

5. COÏNCIDENCE EXTRAORDINAIRE

$$\begin{aligned}
1/1 &= 1,000 \\
1/2 &= 0,500 \\
1/3 &= 0,333 \\
1/4 &= 0,250 \\
1/5 &= 0,200 \\
1/6 &= 0,167 \\
1/7 &= 0,143 \\
1/8 &= 0,125 \\
e &= 2,718
\end{aligned}$$

La somme de ces fractions, les termes de la série harmonique, est-elle égale à e ?

aussi noté que $2\,718 \times 1\,156$ est égal à $3\,142\,008$, ce qui établit un lien entre π , e et le nombre $1\,156$, confirmant la piste du nombre e . De plus on peut s'étonner que la somme des inverses des premiers huit nombres entiers donne... e .

Finalement rien n'a sans doute été caché dans les décimales de π (ou de e) par le Créateur, et c'est seulement l'essai d'un grand nombre de combinaisons et l'utilisation d'un système très ouvert (rappelons qu'à chaque mot Gold associe quatre nombres et parfois plus) qui a permis à Gold de pêcher quelques coïncidences... qu'il aurait été étonnant finalement qu'il ne trouve pas.

Remarquons aussi qu'il n'est pas évident pour un croyant que Dieu possède le pouvoir de décider quoi que ce soit concernant les décimales de π : les propriétés mathématiques ne se décident pas. Pas plus qu'une loi ne peut fixer π (comme cela a été tenté en 1897 dans l'État de l'Indiana, aux États-Unis, où un texte législatif prévoyait d'imposer $\pi = 3,2$), Dieu ne peut décider que 87 est un nombre premier, ou forcer ne serait-ce qu'une seule décimale de π .

LES COÏNCIDENCES : PAS TOUTES ABSURDES!

Même si on reste incrédule concernant la numérologie lorsqu'elle prétend déterminer votre personnalité et votre avenir à partir de votre nombre personnel (calculé par l'une des vingt ou cinquante méthodes concurrentes proposées par les systèmes incompatibles des numérologues), et même si on est sceptique à propos des prétendues découvertes faites dans les décimales de π (Robert Gold n'est pas le seul, et d'autres calculateurs acharnés ont su y voir d'autres choses : l'un d'eux a prétendu y voir partout codé la nom de la Vierge Marie), il n'en reste pas moins que la recherche de coïncidences numériques peut être une véritable méthode d'exploration mathématique et scientifique.

Léonard Euler repéra la relation remarquable $1+1/4+1/9+1/16+1/25+\dots=\pi^2/6$ en découvrant par le calcul une coïncidence numérique. Récemment la formule

de Simon Plouffe qui a permis de créer des algorithmes de calcul des chiffres binaires de π qui déterminent un chiffre sans avoir à s'occuper des précédents (voir *Le fascinant nombre pi*, Belin/Pour la Science, 1997) a été découverte par une méthode de recherche de coïncidences, programmée et menée systématiquement à l'aide de programmes informatiques subtils. D'autres formules mathématiques ont aussi été repérées par l'observation de coïncidences, et certains mathématiciens étudient comment perfectionner ces méthodes pour les rendre plus efficaces.

Toutefois la différence entre cet usage moderne de la recherche de coïncidences numériques et l'usage numérologique réside dans les faits suivants :

- on ne recherche que des relations de nature mathématique et non pas un message religieux, concernant le futur ou la personnalité d'un individu ;

- une fois la coïncidence déterminée, elle se confirme en poussant le calcul plus loin : la formule de Simon Plouffe, par exemple, ne donne pas une coïncidence d'une longueur de 10 décimales, mais de 100 décimales et si on la pousse plus loin de mille décimales ou plus encore.

- si l'on évalue la probabilité que les coïncidences soient fortuites, en mathématiques on tombe sur des probabilités extraordinairement faibles, alors qu'en numérologie les coïncidences notées quand on les rapporte aux nombres de formules essayées (dont la grande majorité ne marchent pas) conduisent à la conclusion que ne rien trouver était improbable.

- finalement, et c'est sans doute le plus important, les coïncidences repérées en mathématiques sont ensuite démontrées rigoureusement par le raisonnement logique : c'est ce que fit Euler pour sa formule concernant $\pi^2/6$, et c'est aussi ce que fit Simon Plouffe pour sa formule nouvelle de calcul des chiffres binaires de π .

ILLUMINÉS OU MALHONNÊTES?

Se moquer de la numérologie est sans doute trop facile tant le domaine est intellectuellement inconsistant, cependant, il semble qu'un penchant irréprouvable pour les chiffres et leur manipulation élémentaire pousse un public curieux et qu'on ne prend jamais la peine de mettre en garde à écouter les numérologues... et parfois à les croire. On a souvent le sentiment que les auteurs peu scrupuleux des ouvrages de numérologie n'y croient pas vraiment eux-mêmes et qu'ils offrent simplement aux esprits avides de mystères et de superstitions les révélations auxquelles ils aspirent.

Toutefois, même si le type de règles que recherchent les numérologues n'existent pas, c'est quand même bien des régularités mathématiques qui ordonnent le monde réel et que la science recherche avidement. Pythagore avait raison en professant que le monde est mathématique ; le développement de la science le confirme chaque jour.

Ce qui échappe aux numérologues, c'est la richesse et la variété du monde mathématique, qui s'accroît et se consolide en permanence. On n'est jamais certain de disposer du bon type de mathématiques, et les additions idiotes des numérologues ne représentent qu'une infime part de la richesse du l'univers abstrait des mathématiques. Ensuite, seul un rigoureux dialogue avec les faits permet de sélectionner les mathématiques cachées dans le monde réel. Ce travail d'exploration et de confrontation aux faits, les numérologues, contrairement aux scientifiques, ne le pratiquent pas. La capacité d'autopersuasion, le manque d'esprit critique, associé sans doute aussi à la paresse intellectuelle (apprendre des mathématiques demande plus d'efforts que de faire obsessionnellement des manipulations élémentaires de chiffres), et parfois à l'appât du gain sont les explications de cette maladie mentale qu'est la numérologie moderne.

La numérologie prend sa source dans la secte du maître Pythagore comme notre science actuelle. Mais, à l'inverse de la science, la numérologie n'a rien gardé de l'inventivité et du génie des pythagoriciens, qui rapidement conduisirent à Euclide. Chez les numérologues, il ne reste qu'un délire pathétique.

A. CUGNOT, *Incroyable, mais faux*, Éditions L'horizon chimérique, Bordeaux, 1989.

U. DUDLEY, *Numerology or What Pythagoras Wrought*, Mathematical Association of America, 1977.

R. GOLD, *Dieu et le nombre π* , Éditions Otniel Bène Kénane, Jérusalem, 1997.

A. LESK, *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Molecular Biology*, in *The Mathematical Intelligencer*, pp. 28-37, 22 février 2000.

S. PARKER et S. CAMPILIAN, *Numérologie. Avec les chiffres vous connaîtrez votre destin*, France Sud Publication, Paris. Sans date de publication.

E. WIGNER, *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, in *Communications in Pure and Applied Mathematics*, n° 13, pp. 1-14, 1960.

Sciences et pseudo-sciences, revue publiée par l'AFIS (Association française pour l'information scientifique, 14, rue de l'École polytechnique, 75005, Paris).



La topologie marine

IAN STEWART

Des bouts de ficelle révèlent les principes de la symétrie.

Au siècle dernier, l'étude des nœuds est devenue une discipline mathématique importante. Avec les nœuds apparaît une des grandes questions de la topologie : quelles sont les différentes manières de placer une forme géométrique dans une autre ? Dans le cas des nœuds, les deux formes prises en compte sont un cercle (que l'on peut représenter par une boucle de ficelle) et l'espace à trois dimensions pris dans son ensemble : un nœud est un cercle qui a été plongé dans l'espace de façon qu'il ne puisse pas être défilé par une déformation continue de l'espace.

Cette définition semble bien éloignée de l'idée intuitive de nœud : dans notre monde, les ficelles ont des extrémités, et l'on défile les nœuds en déformant la ficelle, pas l'espace. Bien que la définition topologique décrive bien le « nouement » des nœuds, d'autres aspects des nœuds ne se réduisent pas à cette formulation topologique. Par exemple, comment nouer deux morceaux de ficelle pour

en faire un seul morceau plus long ? La seule contrainte est que le nœud ne se défasse pas quand on tire sur l'une des extrémités d'une des deux ficelles. Dans un tel problème, les frottements entre les deux ficelles jouent un rôle important, que la topologie ne considère pas.

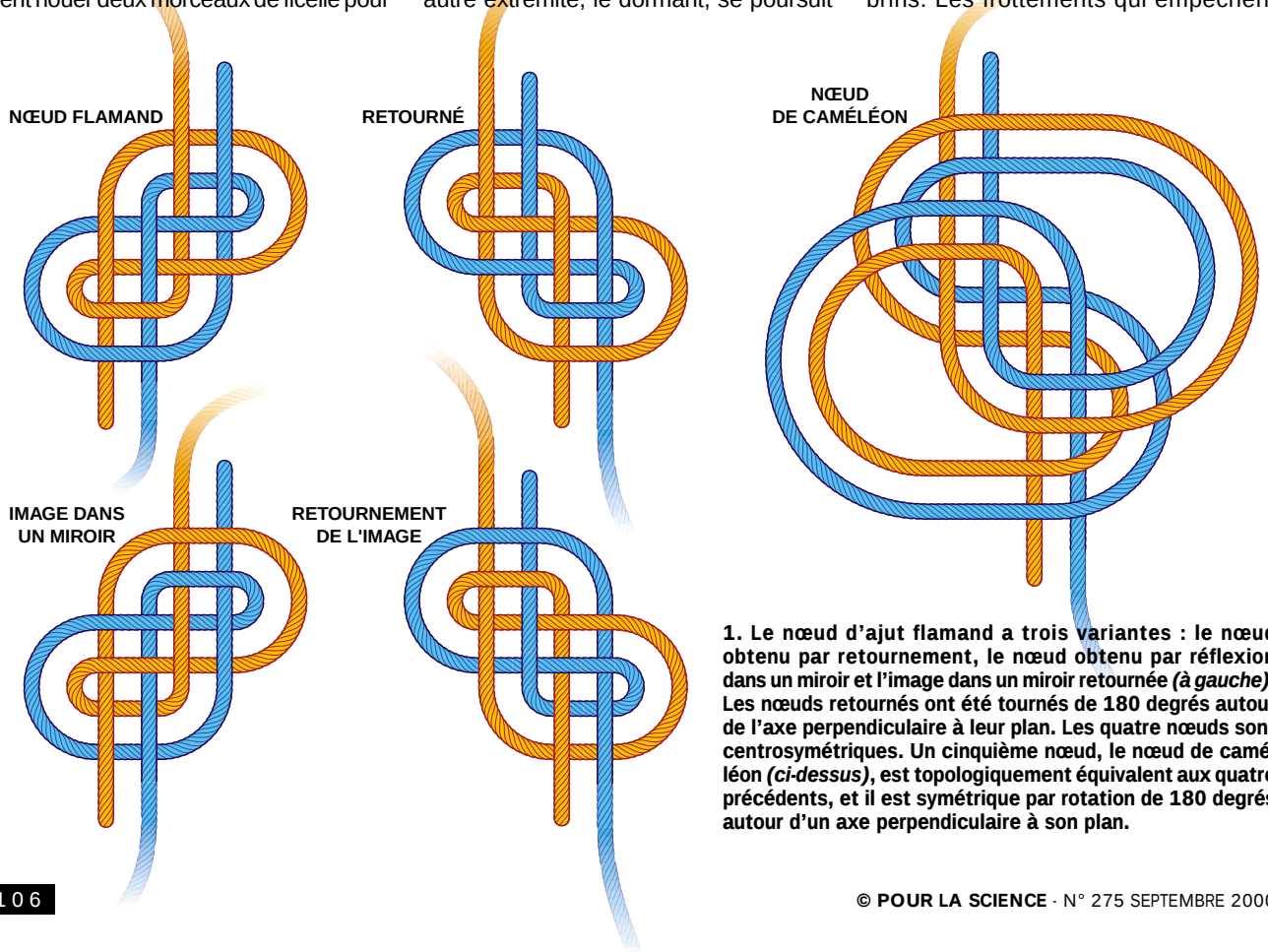
Les mathématiciens ont donc examiné de tels problèmes et jeté les bases d'une théorie de tels nœuds. Roger Miles, de l'Université de Canberra, est un de ceux qui ont le plus contribué à cette nouvelle branche des mathématiques. Il considère des « nœuds d'ajut symétriques », reprenant le terme de marine pour décrire le problème. R. Miles a cherché à classer systématiquement les géométries de ces nœuds, afin d'en découvrir d'autres, qui glisseraient moins par exemple.

Le nœud d'ajut le plus simple et le plus connu est le nœud plat : sur la figure 2, un brin est coloré en bleu et l'autre en orange. Chaque brin a une extrémité qui dépasse du nœud : c'est le courant ; son autre extrémité, le dormant, se poursuit

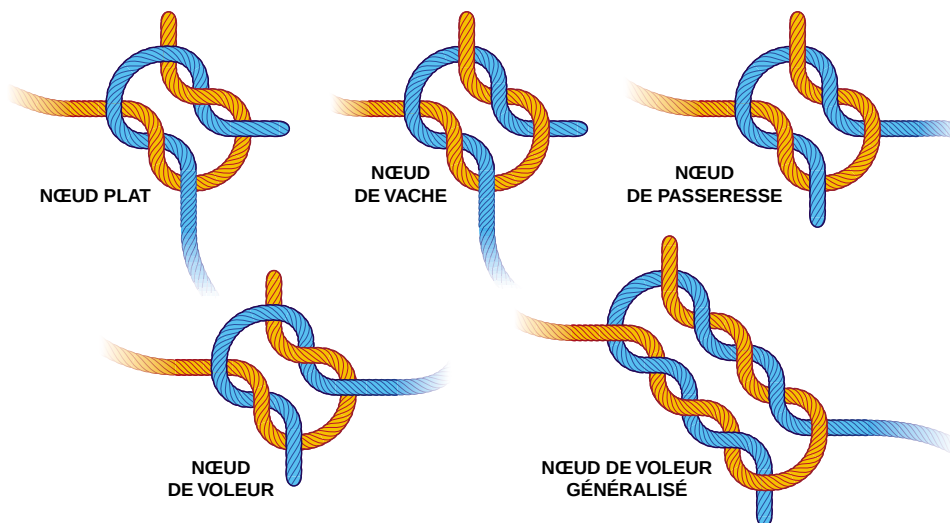
par le reste du brin et n'est représenté qu'en partie (estompé). Le diagramme du nœud plat comporte deux types de croisements : bleu sur orange, orange sur bleu. Dans les nœuds d'ajut plus compliqués, il existe aussi des croisements bleu sur bleu ou orange sur orange.

Souvent les néophytes – les marins les nomment des éléphants – confondent le nœud plat avec le nœud de vache, qui tient moins bien. Les deux types se transforment en nœuds classiques de topologie quand on relie le courant et le dormant de chaque brin. Cependant, les nœuds plat et de vache, pour la topologie classique, forment une famille isolée, alors que les nœuds d'ajut correspondants ont des cousins proches, qui ne diffèrent que par le type d'extrémité libre ; ce sont le nœud de voleur et le nœud de passeresse.

Ces quatre nœuds d'ajut sont ceux dont les diagrammes sont les plus simples, ceux qui ont le moins de croisements de brins. Les frottements qui empêchent



1. Le nœud d'ajut flamand a trois variantes : le nœud obtenu par retournement, le nœud obtenu par réflexion dans un miroir et l'image dans un miroir retournée (à gauche). Les nœuds retournés ont été tournés de 180 degrés autour de l'axe perpendiculaire à leur plan. Les quatre nœuds sont centrosymétriques. Un cinquième nœud, le nœud de caméléon (ci-dessus), est topologiquement équivalent aux quatre précédents, et il est symétrique par rotation de 180 degrés autour d'un axe perpendiculaire à son plan.



2. Les quatre nœuds d'ajut élémentaires (rangée supérieure) ont peu de croisements de brins : ils tiennent mal. Le nœud de voleur généralisé (ci-dessus) tient mieux.

les nœuds de glisser ont généralement lieu à ces croisements, de sorte que l'on pourrait supposer que des nœuds avec plus de croisements tiendraient mieux. Cette règle n'est pas absolue. La tenue des nœuds dépend aussi de la façon dont la série des croisements de brins se répartit dans l'espace. Les quatre nœuds d'ajut élémentaires tiennent assez mal ; ils se défont quand les brins sont déplacés, par exemple. La façon dont ils se défont est instructive : l'un des brins se redresse (pas toujours complètement), puis glisse à travers les boucles de l'autre brin.

Les nœuds d'ajut élémentaires ont également de passionnantes propriétés de symétrie. Quand on tourne le diagramme du nœud plat de 180 degrés, autour de la diagonale qui joint le coin inférieur gauche et le coin supérieur droit, on retrouve le même diagramme, mais les couleurs des brins sont inversées. Le nœud de vache a la même propriété. En revanche, le nœud de passeresse a une symétrie de rotation : on le retrouve identique à lui-même, à l'exception de l'échange des couleurs, quand on le fait tourner de 180 degrés dans son plan (autour d'un axe perpendiculaire à son plan, donc). Le nœud de voleur, lui, est à symétrie centrale : une symétrie par rapport à son centre qui transforme chaque point de coordonnées (x, y, z) en un point de coordonnées $(-x, -y, -z)$, laisse le nœud inchangé, à la couleur près. Je vous conseille de vérifier ces propriétés en réalisant les nœuds à l'aide de ficelle.

En utilisant les trois symétries considérées, R. Miles a mis au point un formalisme qui décrit les nœuds d'ajut symétriques et qui conduit à de nouveaux nœuds. Par exemple, en généralisant le nœud de voleur, on obtient une famille infinie. Toutefois les symétries précédentes ne sont pas les seules que l'on

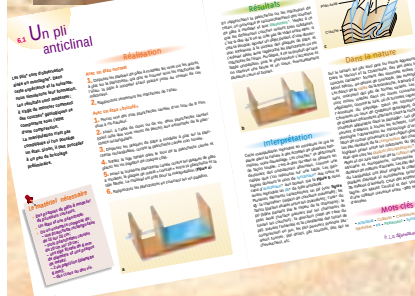
connaisse. On peut aussi utiliser les réflexions par rapport à un plan : dans les diagrammes à deux dimensions, cette opération inverse les croisements à chaque intersection. Puis on peut se limiter à inverser les couleurs. Enfin le «retournement» consiste à changer le dormant et le courant de chaque brin.

Le premier spécimen de nœud d'ajut symétrique est la double figure en huit, encore nommée nœud flamand. Les quatre premières illustrations de la figure 1 montrent ce nœud, son image dans un miroir, le nœud obtenu par retournement et le retournement de l'image dans un miroir. Tous les quatre sont à symétrie centrale. La cinquième représentation est celle d'un nœud de symétrie différente : il a une symétrie de rotation. Tous les cinq sont topologiquement équivalents : à partir de n'importe lequel d'entre eux, des manipulations continues conduisent à n'importe quel autre. Je vous invite, par exemple, à manipuler le cinquième, que R. Miles nomme le nœud de caméléon, pour obtenir les autres. Je vous laisse découvrir les transformations nécessaires.

Le livre de R. Miles, *Symmetric Bends* (Éditions Word Scientific), contient un catalogue de 60 nœuds d'ajut symétriques. Existe-t-il un nœud d'ajut optimal ? R. Miles indique que non, car la résistance au glissement n'est pas le seul critère de bon nœud ; on doit le faire et le défaire facilement, régler simplement la taille du courant, obtenir un beau motif... À la fin de son livre, R. Miles invite les lecteurs à l'informer de leurs découvertes, afin qu'il les présente dans une prochaine édition de son livre (son adresse est : RMB 345, Queanbeyan, NSW 2620, Australie). Il ajoute une promesse : «L'inventeur d'un nouveau nœud a le privilège de le nommer, comme le découvreur de comètes ou de novae.»

LA TERRE

50 expériences pour découvrir notre planète



Comment naissent les dunes ?
Comment une rivière creuse-t-elle une vallée ?
Comment se forment les grottes ?
Pourquoi les pierres éclatent-elles sous le froid ?
Ce livre propose une série d'expériences pour comprendre comment le vent, la pluie, la glace, les cours d'eau modelent le visage de la Terre.

ANDRÉ PROST est géologue, ancien enseignant à l'université d'Orléans et à Paris VI, et ingénieur au Bureau des Recherches Géologiques et Minières à Orléans.

Code 2401-100 F-128 pages

Voir bon de commande page 98

BELIN • POUR LA SCIENCE