

N° SPÉCIAL

■ POUR LA

SCIENCE

Décembre 2000

édition française de

SCIENTIFIC
AMERICAN

www.pourlascience.com

Les
infinis

TRIBUNE DES LECTEURS

6

BLOC-NOTES

7

de Didier Nordon

POINT DE VUE

8

La pilule abortive aux États-Unis

par André Ulman

SCIENCE ET ÉCONOMIE

9

La stratégie du penalty

par Ivar Ekeland



SCIENCE ET GASTRONOMIE

10

Tout au chocolat

par Hervé This

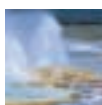


PERSPECTIVES SCIENTIFIQUES

12

- Un nœud... peu gordien
- La tortue des steppes

- Culte vaudou à Mayence
- Le chant d'amour des drosophiles
- Éclaircies sur Titan
- Virus canin, tueur de phoques
- Porcelaines vietnamiennes
- La danse des liquides
- La cartographie de l'espace
- La fonction du prion
- Bateau romain...coulé
- Poisson fumé à la néandertalienne
- Dunes en liberté
- Un rat artificiel

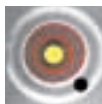


IDÉES DE PHYSIQUE

152

Les geysers

par Philippe Coussot



ART ET SCIENCE

154

Illusion ou réalité?

par Jean Bullier



ANALYSES DE LIVRES

156

- *Le paléontologue et l'évolution*, de Pascal Tassy
- *Les sociétés animales. Évolution de la coopération*

et *organisation sociale*, de Serge Aron et Luc Passera

■ *Chimie, l'art de se poser les bonnes questions*, de J. Garratt, T. Overton et T. Threlfall

■ *Le défi paysan*, de Luc Guyau

Deux encarts d'abonnement entre les pages 18 et 19, un encart broché service lecteurs et une carte d'abonnement entre les pages 146 et 147. Un encart parrainage pour les exemplaires destinés aux abonnés. Un dépliant trois volets *Pour la Science*



Chaque mois, retrouvez le sommaire complet de la revue **en ligne** avec pour chaque article une bibliographie et un complément d'information.

www.pourlascience.com

Les mathématiques, science de l'infini

24

par Javier de Lorenzo Martínez

L'infini, potentiel et actuel, semble assurer une fonction régulatrice dans la formalisation mathématique.

L'infini est-il paradoxal en mathématiques?

30

par Jean-Paul Delahaye

Pour résoudre le paradoxe du tout et des parties et affronter l'hypothèse du continu, notre idée de l'infini actuel doit évoluer.

L'infini en Chine

44

par Jean-Claude Martzloff

Le calcul numérique a joué un rôle clé dans la perception que la Chine a eu de l'infini.

Thabit ibn Qurra et l'infini numérique

48

par Tony Lévy

Face aux thèses d'Aristote, longtemps dominantes en philosophie, un savant arabe du IX^e siècle eut sur l'infini un point de vue aussi original qu'audacieux.

L'univers infini de Giordano Bruno

54

par Giulio Giorello

Giordano Bruno, mort sur le bûcher le 17 février 1600, fut plus audacieux que Copernic : il envisageait un univers infini, sans horizon ni limite.

La science du mouvement au XVII^e siècle

58

par Michel Blay

À la fin du XVII^e siècle et au début du XVIII^e, les mathématiciens décrivent le mouvement et introduisent la notion de vitesse, en évitant les paradoxes qui résultaient de l'usage impropre et intuitif de l'infini.

Histoire d'infini

64

par Maria Reményi

Pendant 2 000 ans, le concept d'infini gêna les mathématiciens. John Wallis posa le symbole ∞ , les libérant des discussions philosophiques.

De la perspective à l'infini géométrique

66

par Jean-Pierre Le Goff

Au XVII^e siècle, grâce à la géométrie projective, née de l'union de la théorie de la perspective et de la théorie des coniques, l'infini géométrique acquiert une «dimension» humaine, une évidence perceptible.

L'ensemble triadique de Cantor**73**

par André Deledicq

Les préposés au nettoyage de la planète Ter découvrent un ensemble de Cantor qui remplit un segment de largeur 1, mais son complémentaire aussi...

L'infini et l'univers des algorithmes**108**

par Gilles Dowek

On ne peut pas toujours prévoir le nombre d'opérations nécessaires à un calcul. Aussi, pour permettre l'expression de tous les algorithmes, il faut introduire la possibilité que les calculs durent infiniment longtemps.

L'infini, pierre de touche du constructivisme**74**

par Allan Calder

Selon les mathématiciens constructivistes, un objet mathématique n'existe que si on peut le construire. Cette définition de l'existence mathématique oppose, depuis plus d'un siècle, constructivistes et formalistes.

L'infiniment petit en physique**112**

par Harald Fritzsch

En descendant l'échelle des dimensions, les physiciens ont découvert des particules si petites qu'ils les ont supposées ponctuelles. Le «modèle standard», la théorie construite sur cette hypothèse, accumule les succès depuis 30 ans, tout en étant pétrie d'infinis...

L'infini en géométrie**84**

par Marcel Berger

Lors d'un dîner, un géomètre recourt aux éléments du décor pour illustrer le rôle important de l'infini en géométrie : l'analyste et l'algébriste seront convaincus...

L'infiniment grand**120**

par Gerhard Börner

L'Univers semble être brusquement sorti d'un état initial infiniment dense, que les physiciens ont des difficultés à imaginer et à décrire par une théorie.

L'analyse non standard**92**

par Jean-Michel Salanskis

En introduisant la notion d'objet insaisissable, l'analyse non standard a conféré aux infiniment petits un statut honorable et justifié des opérations qui, bien que pratiquement satisfaisantes, posaient des problèmes de principe.

L'infiniment vide n'existe pas**128**

par Timothy Boyer

Le vide classique n'est pas vide. Même quand on a supprimé toute la matière et le rayonnement thermique d'une partie de l'espace, le vide de la physique contient encore des champs électromagnétiques, des particules fugaces, et possède une certaine énergie.

Les géométries non commutatives**98**

par Daniela Bigatti

Les espaces d'opérateurs de dimensions infinies étudiés à l'aide des géométries non commutatives servent à élaborer de nouvelles théories en physique.

L'infini est un révélateur**138**

par Patrick Dehornoy

L'infini est source d'inspiration. L'exploration d'ensembles hyperinfinis, impossibles à construire, mais pas inconcevables, a fait découvrir des objets mathématiques comme les tables de Laver et des propriétés des tresses.

L'infini est-il nécessaire?**102**

par Patrick Dehornoy

Oui. Les suites de Goodstein gonflent et grossissent jusqu'à des tailles gigantesques... Et diminuent finalement pour atteindre zéro. Pour démontrer cette propriété paradoxale, il est inévitable de faire appel à l'infini.

L'infini littéraire**148**

par Paul Braffort

Dans le sillage des philosophes, romanciers, poètes et essayistes ont été inspirés par l'infini.

TRIBUNE DES LECTEURS

Les promesses du WAP

Je réagis à l'article «Les promesses et les risques du WAP» (voir *Pour la Science*, novembre 2000).

Les faiblesses du WAP qui sont avancées comme étant à l'origine de son insuccès sont techniques pour la plupart. Pourtant, l'article reconnaît plus loin l'extraordinaire réussite d'*i-Mode* au Japon, alors que le protocole et les terminaux sont à peine plus riches, et sont plus ou moins équivalents au WAP sur accès GPRS.

C'est que, et en tant que scientifique de formation et lecteur assidu de *Pour la Science* j'en suis le premier attristé, l'excellence technique n'est pas toujours synonyme de pertinence commerciale. Il manque au WAP un ingrédient essentiel : un outil simple et direct qui permette au fournisseur de service d'être rémunéré. Les services *i-Mode* qui font la majeure partie de l'audience nipponne sont tous payants (100, 200 ou 300 yens par mois). Les meilleurs obtiennent donc rapidement les moyens de développer leur activité, de communiquer et donc d'amener de nouvelles parts de marché à l'opérateur : cercle vertueux impossible à amorcer sur un modèle *Internet* «classique», c'est-à-dire reposant sur d'hypothétiques modèles économiques indirects.

Cependant, la vertu du WAP étant son ouverture, l'adjonction d'une solution de paiement similaire à celle de *i-Mode*, mais également ouverte et donc multi-opérateur donnerait définitivement l'avantage à ce protocole : les éditeurs de service n'aiment pas plus que les opérateurs ne dépendre que d'un seul fournisseur.

Yves CHRISTOL, Paris

Fée à l'huile

J'ai lu avec intérêt l'article «La Fée électricité» (voir *Pour la Science*, septembre 2000). Son sujet est d'autant plus intéressant qu'un des collaborateurs à la réalisation du tableau écrivait que Raoul Dufy «exécuta cette œuvre immense en quatre mois, après avoir minutieusement étudié l'histoire de l'électricité...»

Je crois cependant utile de préciser que Jacques Maroger n'était pas chimiste, mais peintre, élève de Jacques-Émile Blanche, puis de Louis Anquetin, et restaurateur de tableaux (ce qui ne l'empêcha pas de devenir directeur technique des laboratoires du Musée du Louvre). Maroger allait rencontrer un chimiste des peintures au début des années 1930 en la personne de Marc Havel, chimiste chez Joseph Bourgeois (établissement qui fusionnera 40 ans plus tard avec Lefranc pour fonder la Société π). C'est d'ailleurs à la maison Bourgeois que sera confiée la préparation des peintures destinées à *La Fée électricité* (à signaler que ce

tableau, composé de 250 panneaux de contre-plaqué, mesure 60 mètres de longueur et 10 mètres de hauteur!). Cette peinture est composée de pigments dispersés dans une huile siccative additionnée de 10 pour cent de résine dammar. Mais l'originalité de la formule de Maroger est d'utiliser un médium particulier (le médium est un liant ajouté à une peinture, en cours de travail ou peu avant, pour lui conférer les qualités techniques recherchées). En effet, il s'agit d'une émulsion, une «mayonnaise», d'huile siccative, cuite en présence d'oxyde de plomb, dans une solution de colle de peaux. Les peintures à l'huile étaient mélangées en début de séance à ce médium. Donc, cette peinture à l'huile se travaillait à l'eau!

Effectivement, le médium, comme la peinture prête à l'emploi, que Dufy a utilisés sont des émulsions d'huile dans de l'eau. Or, dans les émulsions, c'est la phase externe qui détermine l'affinité. Dans le cas présent, la phase externe est une solution de colle, et de ce fait la peinture se diluait à l'eau. En séchant, la proportion de colle étant relativement faible, l'émulsion «claquait» pour ne laisser qu'un film de peinture à l'huile (incluant plus ou moins de colle de peaux).

L'originalité de cette technique est de profiter des avantages graphiques et techniques d'une peinture à l'eau tout en terminant sur une peinture à l'huile mate, qui autorisait de surcroît des reprises rapides. Ce détail explique, entre autres comment Dufy, aidé de Maroger et Pierre Paulet, a pu «couvrir» 600 mètres carrés en si peu de temps.

François PÉRÉGO, Bécherel

Muscles et psychologie

J'ai lu avec intérêt l'article «Muscle, gènes et performances» par Jesper Andersen, Peter Schjerling et Bengt Saltin (voir *Pour la Science*, octobre 2000) et il me laisse une impression mitigée. En effet, il semble au premier abord être écrit par des biologistes et des généticiens, mais certains encadrés font part d'hypothèses plus psychologiques ou éthiques qui entraînent une certaine confusion.

En ce qui concerne les troubles de l'image corporelle, on devrait parler plus précisément de dysmorphophobie – peur d'être mal formé – et non de dysmorphie, terme qui décrit une malformation réelle et constatée par autrui. L'expression «dysmorphie musculaire» ne veut rien dire sur le plan psychologique.

Par ailleurs, les trois neuromédiateurs cités sont ceux que l'on étudie régulièrement dans les problèmes de dépressions, d'attaques de panique, de troubles du comportement alimentaire, de schizophrénie... Ils n'ont rien de spécifique dans le sujet en question – les

sports poussés à l'extrême et la recherche de sensations fortes – et devraient être traités par des neurobiologistes plutôt que par des spécialistes du muscle.

Bernard SCHERLER, Neuchâtel

Un problème de dimension

L'article «Les dimensions cachées de l'univers» (voir *Pour la Science*, octobre 2000) essaie d'élucider l'existence de dimensions supérieures en comparant ce qui se passe dans des dimensions inférieures. Cet exercice ne m'a pas toujours convaincu.

Ainsi, dans le livre *Flatland*, cité dans le texte, quand on parle de figures à deux dimensions, on pense plutôt aux formes découpées dans du papier, ayant une troisième dimension infime, mais réelle. Un vrai monde bidimensionnel serait celui d'ombres, qui peuvent se chevaucher sans jamais se heurter pour produire des ondes qui se dissiperaient dans une troisième dimension.

Ensuite, le fil de coton avec son acarien, le cousin du tuyau avec une fourmi, gardera ses deux dimensions tant qu'on peut le discerner. Une figure à une dimension est le bord d'une surface sur un fond contrastant. Tant qu'il reste visible, le fil conserve ses deux côtés, qui ont leur propre collection de points, rapprochés mais distincts.

Ne définissons pas une ligne comme une collection infinie de points comme parfois on a l'habitude de le faire : les dimensions zéro d'un point ne donneront que zéro, même multipliés à l'infini.

Une meilleure manière de passer d'une dimension n à une dimension $n+1$ est de voir une ligne comme la trajectoire d'un point, une surface comme la trajectoire d'une ligne, un volume comme celle d'une surface...

Le temps, comme quatrième dimension donne la trajectoire des objets. En continuant sur cette voie vers des dimensions plus élevées, je ne vois pas bien comment arriver aux petites boucles à l'échelle de Planck, si séduisante que puisse être l'hypothèse des cordes, qui nécessite aussi un nombre élevé de dimensions, pour expliquer la double nature corpuscule-onde des particules élémentaires et des forces qui les font interagir.

A. VAN DER SLUIJS, La Bégude de Mazenc

Écrivez à *Pour la Science* vos réactions, vos commentaires et vos réflexions sur l'actualité scientifique et vos relations avec la science. L'adresse de *Pour la Science* sur Internet est : tribune@poullascience.fr. Découvrez d'autres contributions de lecteurs sur le site Web www.poullascience.com.



BLOC-NOTES

DIDIER NORDON

Les épris de prix prisés primés

Les frères Goncourt seraient moins fameux si Edmond n'avait instauré le prix Goncourt. Fields, dont le nom inspire tant de respect aux mathématiciens, doit cela non à ses travaux, mais à la médaille instituée par lui. Enfin, rares seraient les érudits qui connaîtraient le nom de l'inventeur de la dynamite si ledit inventeur n'était à l'origine de la plus convoitée de toutes les récompenses, le prix Nobel.

À côté de cela, des centaines de donateurs ont financé des prix censés, année après année, honorer un vivant talentueux tout en perpétuant la mémoire du donateur. Hélas, même bien dotés, la plupart de ces prix végètent et ne sont connus de personne, sinon des heureux lauréats et des académies qui les décernent.

Immortaliser son nom en créant un prix n'est donc pas facile. Les rares qui y parviennent méritent d'être, à leur tour, récompensés. J'institue donc un prix qui sera attribué, à titre posthume, une fois par siècle (car il faut du recul), à celui qui, pendant le siècle écoulé, aura le mieux su s'immortaliser grâce au prix qui porte son nom. Au titre du XX^e siècle, le prix Nordon est attribué à Nobel.

Néoloschisme

Inutile de connaître un mot pour le comprendre immédiatement lorsqu'on l'emploie devant vous. Inutile, même, qu'il existe.

Écoutant une conférence de Jean-Pierre Bourguignon, j'ai entendu ce dernier affirmer que la thèse de Riemann est un des textes les

plus «surlocutants» de l'histoire des mathématiques. L'étymologie de ce mot m'est apparue en même temps que je l'entendais pour la première fois : latin *loquor*, je parle, précédé d'un préfixe créant un superlatif. Expressif, bien formé, «surlocutant» sert à qualifier un propos extraordinairement dense et riche qui, poussant à son paroxysme l'efficacité de la parole, en dit bien plus qu'on n'en peut normalement dire et donne en peu de lettres de quoi méditer longuement. Le mot va sûrement se répandre.

Toutefois, poussant mon enquête, j'ai réalisé que j'avais mal compris. J.-P. Bourguignon, paraît-il, a dit que le texte de Riemann est «surlocutant». Ce mot, qui n'est pas non plus dans le dictionnaire, bénéficie, lui aussi, d'une étymologie évidente grâce à laquelle il se comprend d'emblée. La décence, hélas, interdit de préciser. Disons que le mot relève de l'argot potache, et tenons-nous, en là.

Où naissent les idées?

Dans le cerveau, certes, mais cette réponse est vague, et des techniques perfectionnées de localisation cérébrale sont mises à contribution pour déterminer quelles zones sont activées lors des périodes de créativité.

Seulement, quand sera résolue la question «Où naissent les idées?», une deuxième se posera : «Où est née l'idée de se demander où naissent les idées?» Et ce sera le début de la fin. Qui dit deux, dit l'infini. La récurrence s'est amorcée, rien ne pourra plus l'arrêter. La deuxième question réglée, une troisième viendra, inéluctable : «Où est née l'idée de se demander où naissent les idées?» Etc., jusqu'à l'infini.

Pour une fois, ce formalisme rigide ne se réduit pas à un pur jeu de l'esprit. À sa façon, il dit que, quels que soient les progrès de l'imagerie cérébrale, nous ne saurons jamais ni ce qui se produit dans un cerveau quand y jaillit une étincelle, ni pourquoi elle y jaillit.

Cette impossibilité de savoir d'où viennent les idées rend décevantes les réponses des chercheurs et artistes célèbres sur la genèse de leur inspiration. Au lieu de nous enseigner dans quel état nous devons mettre notre cerveau pour qu'il soit siège d'idées fulgurantes, ils répondent par des anecdotes à côté du sujet. «Je ne puis travailler sans musique de fond», ou «Je fais de grandes marches dans la nature en ne pensant qu'au problème qui me préoccupe», ou encore «J'ai été soudain frappé par la ressemblance



inattendue entre tel phénomène et tel autre»... Ces réponses sont frustrantes, parce qu'elles ne révèlent pas le secret grâce auquel, nous aussi, pourrions avoir des idées géniales. C'est que, ce secret, nul ne sait le percer. Pas même celui qui en a, des idées géniales.

La loi de toutou rien

L'enseignement étant trop dogmatique, de nombreuses personnes quittent l'école en ayant l'impression que les mathématiques procèdent par tout ou rien : vrai/faux, démontré/non démontré, rigoureux/non rigoureux. Du coup, lorsque ces gens entendent dire que telle conjecture fameuse – le théorème de Fermat jusqu'en 1995 ou l'hypothèse de Goldbach – n'est pas démontrée, ils en déduisent que rien n'est fait dans le domaine. Même ceux qui ont gardé du goût pour les mathématiques se dispensent de s'informer des nombreux résultats partiels. Lorsqu'ils font une remarque, ils croient donc être les premiers à la faire. Mieux encore : puisqu'elle donne un résultat, et qu'en mathématiques c'est tout ou rien, ils pensent qu'elle donne le résultat.

Ils proposent alors leur démonstration aux professionnels, soupçonnant ces derniers de manifester un esprit de corps étroit s'ils ne se précipitent pas, toutes affaires cessantes, vers leur démonstration comme vers une révélation. Vouloir se faire lire par les mathématiciens est légitime. Mais vouloir se faire lire d'eux sans avoir pris la peine de les lire au préalable ne l'est pas.





La pilule abortive aux États-Unis

ANDRÉ ULMANN

Le RU 486 est désormais disponible aux États-Unis, mais ses inventeurs n'en tireront aucun bénéfice.

L'administration sanitaire des États-Unis, la *Food and drug administration* (FDA) vient d'autoriser la commercialisation, aux États-Unis, du RU 486, une pilule abortive. Cette décision constitue, pour ceux qui, comme moi, ont contribué au développement de ce produit et à sa mise sur les marchés européens, une immense satisfaction, entachée, toutefois, d'un certain dépit.

Une immense satisfaction de voir enfin reconnue, sur le premier marché pharmaceutique mondial une invention très originale due à une équipe de chercheurs français dirigée, au sein de *Roussel Uclaf*, par Georges Teutsch et Daniel Philibert, et remarquablement conseillée par Étienne Émile Baulieu. La communauté scientifique internationale s'accorde pour considérer qu'il s'agit sans doute de la seule vraie découverte dans le domaine de la contraception depuis l'introduction de la pilule contraceptive. Le produit a tenu ses promesses notamment comme moyen médical d'interruption de grossesse. Quand une femme souhaite avorter, on peut l'administrer dès que le test de grossesse se révèle positif et jusqu'à environ cinq semaines de grossesse.

Contrairement à d'autres domaines, les États-Unis sont en retard sur l'Europe en matière de contraception et d'avortement, tant sur le plan médical que juridique. Le débat sur l'avortement y est récurrent et d'une extrême violence (des médecins ont été assassinés pour avoir pratiqué des avortements) du fait d'une minorité très active qui ne reflète pas l'opinion de la majorité de la population. L'arrivée du RU 486 devrait contribuer à combler ce retard et à assainir ce débat en permettant notamment aux gynécologues de pratiquer des interruptions de grossesse en toute sécurité tant pour leurs patientes que pour eux-mêmes.

De surcroît, l'homologation du produit a reposé exclusivement sur les études effectuées sous la direction de *Roussel Uclaf*, l'administration américaine n'ayant pas jugé nécessaire de demander des évaluations complémentaires. Les études

supplémentaires faites aux États-Unis n'ont fait que confirmer les résultats de *Roussel* quant à l'efficacité du produit et au fait qu'il est bien toléré.

Cette satisfaction se double d'une grande amertume devant la démission de *Roussel Uclaf*, poussé par sa maison mère, *Hoechst* : en 1993, suite à la demande de l'administration Clinton d'obtenir le produit aux États-Unis, le laboratoire a fait don, sans aucune contrepartie financière, des droits d'exploitation du RU 486 à un organisme à but non lucratif, le *Population Council*, donnant l'impression qu'il voulait s'en débarrasser. À son tour, celui-ci a vendu ses droits nouvellement acquis à une petite société américaine qui en a péniblement assuré le développement (il lui a fallu sept ans pour obtenir l'approbation de la FDA) et qui va maintenant le commercialiser.

Il est vrai que *Roussel Uclaf* avait déjà manqué le marché chinois du RU 486 en refusant d'en vendre en Chine, alors que l'autorisation de mise sur le marché y avait été accordée : une fois encore, *Hoechst* a refusé la paternité du produit. De même, en 1997, *Roussel Uclaf* a fait don du produit – ici encore sans aucune contrepartie financière – à l'un des ses anciens dirigeants afin de s'en déposséder définitivement. Ce dernier, Édouard Sakiz, a fondé la Société *Exelgyn*, qui fabrique et commercialise le RU 486, en France.

Amertume également de constater que *Roussel Uclaf* a, à son tour, disparu dans le tourbillon des fusions répétées, et, avec ce Laboratoire, un savoir-faire unique dans le monde en matière de synthèse des hormones stéroïdes, définitivement perdu pour la France. Si cette disparition programmée a récemment ému un certain nombre de dirigeants ou de syndicalistes, ceux-ci n'ont rien fait, alors qu'il était peut-être encore temps, pour empêcher que l'on ne brade l'expérience des chercheurs de *Roussel Uclaf* et que l'on n'abandonne les recherches sur le RU 486, en un mot que l'on ne ferme

les laboratoires de Romainville. Aujourd'hui, comme en témoigne la presse outre-Atlantique, ce produit est devenu américain : son origine européenne a été définitivement oubliée.

À tout cela s'ajoute une certaine inquiétude dans la mesure où la société américaine chargée de commercialiser le produit est peu expérimentée ; elle risque d'avoir des difficultés à faire face aux procès qui surviendront inévitablement, car ils restent la seule arme à la disposition des organisations anti-avortement. Inquiétude également de la part des femmes qui craignent de ne plus trouver facilement de médecins acceptant de leur prescrire la pilule qu'elles espèrent.

Toutefois, le RU 486 n'est pas la seule pilule abortive à laquelle les Américaines peuvent avoir recours. Depuis quelques années, on prescrit une association de deux molécules : le méthotrexate (une substance anticancéreuse) et le misoprostol (mis sur le marché pour lutter contre les ulcères), utilisés seuls ou en association.

Malgré tout, l'autorisation de commercialisation de cette pilule abortive aux États-Unis suscite un grand espoir : le RU 486 appartient à la famille des antiprogéstérone, mais l'étude des autres composants de la famille n'avait pas été possible en raison des blocages politiques constants qui avaient entravé le projet. L'homologation américaine légitime la classe des antiprogéstérone et il va désormais être possible de développer de nouveaux produits ayant éventuellement d'autres indications. Le RU 486 lui-même semble avoir des propriétés autres que celles pour lesquelles il est commercialisé : il serait efficace contre certaines tumeurs du cerveau et dans des maladies gynécologiques, tels les fibromes de l'utérus.

André ULMANN est le Directeur général du Laboratoire HRA Pharma.



La stratégie du penalty

IVAR EKELAND

Lors du tir des penaltys, le tireur et le gardien de but utilisent, consciemment ou inconsciemment, des tactiques «économiques». Celles-ci, pour être imprévisibles, sont fondées sur le hasard.

Le penalty est le jeu le plus simple qui soit. Le tireur doit frapper la balle sans faire de feinte, au terme d'une course rectiligne, et le gardien ne doit pas quitter sa ligne de but avant que la balle ait été frappée. Comme celle-ci va à plus de 150 km/h, elle met moins de 2/10 de seconde pour franchir les 11 mètres qui la séparent du but, et le gardien n'a pas le temps de réagir à la direction qu'elle prend. De son point de vue, le jeu consiste à deviner avant la frappe de quel côté la balle va partir et à s'élancer dans cette direction dès que le tireur touche la balle. S'il part du mauvais côté, le penalty est marqué, sauf si le tir sort du cadre ; s'il part du bon côté, il a une chance d'arrêter le tir.

Les enjeux sont importants : la dernière Coupe de France a été remportée sur penalty. Lors de la dernière Coupe d'Europe des Nations, c'est sur penalty que se sont décidées l'élimination des Pays-Bas face à l'Italie et la qualification de la France face au Portugal.

Aussi, lors d'un penalty, le tireur et le gardien font attention à ce qu'ils font. Ce sont des professionnels, c'est un des actes les plus importants de leur métier. Ils s'y entraînent plusieurs fois par semaine, et ils connaissent parfaitement bien les qualités et les défauts de leur adversaire, soit qu'ils l'aient déjà eu en face d'eux dans des circonstances semblables, soit qu'ils l'aient étudié avec leur entraîneur sur des enregistrements vidéo. Bref, le penalty est un jeu simple, joué par des professionnels pour des enjeux importants. Peut-on l'analyser du point de vue théorique ?

Il existe une théorie des jeux, capable de modéliser mathématiquement ce genre de situation. On lui fait le même reproche qu'à la théorie économique, c'est-à-dire de supposer que les joueurs sont de purs mathématiciens, infiniment calculateurs et parfaitement rationnels, bref de représenter un *homo œconomicus* qui serait une espèce distincte (et peut-être plus sympathique) que l'*homo sapiens* qui a envahi notre planète.

Jouons le jeu, regardons d'abord ce que font nos mathématiciens, et, après, nous les comparerons à Zidane et à Barthez.

Nos footballeurs idéaux ont des qualités personnelles : certains tirent mieux, ou arrêtent mieux, que les autres. Ils sont aussi dissymétriques : 85 % des tireurs sont droitiers et 15 % gauchers. D'ailleurs, plutôt que du côté droit ou du côté gauche, il vaut mieux mentionner le côté naturel du tireur, celui vers lequel il est le plus efficace. Le tireur a donc le choix entre son côté naturel (pour un droitier, le côté gauche), le côté opposé, et tout simplement le centre, sous la barre transversale. De même, le gardien a le choix entre le côté naturel du tireur (qu'il connaît), le côté opposé, ou rester sur place. Toutes les combinaisons de choix sont possibles et aboutissent à des probabilités de marquer différentes (qui sont propres au couple tireur/gardien considéré). Ainsi, si le tireur sait que le gardien va sauter à droite, il a toujours intérêt à tirer à gauche, même si le côté droit est son côté naturel ; en d'autres termes, l'avantage de la surprise est toujours plus important que la puissance du tir.

Que dit alors la théorie ? Elle dit que le jeu possède un équilibre en «stratégies mixtes». Traduit en bon français, cela signifie que le gardien et le tireur vont l'un et l'autre calculer des probabilités, p_n , p_o et p_c pour le gardien, q_n , q_o et q_c pour le tireur, et qu'ils vont tirer au sort, chacun de son côté, en arrivant sur le terrain : le gardien choisira le côté naturel du tireur avec la probabilité p_n , le côté opposé avec la probabilité p_o , et le centre avec la probabilité p_c . De même pour le tireur, en remplaçant les p par des q .

Il peut être étonnant, à première vue, que des personnages supposés infiniment intelligents et calculateurs s'en remettent au sort pour décider ce qu'ils vont faire, tel un vulgaire dieu qui jouerait aux dés, mais un instant de réflexion montre que c'est ce qu'ils ont de mieux à faire, car toute décision plus précise serait autodestructrice : si, par exemple, le tireur disposait d'un raisonnement ou d'un algorithme infallible qui lui dise qu'à coup sûr, compte tenu de tous les paramètres du problème, aujourd'hui c'est du côté naturel qu'il faut tirer, le gardien, par hypothèse tout aussi intelligent et cal-

culateur que le tireur, et en possession des mêmes informations, reproduirait ce raisonnement ou cet algorithme et sauterait de ce côté-là le moment venu, réduisant donc à néant l'efficacité de la prédiction.

Pour trancher cette circularité, il faut que, jusqu'au dernier moment, le tireur ne sache pas de quel côté il va shooter, ce que l'on exprime mathématiquement en disant qu'il tire au sort. En revanche, il peut parfaitement calculer les probabilités qui donneront en moyenne le meilleur résultat ; le gardien pourra reproduire son calcul, et donc connaître ces probabilités, mais cela ne lui permettra pas de décider de manière certaine du côté où la balle va partir aujourd'hui. Le calcul des probabilités a été fait par P. A. Chiappori, professeur d'économie à l'Université de Chicago, et S. Levitt, et ils ont montré que $p_c < q_c$ et $p_n > q_n$.

Ainsi, un tireur parfaitement rationnel choisira le centre plus souvent que le gardien, et un gardien parfaitement rationnel choisira le côté naturel plus souvent que le tireur. Remarquons que cette conclusion est vérifiable : il suffit de voir tous les penaltys tirés dans les championnats français (1997-1999) et italien (1997-2000) de première division, soit 459 penaltys tirés par 162 tireurs contre 88 gardiens. L'expérience confirme toutes les prédictions théoriques ! Pourquoi ? Aurait-on enfin localisé l'*homo œconomicus* dans les buts de l'équipe de France ? Barthez nous cacherait-il ses talents de mathématicien ?

Pas nécessairement. Il y a d'autres possibilités. La première, c'est qu'il est tombé dans la marmite quand il était petit, que les bonnes probabilités sont inscrites dans son code génétique, et que c'est justement pour cela que c'est un bon gardien. La deuxième, c'est qu'il ne calcule pas, mais qu'il est capable d'apprendre : c'est l'expérience qui lui a enseigné les bonnes probabilités, et qui fait que ce sont celles-là qu'il pratique. Bref, selon une formule que j'emprunte ici à mon ami J.M. Lasry, on fait une théorie pour des gens superintelligents, et elle marche très bien avec des gens ordinaires.