

DES MATHÉMATIQUES UNIVERSELLES

Il a également exploré plusieurs autres directions de recherche dans son entreprise généralisatrice. Il voulait démontrer, dans les espaces topologiques abstraits, des propriétés établies dans des espaces vectoriels particuliers (par exemple, des propriétés des opérateurs intégraux dans des espaces de fonctions intégrables).

Sa thèse contient aussi des notions fondamentales sur des propriétés spectrales de familles d'opérateurs linéaires. La théorie spectrale est une extension de l'étude du problème dit «des valeurs propres et des vecteurs propres» dans le cas des espaces vectoriels de dimensions infinies, tels que certains espaces de fonctions (par exemple, l'espace des fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ à valeurs complexes telles que l'intégrale du carré $|f|^2$ de leur module, donne un nombre fini ; ces fonctions jouent un rôle important, non seulement en mathématiques, mais aussi en physique et en chimie quantiques). Le problème des valeurs propres et des vecteurs propres est relatif aux applications linéaires opérant sur un espace vectoriel V . Si A désigne une application linéaire de cet espace, et s'il existe un vecteur non nul v et un nombre scalaire α tels que $A(v) = \alpha v$, v est dit vecteur propre et α est appelé valeur propre de A associé à v .

Examinons un exemple dans le plan : si P est la projection sur la droite OX parallèlement à OY , on peut voir que tout vecteur v parallèle à OX reste inchangé sous l'action de P ; autrement dit, on a $P(v) = v$; la valeur propre est 1, et comme vecteur propre associé on peut choisir n'importe quel vecteur dirigé selon OX . Mais si l'on considère un vecteur v parallèle à OY , on voit que $P(v) = 0 = 0 \cdot v$: la valeur propre est 0, et comme vecteur propre associé, on peut choisir n'importe quel vecteur de direction OY . Les nombres 0 et 1 sont les seules valeurs propres de cette projection P . L'ensemble des valeurs propres d'une application linéaire A s'appelle le spectre de A en dimensions finies et fait partie du spectre de A en dimensions infinies. L'intérêt d'étudier les vecteurs et les valeurs propres d'une application linéaire est de caractériser ses propriétés et de simplifier certains calculs.

Dans la dernière partie de sa thèse, Audin commence à explorer quelques directions de recherche qu'il pensait probablement approfondir par la suite. Il traite des équations linéaires par la méthode de Schmidt, qui consiste à décomposer des opérateurs linéaires à dimensions infinies en somme d'opé-

rateurs plus simples. Cette méthode, déjà utilisée dans le cadre hilbertien, soit dans les espaces vectoriels euclidiens à dimension infinie, commençait tout juste à être employée dans le cas d'espaces plus généraux, tels les espaces de Banach (des espaces où il n'y a pas de notion d'orthogonalité) et des espaces vectoriels topologiques. Audin entame l'étude des perturbations (des opérateurs que l'on introduit dans les équations linéaires et qui modifient légèrement ou qui «perturbent» les solutions) et leurs effets sur les propriétés topologiques de familles d'opérateurs linéaires. Il projetait sans doute aussi de démontrer certaines conjectures que le mathématicien polonais Stephan Banach, l'un des pères de l'analyse fonctionnelle, avait énoncé en 1932 dans sa *Théorie des opérateurs linéaires*, mentionné dans la bibliographie de sa thèse. Il semble avoir été influencé par les *Leçons d'analyse fonctionnelle*, des mathématiciens hongrois Francis Riesz et Bela Nagi. Dans sa thèse, il présente quelques applications à des espaces particuliers de fonctions de propriétés démontrées dans des espaces plus abstraits.

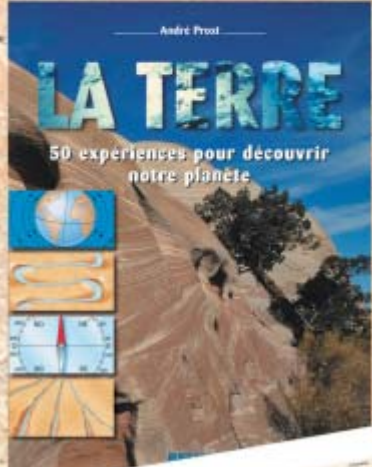
Au début de l'affaire Audin, comment la communauté mathématique a-t-elle réagi ? Une certaine presse, souvent clandestine et souvent saisie, contenait des informations sur la guerre d'Algérie et son cortège de tortures, de disparitions et de mensonges des militaires couverts par le gouvernement. De même, les articles de François Mauriac, à l'*Express*, de Pierre Henri Simon, au *Monde*, les livres de l'historien Pierre Vidal-Naquet, les témoignages de Henri Alleg, devenu journaliste à l'*Humanité*, et de militaires de carrière, tel le général Paris de la Bollardière, ou d'appelés portaient la situation à la connaissance du public. Cependant, la plupart des contemporains de Maurice Audin, les mathématiciens et les autres, ne voulaient pas savoir. La soutenance de la thèse d'Audin a eu un retentissement bien vite étouffé, mais pour maintenir son souvenir vivace, un prix Audin a été créé en 1959. Pendant la guerre d'Algérie, il a récompensé chaque année un jeune mathématicien.

Si l'on n'évoque pas périodiquement les événements douloureux du passé, la mémoire s'estompe. Pourquoi ne pas recréer un prix Audin qui distinguerait un jeune mathématicien de 25 ans, soit l'âge d'Audin lorsqu'il a disparu ?

Gérard TRONEL a fait sa carrière de mathématicien à l'Université Pierre et Marie Curie.

LA TERRE

50 expériences pour découvrir notre planète



Comment naissent les dunes ?
Comment une rivière creuse-t-elle une vallée ?
Comment se forment les grottes ?
Pourquoi les pierres éclatent-elles sous le froid ?
Ce livre propose une série d'expériences pour comprendre comment le vent, la pluie, la glace, les cours d'eau modelent le visage de la Terre.

ANDRÉ PROST est géologue, ancien enseignant à l'université d'Orléans et à Paris VI, et ingénieur au Bureau des Recherches Géologiques et Minières à Orléans.

Code 002401-100 F-128 pages

Voir bon de commande page 96

BELIN • POUR LA SCIENCE

Les narines des dinosaures

La découverte de la position des narines charnues des dinosaures renseigne sur leur physiologie.

La question semble futile. Où étaient placées les narines charnues des dinosaures ? Pourtant, la réponse est d'importance, car elle renseigne sur la façon dont ces animaux respiraient et maintenaient leur température interne. Localiser les narines charnues signifie les situer par rapport à l'ouverture des fosses nasales du crâne : les narines sont dites caudales, quand elles sont à l'arrière des fosses et rostrales, à l'avant. Chez les dinosaures, on a longtemps cru qu'elles étaient caudales. Or, Lawrence Witmer, de l'Université de l'Ohio, a montré qu'elles étaient rostrales.

Chez les êtres humains, la taille réduite des fosses nasales osseuses laissent peu d'ambiguïté sur la place des narines charnues. Cependant, chez les dinosaures, et particulièrement chez les sauropodes (des dinosaures à quatre pattes et à long cou), les hadrosaures (des animaux à bec de canard) et les cératopsidés (leur crâne est surmonté de cornes), les fosses nasales osseuses mesurent jusqu'à 60 centimètres, soit près de la moitié de la longueur du crâne. Il est alors difficile, en l'absence d'animaux vivants, de situer les narines charnues.

L'idée de sauropodes amphibies a longtemps prévalu (à la fin des années 1950, on a cependant montré que ce n'était pas le cas) et a influencé les paléontologues. Selon eux, ces animaux utilisaient leurs narines à la façon d'un tuba pour respirer : leurs narines devaient donc être le plus haut possible, en position caudale. Ce raisonnement a été étendu à tous les dinosaures, et la question n'a plus été abordée jusqu'à ce jour.



Science/Will Parsons sous la direction de L. Witmer

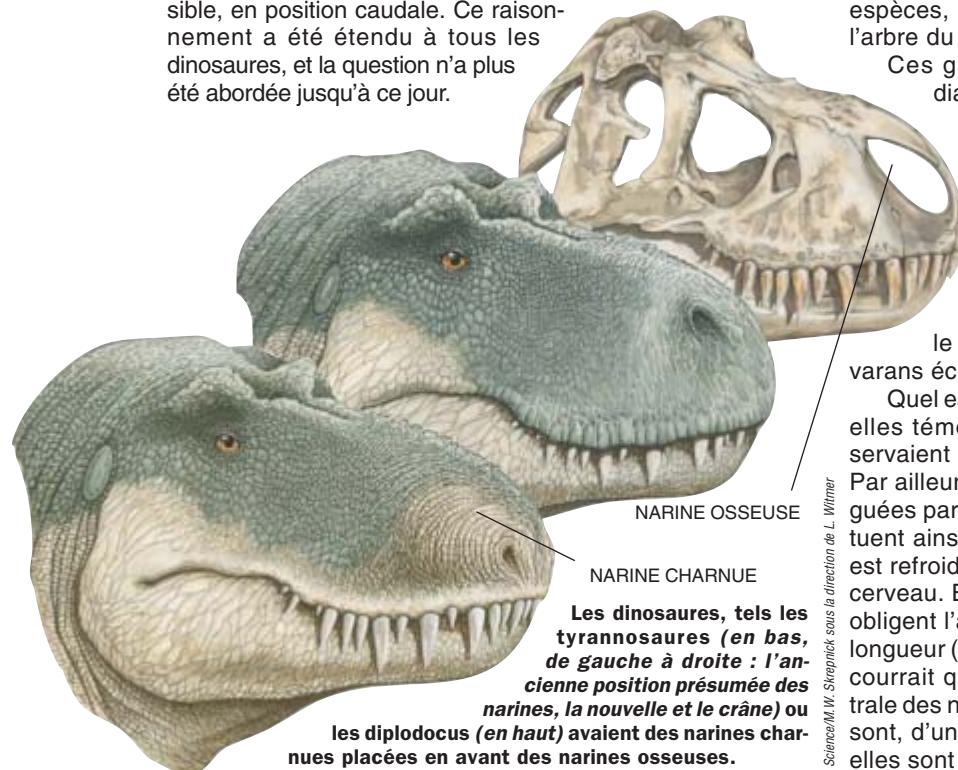
Par radiographie, L. Witmer a comparé la position des narines charnues à celle des narines osseuses chez des espèces, encore vivantes, voisines des dinosaures dans l'arbre du règne animal : des oiseaux et des crocodiliens.

Ces groupes d'animaux composent le groupe des diapsides, c'est-à-dire ceux qui ont deux paires de fosses temporales, en arrière de l'orbite oculaire.

Afin que les narines charnues soient visibles, il les a enduites au préalable de sulfate de baryum, qui est opaque aux rayons X. Chez tous les animaux observés, les narines charnues sont en position rostrale. De ces observations, on déduit que les narines rostrales étaient la norme chez les dinosaures. C'est aussi le cas des mammifères et des tortues. Seuls les varans échappent à cette règle.

Quel est l'avantage de telles narines ? Placées en avant, elles témoignent d'une cavité nasale volumineuse, qui servaient à réchauffer, à humidifier et à filtrer l'air inspiré. Par ailleurs, les parois charnues des narines sont très irriguées par de nombreux vaisseaux sanguins : elles constituent ainsi une région d'échanges thermiques où le sang est refroidi par contact avec l'air inspiré avant d'arriver au cerveau. Enfin, des narines charnues placées vers l'avant obligent l'air à traverser les cavités nasales sur toute leur longueur (avec des narines charnues caudales, l'air ne parcourrait que la partie supérieure). Enfin, la position rostrale des narines est plus adaptée à l'odorat, car les narines sont, d'une part, davantage exposées à l'air, d'autre part, elles sont proches de la bouche et des aliments ingérés.

Science/M. W. Steppich sous la direction de L. Witmer



NARINE OSSEUSE

NARINE CHARNUÉ

Les dinosaures, tels les tyrannosaures (en bas, de gauche à droite : l'ancienne position présumée des narines, la nouvelle et le crâne) ou les diplodocus (en haut) avaient des narines charnues placées en avant des narines osseuses.

Attention, l'ombre va avoir un accident!

Les enfants âgés de moins de huit ans prennent les ombres pour des entités à part entière.

Lucky Luke est plus rapide que son ombre : voilà qui ne doit pas étonner outre mesure les enfants âgés de moins de huit ans. Michèle Molina et François Jouen, de l'Université de Rouen et de l'École pratique des hautes études à Paris, viennent de réaliser une expérience qui montre que les enfants considèrent les ombres comme des objets solides et compacts, distincts des objets qui les créent.

De nombreux psychologues ont essayé de comprendre comment les enfants perçoivent et conçoivent les objets physiques. D'après les études réalisées par Elisabeth Spelke, de l'Université de Cornell, les enfants distinguent les objets dans l'environnement grâce à l'utilisation de trois principes fondamentaux : le principe de contact (l'action sur un objet n'est possible que s'il y a contact) ; celui de cohésion (la forme de l'objet ne varie pas quand il se déplace) ; et celui de continuité (les trajectoires sont continues). La contrainte de solidité des objets découle de ces trois principes. En revanche, rares sont les études sur les étranges traces sombres qui accompagnent les objets : les ombres.

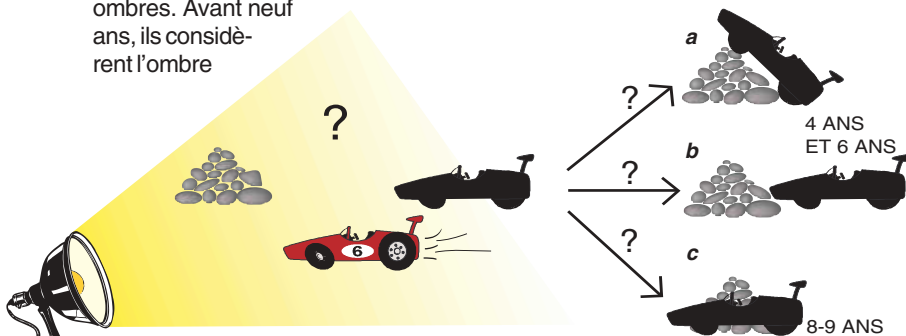
Le psychologue suisse Jean Piaget avait déjà défini plusieurs stades de conception des ombres chez les enfants. Au début, ils considèrent que l'ombre correspond à un objet isolé. Puis, à partir de l'âge de huit ans, ils établissent une relation entre l'ombre et une source lumineuse, mais ils croient toujours que les ombres continuent à exister la nuit. Vers l'âge de neuf ans seulement, les enfants comprennent le rôle de la lumière dans la production des ombres. Avant neuf ans, ils considèrent l'ombre

comme une entité, mais lui attribuent-ils les mêmes propriétés qu'aux objets ?

Pour répondre à cette question, M. Molina et F. Jouen ont réalisé une expérience auprès de 30 enfants, classés en trois groupes selon leur âge : quatre ans, six ans, et huit à neuf ans. Ils cherchaient à déterminer si les enfants appliquent aux ombres (comme aux objets) la contrainte de solidité, bien que les ombres violent les trois principes liés aux objets. Dans l'expérience, une voiture miniature se déplace sur un rail. Une lampe l'éclaire et projette son ombre sur un écran derrière la voiture. Un obstacle (un tas de galets) est placé sur la trajectoire de l'ombre. On demande aux enfants d'imaginer ce qu'il va se passer lorsque la voiture avance, et que son ombre arrive sur l'obstacle. Ils ont le choix entre trois possibilités, représentées par des dessins proposés selon un ordre aléatoire : l'ombre de la voiture grimpe sur les galets ; elle s'arrête devant ; ou elle passe à la surface des galets.

Les réponses des enfants âgés de quatre et six ans sont identiques. Selon neuf sur dix d'entre eux, l'ombre de la voiture va s'arrêter devant le tas de galets ou alors elle va le gravir, comme une vraie voiture. Au contraire, dans le groupe des enfants de huit à neuf ans, neuf sur dix donnent la bonne réponse, contraire à la contrainte de solidité des objets : l'ombre glisse sur les galets.

Dans une seconde expérience, l'ombre de la voiture rencontre non plus le tas de galets réel, mais une autre ombre. Pour les enfants âgés de moins de huit ans, l'ombre se comporte face à une autre objet. Seuls les plus âgés savent que les deux ombres se fondent. Ces deux expériences renforcent l'idée que les savoirs des enfants se « différencient » avec l'âge, que les enfants créent de nouvelles « catégories » à mesure de leur développement. Les psychologues vont maintenant étudier si les enfants attribuent des propriétés « humaines » aux ombres formées par des personnes.



Trois groupes d'enfants respectivement âgés de quatre ans, six ans et huit à neuf ans sont interrogés : comment se « comportera » l'ombre de la voiture rouge projetée sur un écran quand elle arrivera sur l'obstacle, le tas de pierres. Selon les enfants de quatre et six ans, l'ombre passe par-dessus l'obstacle (a) ou elle s'arrête devant (b) : pour les jeunes enfants, l'ombre est un « objet ». Les enfants plus âgés donnent la bonne réponse : l'ombre glisse sur l'obstacle (c).

BRÈVES

L'âge du capitaine

Quel âge a votre capitaine ? Le capitaine étant un gros poisson des eaux douces africaines, la sclérochronologie peut apporter la réponse. Cette technique consiste à compter les stries de croissance des pièces calcifiées des poissons, telles les otolithes. Le biologiste est aujourd'hui aidé dans cette tâche par un logiciel mis au point à l'Institut de recherche et de développement, l'IRD. Cet outil informatique fournit des images numériques sur lesquelles les stries de croissance sont représentées par des régions translucides alternant avec des zones opaques. La détermination de l'âge de certains poissons pourrait améliorer la gestion des ressources halieutiques.

Naine blanche et matière noire

Plus de 90 pour cent de la matière de l'Univers n'est pas détectable par la lumière qu'elle émet et ne se manifeste que par ses effets gravitationnels. On sait que, dans notre galaxie, une grande partie de cette matière est localisée dans le halo, une sphère de gaz et d'étoiles. Les astronomes pensaient qu'une partie de la matière noire s'y trouvait sous forme d'étoiles peu lumineuses, notamment des naines blanches, des restes très denses d'étoiles de type solaire. Toutefois, Céline Reylé, Annie Robin, de l'Observatoire de Besançon et Michel Crézé, de l'Université de Bretagne-Sud, viennent d'établir un modèle de notre galaxie, et ont montré qu'un grand nombre de naines blanches que l'on croyait localisées dans le halo appartiennent, en fait, au disque de la Voie lactée. Les naines blanches ne semblent pas constituer plus de un pour cent de la mystérieuse masse sombre du halo galactique. La question de l'origine de la masse noire reste ouverte.

Hibernatus avait des puces!

Le corps gelé de cet homme, surnommé l'Homme de Hauslabjoch, Ötzi ou Hibernatus, a été découvert dans les glaces des Alpes italiennes en 1991. Il vivait il y a 5 300 ans à la frontière entre l'Autriche et de l'Italie. Une équipe de paléontologues de l'Université d'Innsbruck l'ont rapidement décongelé, puis recongelé en 1999, pour prélever des échantillons de peau, d'ADN, ou encore de vêtements. Deux puces de la même espèce, parasite de l'homme, ont été retrouvées sur ces vêtements. L'analyse ne dit pas si elles étaient savantes.

