

changements, alors il faut s'attendre à ce que tout empire ; les utilisateurs d'ordinateurs risquent de rencontrer des ennuis de toutes sortes dus aux défaillances et aux caprices de leurs outils, «en progrès» accélérés, mais de moins en moins contrôlés.

Cependant l'hypothèse de la courbe superexponentielle n'est rien à côté de l'hypothèse de la courbe à asymptote verticale (la courbe hyperbolique de la figure 3), car celle-ci signifie que nous approchons d'un instant où le progrès deviendra infini, ce qui bien sûr est matériellement impossible et implique un changement radical avant l'instant s de la singularité. Ce changement radical a été théorisé par Vernor Vinge, du Département de mathématiques de l'Université de San Diego, en 1993. V. Vinge écrit : «Je défends l'idée que nous sommes tout proches d'un changement comparable à l'apparition de la vie humaine sur Terre. La cause précise de ce changement est la création imminente, par notre technologie, d'entités possédant une intelligence plus grande que celle des humains.»

D'autres textes prophétiques ont depuis lors repris l'idée de la singularité créée par l'explosion de la courbe du progrès informatique provoquant ou provoqué par (tout n'est pas très clair !) l'apparition d'intelligences supérieures à celle de l'homme. Bien sûr, rien n'est établi de manière définitive, et il s'agit de spéculations comme la science-fiction les aime depuis longtemps (V. Vinge est d'ailleurs auteur de livres de science-fiction). Certains arguments numériques sont cependant intéressants à examiner et pourront peut-être vous troubler.

L'argument le plus amusant est, sans aucun doute, la comparaison de la puissance de calcul d'un cerveau humain avec la puissance de calcul informatique calculée avec la loi de Moore simplement prolongée (sans même prendre en considération un éventuel raccourcissement de la période de doublement de performances).

CAPACITÉ DE CALCULS DES CERVEAUX

Plusieurs méthodes ont été utilisées pour mesurer la puissance de calcul d'un cerveau humain, et ont donné lieu à de nombreuses dissertations conduisant à une estimation qui oscille entre 10^{13} et 10^{19} instructions par seconde. Cette grande imprécision ne fait que refléter l'ignorance où nous sommes encore aujourd'hui quant au fonctionnement détaillé du cerveau humain et illustre la difficulté qu'il y a à comparer des puces électroniques et des neurones.

Du côté des machines, le plus puissant ordinateur du monde aujourd'hui, est un ordinateur IBM destiné à la simulation d'essais atomiques au *Lawrence Livermore Laboratory* en Californie, aux États-Unis. Il dispose d'une puissance d'environ 10^{13} instructions par seconde.

La plus puissante machine, avec ses 10^{13} instructions par seconde, en est donc précisément arrivée aux estimations basses de puissance du cerveau humain. Si le rythme du progrès se maintient, en 2015, l'ordinateur le plus puissant du monde atteindra 10^{16} instructions par seconde et, en 2030, 10^{19} instructions par seconde correspondant à l'estimation la plus haute proposée pour la puissance du cerveau humain qui serait ainsi, selon toute vraisemblance, largement dépassée à cette date. Quelques années de plus, et ce seront les ordinateurs personnels qui atteindront la puissance du cerveau, avant les téléphones portables quelques mois plus tard !

Ray Kurzweil de son côté évalue avec plus de précision (mais en prenant sans doute plus de risques) qu'un ordinateur de 1 000 \$ atteindra la puissance du cerveau humain en 2030 (et atteindra la puissance de tous les cerveaux humains réunis en 2060).

Tout semble assez cohérent, et c'est là une grande nouvelle : pour ce qui est de la puissance de calcul, l'espèce humaine est entrée dans l'ère où elle construit des machines égalant ses propres capacités. Aurons-nous pour autant des machines intelligentes ?

L'INTELLIGENCE N'EST-ELLE QUE DU CALCUL ?

Ce n'est pas sûr du tout. En effet il ne suffit pas d'avoir à sa disposition une grande puissance de calcul pour obtenir de l'intelligence... ce serait bien trop simple.

En voici la preuve. En connectant par le réseau internet les cent millions d'ordinateurs de bureau vendus en l'an 2000, nous disposons déjà d'une sorte de gros ordinateur d'une puissance de calcul de 10^{16} instructions par seconde (les ordinateurs de bureau vendus aujourd'hui ont une puissance dépassant 10^8 instructions par seconde, $5 \cdot 10^8$ même pour les plus récents). Parce que les échanges entre les diverses parties de cet «ordinateur à l'échelle de la Terre» sont trop lents et parce qu'aucun programme ne tente d'utiliser cette puissance pour produire de l'intelligence, ce mastodonte reste essentiellement idiot, bien qu'il dispose sans doute de la puissance d'un cerveau humain.

L'idée un peu trop simple qu'imiter l'intelligence n'est qu'une question matérielle et technique n'est pas nouvelle. En 1950, le célèbre mathématicien anglais Alan Turing prédisait qu'en l'an 2000, avec un ordinateur disposant d'une mémoire d'un milliard de chiffres binaires (pour lui semble-t-il, plus importante que la puissance de calcul et aujourd'hui largement dépassée), nous obtiendrions une machine imitant assez correctement le comportement humain. Cela n'est pas le cas : la «machine de Turing est encore assez bête». Plus proche de nous, Herbert Simon prévoyait, en 1965, qu'en 1985 les machines seraient capables de faire n'importe quel travail qu'un homme réalise. Là encore, la prédiction était trop optimiste.

Le débat sur l'intelligence artificielle, qui a déjà fait couler beaucoup d'encre, n'est donc pas clos. Il entre cependant dans une nouvelle phase. La charge de la preuve – qui était dans le camp des anti-IA, car à défaut de machines puissantes c'était à eux d'argumenter qu'on ne pourrait rien en faire – change de côté, et maintenant qu'une puissance comparable à celle du cerveau est disponible (ou sur le point de l'être), l'échec des tentatives pour rendre intelligentes nos machines prend une nouvelle signification. Les années qui viennent seront déterminantes.

Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille : delahaye@lil.fr

G. HERMAN, *Benchmarking the Benchmarks*, 1996 : <http://163.18.14.55/datapro/12006-1.htm>

(sur la difficulté de la mesure de la puissance de calcul des ordinateurs)

D. HUTCHESON et J. HUTCHESON, *Le futur de la micro-électronique, Pour la Science*, pp. 50-56, mars 1996.

R. KURZWEIL, *The Age of Spiritual Machines : When Computer Exceed Human Intelligence*, Penguin Book, New York 1999.

R. MERKLE, *Energy Limits to the Computational Power of the Human Brain* : <http://www.merkle.com/brainLimits.html>

H. MORAVEC, *Mind Children. The Futur of Robot and Human Intelligence*, Harvard University Press, Cambridge, 1988.

V. VINGE, *On the singularity. VISION-21 Symposium sponsored by NASA Lewis Research Center and the Ohio Aerospace Institute, March 30-31, 1993* : www.ugcs.caltech.edu/~phoenix/vinge/vinge-sing.html

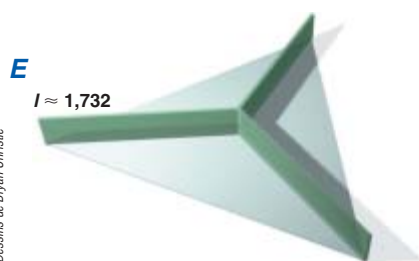
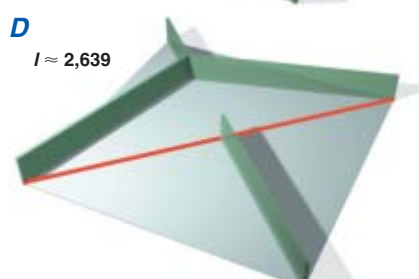
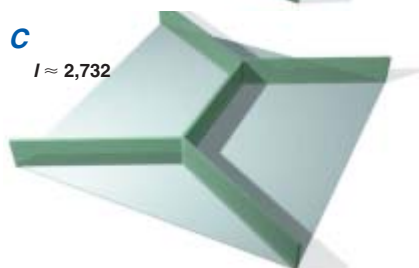
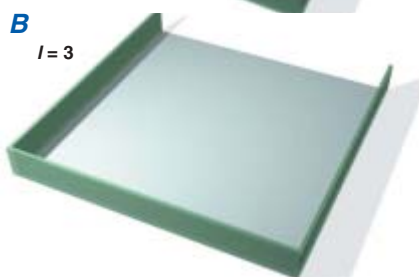
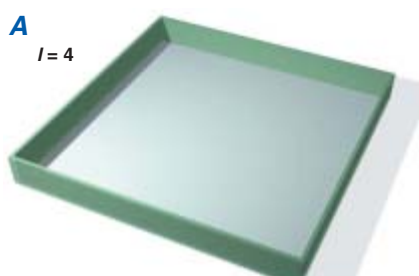
D. YANG, *On Moore's Law and Fishing. Gordon Moore speaks out, U.S. News 7-10-2000* : <http://www.usnews.com/usnews/transcripts/moore.htm>



Obstruction de polygones

IAN STEWART

Ou comment empêcher un rayon lumineux de traverser un terrain devient vite un problème mathématique ardu.



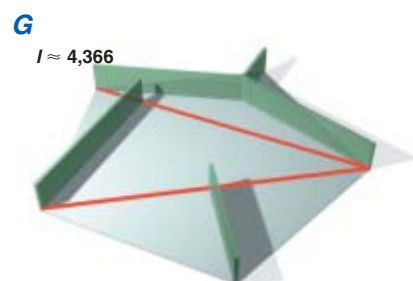
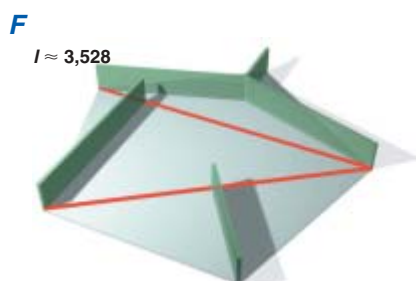
La géométrie combinatoire est un domaine des mathématiques qui fourmille de problèmes simples sans pourtant avoir de solutions connues. Elle consiste à trouver des arrangements de droites, de courbes ou d'autres formes géométriques qui obéissent à des contraintes données. Ce mois-ci, je me consacrerai à la question dite du Problème du carré opaque et à plusieurs variations du même problème. Bernd Kawohl, de l'Université de Cologne, en Allemagne, a attiré mon attention sur ce problème et l'un de ses articles m'a inspiré ces pages.

Supposez que vous travaillez au contre-espionnage de votre pays et vous savez que, dans quelques jours, deux espions situés de part et d'autre du terrain de l'ambassade de votre pays tenteront de communiquer par signaux lumineux. Supposons ce terrain carré, de un kilomètre de côté. Pour empêcher des secrets de passer à l'ennemi, vous décidez de construire une clôture opaque qui interceptera tout rayon lumineux qui traverserait le jardin de l'ambassade. De plus, les finances de votre service sont au plus bas, et vous souhaitez la clôture la plus courte possible. Quelle forme lui donner ? Elle peut être aussi compliquée que vous le voulez, formée de plusieurs parties rectilignes ou courbes.

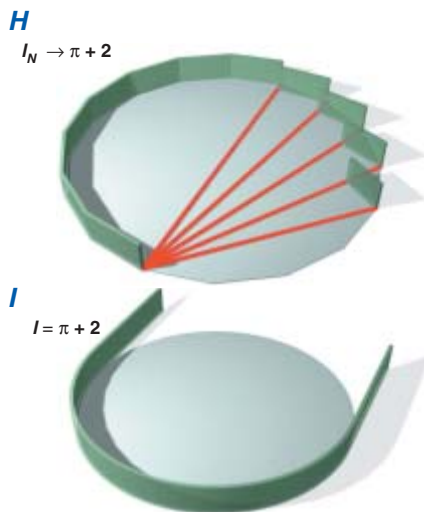
Votre première idée, la plus simple, est de clôturer le pourtour du carré, soit de construire une clôture de quatre kilomètres (voir la figure 1A). Puis, une courte réflexion vous inspire une amélioration : la suppression d'un des côtés du carré ; il reste alors une clôture en U (voir la figure 1B) de trois kilomètres de longueur. Il s'agit de la plus courte clôture qui suit une courbe simple, sans rupture et sans ramification, polygonale ou non. En effet, une telle clôture doit contenir les quatre sommets du carré.

Cependant, vous pouvez encore faire plus court avec des clôtures toujours d'un seul tenant, mais ramifiées. La figure 1C illustre une clôture de $(1 + \sqrt{3})$ kilomètres, soit environ 2,732 kilomètres. Tous les angles mesurent 120 degrés. De tels motifs sont nommés arbres de Steiner : les angles de 120 degrés en minimisent la longueur. C'est la courbe d'un seul tenant la plus courte possible.

Pouvez-vous faire mieux ? Oui, si vous acceptez des clôtures en plusieurs parties : la clôture la plus courte mesure environ 2,639 kilomètres (voir la figure 1D). Les trois segments de la partie supérieure forment trois angles à 120 degrés. Cependant, vous ne pourrez pas démontrer ce résultat au trésorier du service, car une telle démonstration reste à faire.



1. Les clôtures opaques d'une figure sont des barrières qui empêchent toute droite de traverser cette figure. Pour un carré, une clôture qui suit le périmètre (A) ou seulement trois des côtés (B) est opaque. Un arbre de Steiner (C) ou une clôture en deux parties (D) le sont aussi, mais sont plus courts. La clôture minimale pour un triangle équilatéral est aussi un arbre de Steiner (E). Les clôtures opaques que l'on pense être minimales pour un pentagone régulier (F) ou un hexagone (G) sont constituées de trois morceaux. Dans ces figures où l'on suppose les longueurs des côtés égales à un, toutes les longueurs (I) autres que celles qui correspondent à (A) et à (B) sont approximatives.



2. Un polygone régulier ayant un nombre pair et élevé de côtés a une clôture opaque constituée de plusieurs éléments (H). Quand le nombre N de côtés du polygone croît, la longueur I_N de cette clôture s'approche de celle de la clôture opaque minimale d'un cercle (I), soit un demi-cercle prolongé de deux rayons.

Plus encore, les mathématiciens ignorent s'il existe une clôture opaque encore plus courte. Peut-être est-il possible de raccourcir indéfiniment ces clôtures en les compliquant à volonté. On a prouvé l'existence d'une clôture minimale pour un nombre donné de constituants. On ignore encore si la longueur minimale d'une clôture continue à décroître lorsque le nombre de constituants tend vers l'infini. Ou encore, si une clôture qui a une infinité de composants peut être plus courte que toutes celles qui ont un nombre fini d'éléments. Tout cela semble peu vraisemblable, mais personne n'a encore prouvé que c'est impossible.

B. Kawohl a prouvé que la clôture illustrée sur la figure 1D est la plus courte de celles à deux éléments. Il a montré qu'un composant doit relier trois des sommets du carré et que l'autre doit contenir le quatrième. Le premier composant doit alors être l'arbre de Steiner le plus court joignant trois sommets. La plus petite région convexe qui contient ce morceau de clôture, c'est-à-dire la partie protégée du terrain, est un demi-carré limité par une diagonale. Le second élément doit être la plus courte courbe qui joint ce triangle au quatrième sommet, soit le segment de diagonale entre ce sommet et le centre du carré.

Vous avez convaincu votre supérieur et vos services sont requis pour d'autres ambassades. Comment faire pour d'autres formes de terrain ? Quand le terrain est un triangle équilatéral, la clôture opaque la plus courte est l'arbre de Steiner composé de trois segments qui relient chaque sommet au centre (voir la figure 1E). Pour un pentagone régulier, la clôture opaque la plus courte la plus souvent proposée a

trois éléments (voir la figure 1F). L'un d'eux est un arbre de Steiner qui relie trois sommets consécutifs du pentagone. Un autre est le plus court segment de droite qui relie le quatrième sommet à la région protégée par l'arbre de Steiner précédent. Enfin, le dernier élément est le plus court segment qui joint le cinquième sommet à la région protégée par les deux précédents. Personne n'a prouvé que cette clôture est optimale, mais on n'en connaît pas de plus courte.

CLÔTURES ET TRANCHÉES

Nouveau défi pour vos talents d'architecte : l'hexagone (voir la figure 1F). Puisque les angles d'un hexagone sont égaux à 120 degrés, l'arbre de Steiner est composé de trois côtés consécutifs qui relient quatre sommets consécutifs. Le deuxième composant est le plus court chemin du cinquième sommet à la région protégée par l'arbre de Steiner, et le troisième, le plus court chemin du dernier sommet à la région protégée par les autres éléments. De nouveau, on ignore si cette clôture est la plus courte.

Par analogie, vous pouvez clôturer tout polygone régulier convexe dont le nombre de côtés est pair (voir la figure 2H). Après la division du polygone en deux par un diamètre, le premier élément de la clôture est formé des côtés du polygone inscrit dans ce demi-cercle. Le deuxième élément est le plus court chemin qui joint le sommet suivant à la région protégée par le premier constituant, le troisième est le plus court chemin entre le sommet suivant et la région des deux précédents, et ainsi de suite...

Puisqu'un polygone régulier qui a un grand nombre de côtés est proche d'un cercle, quelle est la plus courte clôture opaque d'un terrain circulaire ? Pour simplifier, supposons que le rayon de ce terrain circulaire soit égal à un kilomètre. L'idée la plus simple est une clôture qui suit la circonférence du cercle, soit 2π (environ 6,283) kilomètres. Vous pouvez faire mieux en érigeant une partie de la

clôture à l'extérieur du terrain : une demi-circonférence prolongée à chaque extrémité par une partie de tangente égale au rayon (voir la figure 2I). La forme en U obtenue est bien une clôture opaque pour le cercle, et sa longueur est égale à $\pi + 2$ (environ 5,142) kilomètres.

On peut prouver que ce motif est bien de longueur minimale parmi les clôtures opaques d'un cercle qui sont des courbes simples (d'un seul tenant et sans ramification). Pour ce faire, énonçons le problème en termes de tranchées plutôt que de clôtures. Imaginons qu'un tuyau souterrain rectiligne passe à un kilomètre d'un point donné. Quelle est la tranchée la plus courte qui rencontrera à coup sûr le tuyau ? Nous savons que ce dernier rencontrera tangentiellement le cercle centré au point donné et d'un rayon de un kilomètre, et donc aussi toute clôture opaque de ce cercle. Dès lors, il suffit de tracer une tranchée qui a la forme d'une clôture opaque de ce cercle.

Dans cette version terrassière du problème, il est normal d'accepter que les tranchées sortent du terrain, mais les clôtures sont généralement érigées par un propriétaire sur sa propriété plutôt que chez le voisin. B. Kawohl montre que la clôture opaque minimale tout entière située à l'intérieur du cercle ne saurait mesurer plus de $(\pi + 2)$ kilomètres de longueur. Il obtient ce résultat en utilisant la clôture d'un polygone dont le nombre de sommets est pair et très grand (qui s'approche alors d'un cercle). Un calcul trigonométrique montre que la longueur de la clôture de la figure H tend vers $\pi + 2$ kilomètres lorsque le nombre de côtés tend vers l'infini.

Ces clôtures sont-elles vraiment minimales ? Peut-on en trouver de plus courtes ? Et que dire d'autres formes, tels des polygones irréguliers, convexes ou non, des ellipses, des demi-cercles ? Que se passe-t-il à trois dimensions, avec des murs opaques créés pour un cube ou pour une sphère ? La protection des secrets d'État est source de problèmes pour les mathématiciens des jeux.

Réactions

Plusieurs lecteurs ont critiqué un calcul exposé dans l'article *Un guide fractal du jeu de ticktacktoe* (voir *Pour la Science*, octobre 2000). J'indiquais que le nombre de parties possibles au morpion est 362 880. J'aurais dû préciser que ce calcul tient compte de l'hypothèse selon laquelle le jeu continue jusqu'à ce que toutes les cases de la grille soient remplies plutôt que de s'arrêter dès que l'un des joueurs gagne. Le nombre total de séquences qui remplissent toute la grille est $9 \times 8 \times 7 \times \dots \times 3 \times 2$ (noté 9!), soit bien 362 880.

Quel est le nombre de jeux réels ? John Stewart, de l'Université de Rockedge, indique que ce nombre est donné par :

$$9! - 24M - 6N - 2P - Q + (M + N + P + Q),$$

où M, N, P et Q sont les nombres de jeux terminés après le cinquième, sixième, septième et huitième mouvements. Leurs valeurs exactes restent à calculer. À vos calculatrices ! Selon J. Stewart, ce nombre serait 1440.



Un vide plus ou moins... vide

ROLAND LEHOUCQ • JEAN-MICHEL COURTY

Raréfiés, les gaz ont des comportements différents selon la taille de l'enceinte où ils sont confinés.

Une pression faible suffit-elle à définir le vide ? Pas pour un physicien, pour qui le vide se mesure en termes de collisions moléculaires. Pour créer le vide, on doit pomper le gaz contenu dans l'enceinte à vider afin que le nombre de molécules qu'elle contient diminue. Toutefois, en raison des mécanismes physiques qui s'installent quand les collisions moléculaires sont peu nombreuses, le pompage est d'autant plus difficile que le nombre de molécules présentes dans l'enceinte diminue. La pression cesse alors d'être un paramètre pertinent, et doit être remplacée par le « libre parcours moyen », c'est-à-dire par la distance moyenne parcourue par une molécule entre deux collisions. Tentons de comprendre comment s'opère ce basculement entre la notion de pression faible et celle de libre parcours moyen dans un gaz raréfié, en examinant de près comment... on fait le vide.

Pour le physicien ou pour l'ingénieur, cette expression signifie avant tout retirer les gaz de l'enceinte. Dans un liquide et encore plus dans un solide, les forces d'attraction sont assez grandes pour maintenir les atomes et les molécules à des distances du même ordre de grandeur que la taille des molécules ou des atomes eux-

mêmes. Il en va autrement dans les gaz, car l'agitation thermique l'emporte sur l'attraction : les molécules d'un gaz sont séparées par des distances bien supérieures à leur taille ; elles interagissent essentiellement lors de brèves collisions. Puisque ses molécules sont libres de se déplacer, un gaz tend à occuper spontanément tout le volume disponible.

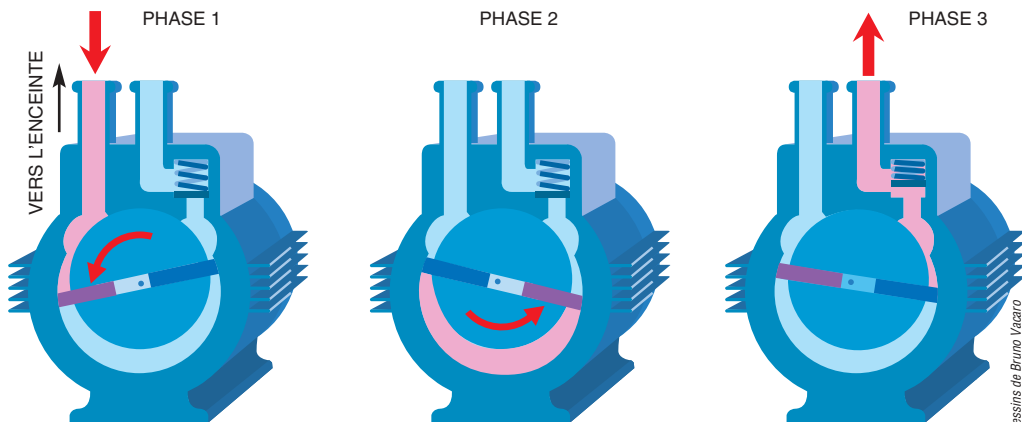
LA POMPE À PALETTES

Pratiquement, tous les systèmes à faire le vide exploitent cette propriété, notamment les pompes à palettes, l'un des systèmes les plus utilisés pour créer des vides industriels. La rotation de palettes solidaires d'un tambour permet d'abord au gaz de l'enceinte que l'on veut vider d'occuper un volume supérieur au volume de l'enceinte elle-même. Ce gaz (*en rose sur la figure*) est entraîné par le mouvements des palettes (phase 1), isolé de l'enceinte et de l'extérieur (phase 2), puis repoussé vers l'extérieur (phase 3). La rotation se poursuivant, l'enceinte est à nouveau isolée pendant que le volume aspiré est évacué. Avec les pompes à palettes, on atteint des pressions inférieures à un pascal, soit un dix millième de la pression atmosphérique. Pour aller au-delà, il faut

disposer d'autres dispositifs de pompage, qui prennent le relais une fois que la pompe à palettes n'est plus efficace.

Voyons pourquoi, dans la plupart des cas, la pression caractérise la qualité du vide. Cette grandeur macroscopique mesure la force exercée par le gaz sur les parois de l'enceinte. Elle résulte des chocs incessants des molécules sur les parois. Par conséquent, la pression d'un gaz est d'autant plus élevée que les chocs sont plus nombreux (la densité de molécules dans le gaz est élevée) ou que les chocs sont plus violents (l'agitation thermique est forte). Cette pression est proportionnelle au produit de la densité du gaz par sa température. Elle ne peut être faible que dans deux situations : quand le gaz est très froid ou quand l'enceinte contient peu de molécules. Le vide est souvent créé à température constante (celle du récipient), de sorte que la pression mesure directement le nombre de particules par unité de volume.

Il existe toutefois des situations où la pression cesse d'être le paramètre pertinent pour caractériser le vide. Les physiciens préfèrent alors s'intéresser au « libre parcours moyen » défini précédemment. Contrairement à la pression, le libre parcours moyen est une grandeur microscopique, applicable dans toutes les situations. Un raisonnement simple suffit à déterminer sa valeur à un facteur près. Lorsqu'une molécule se déplace, elle balaye au cours de son mouvement un cylindre dont la section est égale à celle de la molécule et la longueur est la distance parcourue. Elle subit autant de chocs qu'il y a de molécules dans ce volume. La longueur correspondant à un seul choc, c'est-à-dire au libre parcours moyen, est d'autant plus grande que le nombre de molécules rencontrées est faible et que la molécule est petite. Ainsi le libre parcours moyen est inversement proportionnel au produit du nombre de molécules par unité de volume par la valeur de la section géométrique d'une molécule. Celle-ci est en général de l'ordre de 0,5 nanomètre carré. À température ambiante (25 °C) et sous une pression



Une pompe à palettes est reliée à l'enceinte où l'on veut faire le vide. Les palettes, solidaires d'un tambour qui tourne, entraînent l'air (*en rose*) contenu dans l'enceinte (phase 1) ; elles isolent ce gaz soustrait à l'enceinte (phase 2), puis le mettent en communication avec le milieu extérieur (phase 3), où il s'échappe. Au fil des cycles, l'air est aspiré de l'enceinte où l'on fait le vide.