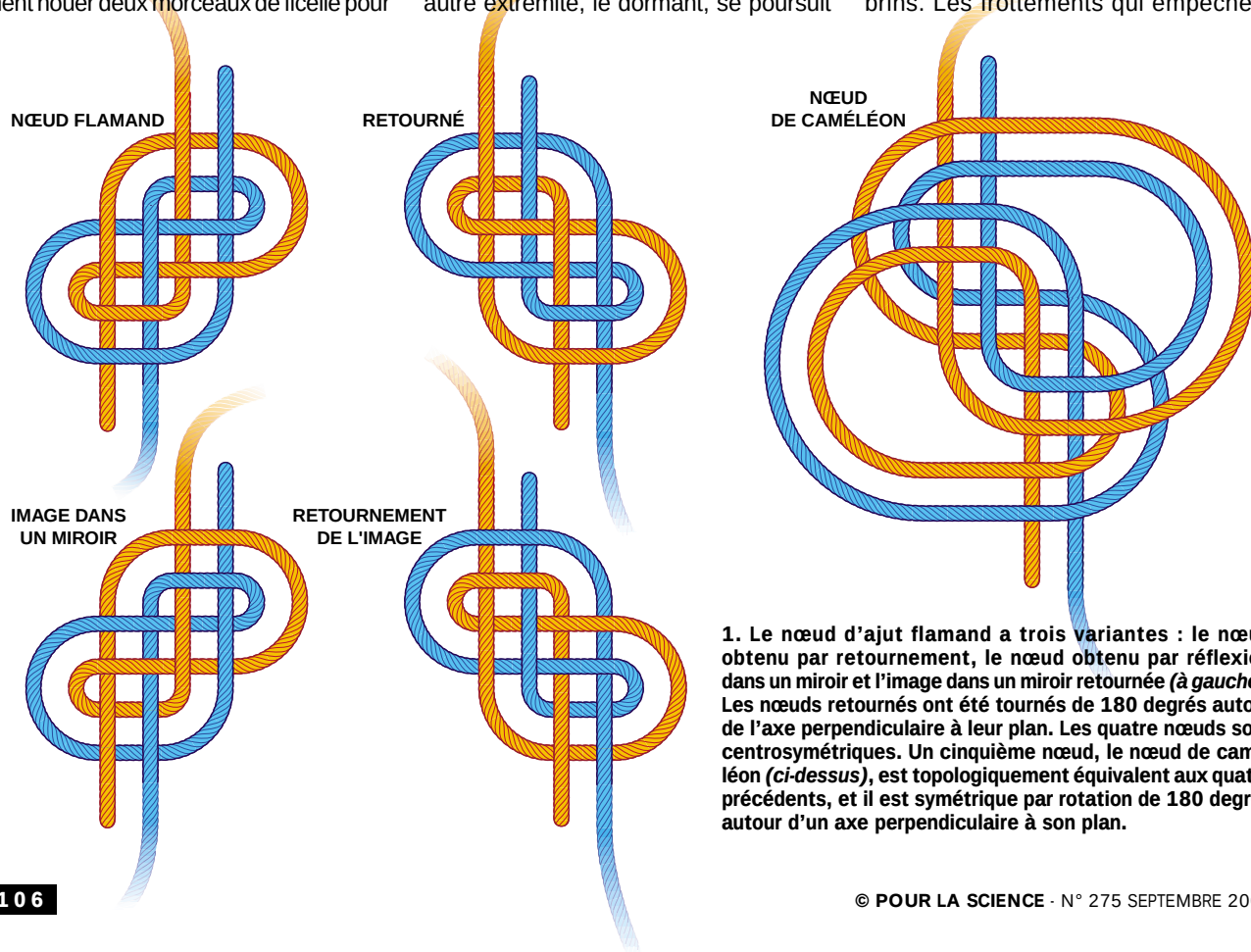
Les mathématiciens ont donc examiné de tels problèmes et jeté les bases d'une théorie de tels nœuds. Roger Miles, de l'Université de Canberra, est un de ceux qui ont le plus contribué à cette nouvelle branche des mathématiques. Il considère des « nœuds d'ajut symétriques », reprenant le terme de marine pour décrire le problème. R. Miles a cherché à classer systématiquement les géométries de ces nœuds, afin d'en découvrir d'autres, qui glisseraient moins par exemple.

Le nœud d'ajut le plus simple et le plus connu est le nœud plat : sur la figure 2, un brin est coloré en bleu et l'autre en orange. Chaque brin a une extrémité qui dépasse du nœud : c'est le courant ; son autre extrémité, le dormant, se poursuit

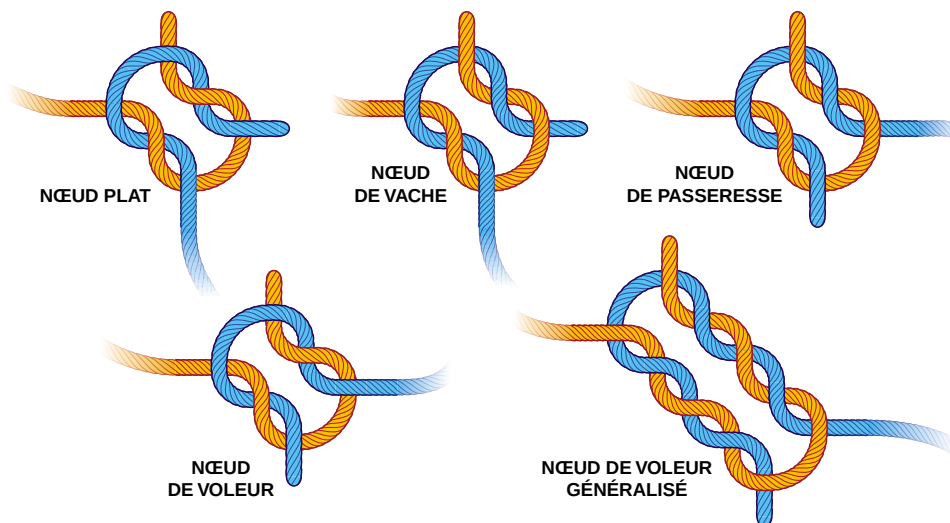
par le reste du brin et n'est représenté qu'en partie (estompé). Le diagramme du nœud plat comporte deux types de croisements : bleu sur orange, orange sur bleu. Dans les nœuds d'ajut plus compliqués, il existe aussi des croisements bleu sur bleu ou orange sur orange.

Souvent les néophytes – les marins les nomment des éléphants – confondent le nœud plat avec le nœud de vache, qui tient moins bien. Les deux types se transforment en nœuds classiques de topologie quand on relie le courant et le dormant de chaque brin. Cependant, les nœuds plat et de vache, pour la topologie classique, forment une famille isolée, alors que les nœuds d'ajut correspondants ont des cousins proches, qui ne diffèrent que par le type d'extrémité libre ; ce sont le nœud de voleur et le nœud de passeresse.

Ces quatre nœuds d'ajut sont ceux dont les diagrammes sont les plus simples, ceux qui ont le moins de croisements de brins. Les frottements qui empêchent



1. Le nœud d'ajut flamand a trois variantes : le nœud obtenu par retournement, le nœud obtenu par réflexion dans un miroir et l'image dans un miroir retournée (à gauche). Les nœuds retournés ont été tournés de 180 degrés autour de l'axe perpendiculaire à leur plan. Les quatre nœuds sont centrosymétriques. Un cinquième nœud, le nœud de caméléon (ci-dessus), est topologiquement équivalent aux quatre précédents, et il est symétrique par rotation de 180 degrés autour d'un axe perpendiculaire à son plan.



2. Les quatre nœuds d'ajut élémentaires (rangée supérieure) ont peu de croisements de brins : ils tiennent mal. Le nœud de voleur généralisé (ci-dessus) tient mieux.

les nœuds de glisser ont généralement lieu à ces croisements, de sorte que l'on pourrait supposer que des nœuds avec plus de croisements tiendraient mieux. Cette règle n'est pas absolue. La tenue des nœuds dépend aussi de la façon dont la série des croisements de brins se répartit dans l'espace. Les quatre nœuds d'ajut élémentaires tiennent assez mal ; ils se défont quand les brins sont déplacés, par exemple. La façon dont ils se défont est instructive : l'un des brins se redresse (pas toujours complètement), puis glisse à travers les boucles de l'autre brin.

Les nœuds d'ajut élémentaires ont également de passionnantes propriétés de symétrie. Quand on tourne le diagramme du nœud plat de 180 degrés, autour de la diagonale qui joint le coin inférieur gauche et le coin supérieur droit, on retrouve le même diagramme, mais les couleurs des brins sont inversées. Le nœud de vache a la même propriété. En revanche, le nœud de passeresse a une symétrie de rotation : on le retrouve identique à lui-même, à l'exception de l'échange des couleurs, quand on le fait tourner de 180 degrés dans son plan (autour d'un axe perpendiculaire à son plan, donc). Le nœud de voleur, lui, est à symétrie centrale : une symétrie par rapport à son centre qui transforme chaque point de coordonnées (x, y, z) en un point de coordonnées $(-x, -y, -z)$, laisse le nœud inchangé, à la couleur près. Je vous conseille de vérifier ces propriétés en réalisant les nœuds à l'aide de ficelle.

En utilisant les trois symétries considérées, R. Miles a mis au point un formalisme qui décrit les nœuds d'ajut symétriques et qui conduit à de nouveaux nœuds. Par exemple, en généralisant le nœud de voleur, on obtient une famille infinie. Toutefois les symétries précédentes ne sont pas les seules que l'on

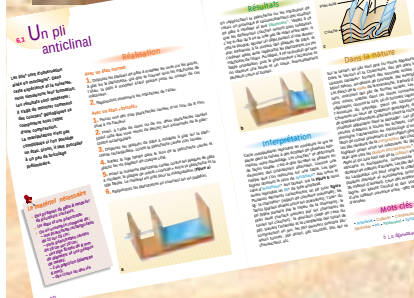
connaisse. On peut aussi utiliser les réflexions par rapport à un plan : dans les diagrammes à deux dimensions, cette opération inverse les croisements à chaque intersection. Puis on peut se limiter à inverser les couleurs. Enfin le «retournement» consiste à changer le dormant et le courant de chaque brin.

Le premier spécimen de nœud d'ajut symétrique est la double figure en huit, encore nommée nœud flamand. Les quatre premières illustrations de la figure 1 montrent ce nœud, son image dans un miroir, le nœud obtenu par retournement et le retournement de l'image dans un miroir. Tous les quatre sont à symétrie centrale. La cinquième représentation est celle d'un nœud de symétrie différente : il a une symétrie de rotation. Tous les cinq sont topologiquement équivalents : à partir de n'importe lequel d'entre eux, des manipulations continues conduisent à n'importe quel autre. Je vous invite, par exemple, à manipuler le cinquième, que R. Miles nomme le nœud de caméléon, pour obtenir les autres. Je vous laisse découvrir les transformations nécessaires.

Le livre de R. Miles, *Symmetric Bends* (Éditions Word Scientific), contient un catalogue de 60 nœuds d'ajut symétriques. Existe-t-il un nœud d'ajut optimal ? R. Miles indique que non, car la résistance au glissement n'est pas le seul critère de bon nœud ; on doit le faire et le défaire facilement, régler simplement la taille du courant, obtenir un beau motif... À la fin de son livre, R. Miles invite les lecteurs à l'informer de leurs découvertes, afin qu'il les présente dans une prochaine édition de son livre (son adresse est : RMB 345, Queanbeyan, NSW 2620, Australie). Il ajoute une promesse : «L'inventeur d'un nouveau nœud a le privilège de le nommer, comme le découvreur de comètes ou de novae.»

LA TERRE

50 expériences pour découvrir notre planète



Comment naissent les dunes ?
Comment une rivière creuse-t-elle une vallée ?
Comment se forment les grottes ?
Pourquoi les pierres éclatent-elles sous le froid ?
Ce livre propose une série d'expériences pour comprendre comment le vent, la pluie, la glace, les cours d'eau modèlent le visage de la Terre.

ANDRÉ PROST est géologue, ancien enseignant à l'université d'Orléans et à Paris VI, et ingénieur au Bureau des Recherches Géologiques et Minières à Orléans.

Code 2401-100 F-128 pages

Voir bon de commande page 98

BELIN • POUR LA SCIENCE



L'air chaud qui descend de la montagne

ROLAND LEHOUCQ • JEAN-MICHEL COURTY

Des phénomènes météorologiques simples et parfois surprenants résultent de l'action combinée du relief et du vent.

Pour nos lecteurs suisses, le mot «föhn» désigne un sèche-cheveux. C'est aussi le nom d'un vent chaud et sec qui descend de la montagne pour balayer les vallées des Alpes du Sud, Munich et Milan. Il est encore connu sous le nom d'autan dans les Pyrénées et de chinook aux États-Unis. Étrangement, lorsque ce vent descend de la montagne, le vent qui monte de l'autre côté de la montagne est froid et humide et la pluie ou la neige s'abat sur les cimes. Comment expliquer ce réchauffement ?

La compréhension de la plupart des phénomènes météorologiques nécessite la prise en compte de nombreux bilans d'échanges d'énergie. Pourtant, certaines manifestations, comme le föhn, ne sont dues qu'au seul déplacement des masses d'air. Pour le comprendre, intéressons-nous au déplacement d'un air sec puis d'un air humide.

DU VENT ET DES MONTAGNES

Les montagnes forment un obstacle au passage du vent. Si le vent ne peut les contourner par le côté, l'air passera par dessus et s'élèvera en longeant le relief. Durant cette ascension, la pression de la masse d'air diminue avec la pression atmosphérique qui décroît avec l'altitude. La diminution relative de pression est d'environ dix pour cent par kilomètre d'altitude. Comme la montée d'une masse d'air est adiabatique, sans échange de chaleur avec le

milieu extérieur, lorsque la pression de la masse d'air diminue, le volume augmente et, ce qui nous intéresse particulièrement ici, la température diminue (tout randonneur sait que le vent d'altitude est glacial). Ainsi, un vent doux à 20 °C qui souffle au fond d'une vallée située à 1 500 mètres d'altitude se refroidira à 5 °C à 3 000 mètres. En redescendant sur l'autre flanc de la montagne, la pression et la température augmentent jusqu'à leur valeur initiale.

ET UN ZESTE D'EAU

Pour faire naître des nuages, humidifions l'air. Sous forme de vapeur, l'eau est un gaz incolore et inodore. La quantité de vapeur d'eau présente dans l'atmosphère est caractérisée par la «densité d'eau», la masse d'eau contenue dans un mètre cube d'air. À température fixée, cette densité ne peut excéder une quantité nommée densité de vapeur saturante quand l'air humide est en équilibre avec de l'eau liquide. L'air est ainsi saturé juste au-dessus d'un lac ou dans une bouteille d'eau minérale fermée que l'on a laissé repo-

ser quelque temps. Lorsque la densité d'eau de l'atmosphère est inférieure à la densité de vapeur saturante, l'eau liquide s'évapore.

La densité de vapeur saturante dépend fortement de la température de l'air : entre - 20 °C et 40 °C, la densité de vapeur saturante double tous les 10 degrés. À 10 °C un mètre cube d'air peut contenir jusqu'à 9 grammes de vapeur d'eau, et à 20 °C, cette valeur passe à plus de 17 grammes par mètre cube (la masse d'un mètre cube d'air est égale à un kilogramme environ). Le contenu en vapeur d'eau de l'atmosphère est souvent rapporté à la densité de vapeur saturante et le quotient de ces deux quantités est l'humidité relative. Une humidité relative de zéro pour cent correspond à de l'air parfaitement sec, alors que 100 pour cent d'humidité relative correspond à un air saturé.

La densité de vapeur saturante diminue avec la température et, à quantité d'eau égale, l'humidité relative double lorsque la température diminue de dix degrés. Le refroidissement de l'air augmente son humidité relative, sans toutefois pouvoir dépasser la valeur de

100 pour cent qui correspond à de l'air saturé en vapeur d'eau. Cette valeur atteinte, la vapeur d'eau excédentaire se condense en fines gouttelettes d'eau liquide : des nuages ou du brouillard se forment. La rosée qui apparaît durant la nuit résulte aussi de la condensation de l'humidité de l'air et est favorisée par une diminution importante de la température nocturne.

