

laisse de côté une seule ligne (ou une seule colonne), les deux nombres n'ont pas de diviseur commun autre que un, ils sont premiers entre eux : une unique courbe suffit au motif entier. Ainsi, un motif de tissage nécessitera un nombre de courbes égal au plus grand commun diviseur du nombre de colonnes et du nombre de lignes.

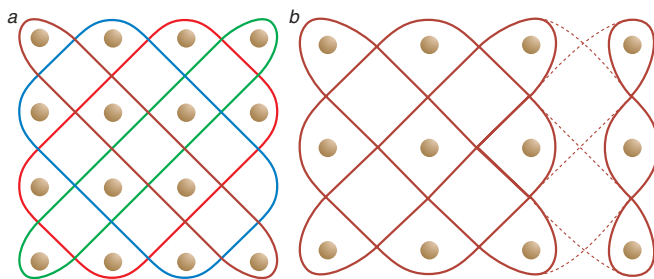
Le mathématicien a ensuite étudié les sons de la famille du ventre du lion (voir la figure 1). Ils correspondent au trajet d'un rayon lumineux dans une enceinte où l'on insère des miroirs horizontaux à deux faces réfléchissantes entre les points des colonnes de rang pair. Pour déterminer le nombre de courbes nécessaires à un tel motif, il analyse l'évolution des courbes à mesure qu'elles passent d'une colonne (dotée ou dépourvue de miroir) à la suivante (voir la figure 3).

On numérote les brins de courbes juste après les croisements, par exemple de un à six pour une grille à trois lignes et cinq colonnes. Le passage d'une colonne modifie l'ordre des brins : la permutation des brins après une colonne sans miroir est notée A, la permutation après une colonne avec des miroirs est notée B. L'ensemble des permutations subies par les brins jusqu'à l'avant-dernière colonne de la grille forme ainsi un «mot» composé de A et de B, tel BAB pour notre exemple.

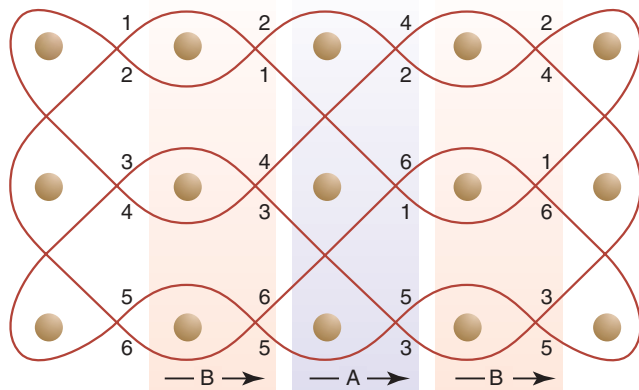
Ainsi, pour tout ventre du lion de m lignes et de n colonnes, on peut écrire un mot composé de B et de A en alternance puisque les miroirs sont placés une colonne sur deux. Ces mots se simplifient en reconnaissant, par exemple, que deux permutations de type B successives laissent l'ordre des brins inchangé. De la même façon, $2m$ permutations de type A consécutives s'annulent. Par ailleurs, on montre que $BA = A^{2m-1}B$. Au final, chaque mot simplifié obtenu est de la forme $A^j B^k$, où k est égal à 0 ou à 1 et où j est positif.

Le mot d'un motif de la famille du ventre du lion est $BABABA...$ ou $B(AB)^k$. En analysant les différentes valeurs de k , M. Schlatter a montré qu'un tel motif à m lignes et n colonnes nécessite une seule courbe quand $n-1$ est un multiple de quatre, sinon m courbes.

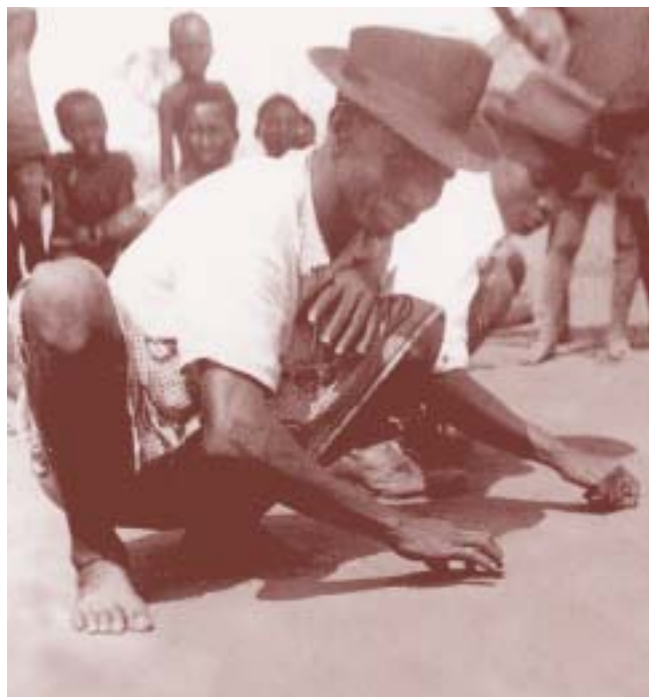
L'étude des sons du peuple Chokwe a dépassé le cadre ethnologique et a donné naissance à une nouvelle branche des mathématiques, la géométrie Lunda.



2. Un motif de tissage (le lusona le plus simple) dont la grille est carrée (a) requiert un nombre de courbes égal au nombre de points sur chaque côté, ici quatre. On détermine le nombre de courbes nécessaires pour une grille quelconque en décomposant celle-ci en carrés (b) : le nombre de courbes pour le motif complet est égal au nombre de courbes nécessaires pour la partie restante (une courbe pour une grille de trois lignes et de quatre colonnes) ou au nombre de courbes du dernier carré quand la grille n'est composée que de carrés.



3. On détermine le nombre de courbes d'un lusona de la famille du ventre du lion en étudiant les deux types de permutations (A et B) des brins des courbes (numérotés de un à six après le croisement des courbes de la première colonne) à mesure qu'ils passent les colonnes. La permutation A correspond au passage d'une colonne sans miroir, la permutation B à celui d'une colonne avec miroirs. L'analyse des combinaisons de permutations, ici BAB, montre qu'un motif requiert une seule courbe quand $n-1$ est un multiple de quatre, m courbes sinon.



© Africa Museum Tervuren, Belgique.



4. L'akwa kuta sona (à gauche), ou expert en sona, est le gardien de la tradition de son peuple, les Chokwe. Il raconte des histoires qu'il illustre par des dessins, les sona, tracés de son doigt dans le sable (à droite). Il trace au préalable une grille de points.

La nage des poissons

JEAN-MICHEL COURTY • ÉDOUARD KIERLIK

Les poissons nagent selon des modes comparables aux deux principales techniques de rame qui tirent parti soit de la traînée, soit de la portance.

Au XVIII^e siècle, les marins ne ramaient pas : ils «nageaient». Aujourd'hui le rameur assis le plus près de la poupe d'un «huit» est le «chef de nage» : il donne le rythme à suivre par les autres rameurs. L'expression est profonde de sens : du point de vue physique, les poissons emploient leurs nageoires soit comme un aviron, soit comme une godille. Tandis que la première méthode est idéale pour fuir, la seconde est insurpassable pour nager vite et loin.

Comment se propulse un poisson? Examinons les forces qui s'exercent sur un corps mobile dans un fluide. Une aile d'avion, assimilable à une nageoire, subit deux forces, la traînée et la portance. La traînée, de direction opposée à la vitesse, freine le mouvement de tout mobile dans un fluide. La portance est perpendiculaire à ce mouvement et, comme son nom l'indique, soutient en l'air les avions et les oiseaux. Toutes deux sont proportionnelles au carré de la vitesse de l'objet. La géométrie de l'objet ainsi que son orientation dans le fluide déterminent les coefficients de proportionnalité, nommés coefficients de traînée et de portance. Pour un objet effilé comme une aile d'avion, le coefficient de traînée est typiquement dix fois plus faible que le coefficient de portance. Lorsqu'ils se propulsent, les poissons exploitent soit la traînée, soit la portance, soit... les deux à la fois! Comment?

PROPULSION PAR LA TRAÎNÉE

Les poissons qui se propulsent grâce à la traînée s'appuient sur l'eau comme les rameurs. Quand il tire sur son aviron, le rameur qui tourne le dos à la proue déplace sa pelle (la partie immergée de la rame) de l'avant vers l'arrière du bateau ; la force de traînée qui s'exerce sur la pelle s'oppose à son mouvement. Dirigée vers l'avant, elle constitue la force propulsive du bateau. Pour l'accroître, un rameur s'efforce de présenter une

surface maximale à l'eau pendant qu'il tire sur sa pelle immergée. Il la ramène de l'arrière vers l'avant du bateau en la sortant de l'eau pour éviter de produire une force de traînée de sens contraire qui freinerait le bateau. La rascasse se propulse aussi en utilisant la force de traînée : elle avance en poussant sur ses nageoires latérales déployées, puis elle les couche pour les ramener vers l'avant en minimisant la traînée.

Cette «nage par traînée» a l'inconvénient de n'être efficace que si la vitesse de la nageoire est supérieure à la vitesse relative de l'eau par rapport au rameur : plus le poisson nage vite, moins ses nageoires le propulsent! Fixons-nous les idées en examinant le cas d'un jeu de nageoires de dix centimètres carrés. Pour démarrer, leur propriétaire les ramène vers l'arrière à une vitesse de un mètre par seconde : la loi donnant la traînée indique que ses nageoires induisent alors une force de un newton. Quand le poisson avance de 50 centimètres par seconde, la vitesse relative de ses nageoires par rapport à l'eau chute à 50 centimètres par seconde et la force propulsive qu'elles induisent (proportionnelle au carré de la vitesse) est alors quatre fois plus faible. Si le poisson avançait de un mètre par seconde, la force de propulsion deviendrait nulle.

Puisque la «nage de traînée» est d'autant plus efficace que la vitesse est faible, la plupart des poissons l'utilisent pour leurs manœuvres à faible vitesse ; en outre, elle leur sert aussi à s'enfuir à partir de l'immobilité. Au lieu de pratiquer «l'aviron de croisière», ils fouettent l'eau de leur nageoire caudale. Les truites en fuite, par exemple, se plient en forme de C, avant de se déplier en un éclair rejetant l'eau vers l'arrière. Elles atteignent des accélérations de plusieurs dizaines de mètres par seconde carré (l'accélération g de la pesanteur, vaut environ dix mètres par seconde carré) ; flèche multicolore, la truite arc-en-ciel se dépie en 80 millisecondes et obtient une accélération de 4 g . Les poissons n'ont pas l'apanage de ces départs foudroyants : les crevettes atteignent plus de 10 g lors de départs arrêtés!

PROPULSION PAR LA PORTANCE

Les poissons qui se propulsent grâce à la portance pratiquent une technique analogue à la godille. La portance est perpendiculaire au mouvement de la nageoire par rapport à l'eau. Pour que cette force soit dirigée vers l'avant, le poisson fait aller et venir sa nageoire caudale perpendiculairement à la direction de progression. Ce principe est celui de la godille, technique de propulsion des bateaux avec une seule rame : les matelots qui la maîtrisent enfoncent un aviron dans l'eau à l'arrière de l'embarcation. Ils effectuent un va-et-vient de la gauche vers la droite en changeant l'inclinaison à chaque passage. La pelle reste quasi parallèle à l'arrière du bateau, son bord d'attaque légèrement vers l'avant. La godille exige un bon «coup de poignet», car elle perd vite son efficacité quand la pelle n'est pas correctement placée par rapport à la marche du bateau.



Dessins de Bruno Vacaro

Tel un rameur, la rascasse se propulse en battant des nageoires latérales. Elle manœuvre ainsi avec aisance à faible vitesse.



Les thons et les requins sont d'excellents nageurs, à tel point qu'il leur arrive de traverser des océans. Pour nager vite et loin, ils «godillent», c'est-à-dire qu'ils tordent leurs nageoires caudales de façon à augmenter la portance (la force hydrodynamique motrice) qui s'y applique.

La godille a de multiples avantages sur l'aviron : la continuité de son mouvement lui confère une grande souplesse ; en outre, elle est mieux adaptée au déplacement de lourdes charges. Pour nous en convaincre, supposons qu'un marinier essaye successivement de déplacer une barge, en appuyant sur le fond avec une perche, en ramant ou en godillant. Dans le premier cas, la perche s'appuie sur le fond sans glisser : tout le travail du marinier est alors utilisé pour propulser l'esquif, mais la profondeur ne peut être trop grande. Lorsqu'il rame, la traînée de la pelle est la force propulsive. Comme la pelle se déplace par rapport à l'eau (elle «glisse»), une puissance non négligeable est dissipée inutilement (frottements, tourbillons). Quand le matelot godille, la force propulsive n'est pas la traînée, mais la portance, approximativement perpendiculaire au mouvement de la rame ; elle travaille peu à ralentir la godille puisque le travail d'une force perpendiculaire au mouvement est nul. Seule source de perte d'énergie, la traînée sur la godille est environ dix fois plus faible que la portance qui s'y applique. Ainsi, à force propulsive et vitesse de rame égales, le marinier dissipe dix fois moins d'énergie dans l'eau quand il godille que quand il rame.

LA GODILLE EST PLUS EFFICACE

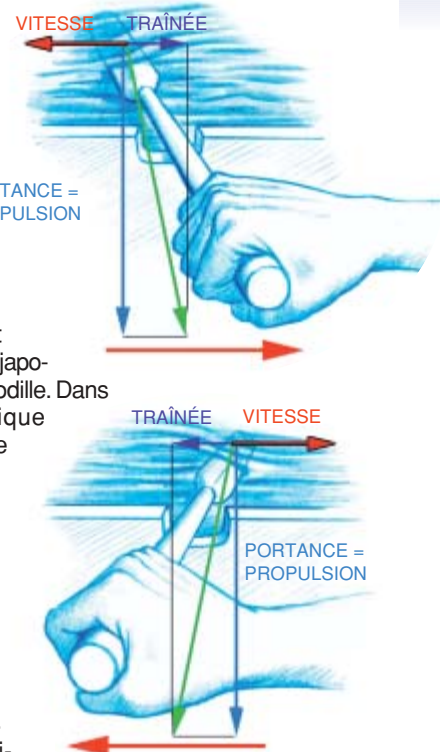
De plus, contrairement à la rame, la godille augmente en efficacité avec la vitesse. Prenons l'exemple d'une godille de dix centimètres de large et de un mètre de long (partie immergée). Déplacée de un mètre par seconde, le bateau étant à l'arrêt, elle engendre une force propulsive d'environ 40 newtons (4 kilogrammes-forces). Si le matelot continue son mouvement à l'identique quand le bateau est lancé à un mètre par seconde, la vitesse relative de la rame par rapport à l'eau est d'environ 1,4 mètre par seconde (la longueur de l'hypoténuse du triangle isocèle rectangle formé par les deux vitesses de un mètre par seconde) et orientée à 45° par rapport à la direction du bateau. Comme la portance est proportionnelle au carré de la vitesse de la rame par rapport à l'eau, elle est donc deux fois plus importante que précédemment.



La godille est une technique pour propulser une embarcation avec une seule rame dont l'extrémité trace dans l'eau des zigzag.

Bien que cette force ne soit plus dirigée vers l'avant, sa composante dans le sens du mouvement reste supérieure de 40 pour cent à la force obtenue lorsque le bateau est au repos.

Ces avantages expliquent pourquoi les mariniers chinois et japonais employaient beaucoup la godille. Dans ces deux pays, elle se pratique avec une rame spéciale nommée *yuloh* en chinois et *ro* en japonais. Longue et légèrement recourbée, cette rame est placée presque à l'horizontale sur le plat-bord de la poupe. Une corde la maintient à son extrémité, de sorte que le rameur, n'ayant pas à maintenir son *yuloh*, se concentre sur les efforts à fournir pour lui imprimer un va-et-vient. Il modifie aussi l'orientation de la rame avant chaque retour. Un marinier chinois habile déplace un sampan de six mètres de long à cinq kilomètres par heure!



Mouvement aller-retour de la godille et forces mises en jeu.

LES POISSONS HAUTURIERS GODILLEN

Les meilleurs nageurs des mers emploient aussi la godille. Poissons et cétacés possèdent un corps massif emmanché d'une mince queue terminée par une large nageoire. Verticale chez les requins et les thons, la nageoire caudale est horizontale chez les dauphins et les baleines. En forme d'aile, sa dimension perpendiculaire au corps est supérieure à sa profondeur et sa surface effilée maximise la portance. Elle est aussi très souple, ce qui permet aux poissons, comme aux cétacés, de la tordre fortement pour optimiser la portance qu'elle engendre. Ce mode de propulsion est si efficace que certains thons atteignent et maintiennent des vitesses supérieures à 80 kilomètres par heure. Quant aux requins, nombre d'entre eux vivent de thon...

M. SFAKIOTAKIS, D. M. LANE et J.C. DAVIES, *Review of fish swimming modes for aquatic locomotion*, IEEE journal of oceanic engineering, vol. 24, p. 237, 1999.

S.F. MANNING, *How to scull a boat*. Wooden Boat, 1991.

