

La forme d'une goutte qui ruisselle

Quand une goutte glisse assez vite sur une surface inclinée, un coin se développe sur sa frontière arrière, puis la queue se fractionne en perles.

Le ruissellement de gouttes en mouillage partiel est un phénomène étonnant. Le mouillage partiel se produit lorsqu'un liquide présente peu d'affinités pour un solide. Une goutte de pluie qui ruisselle sur une vitre révèle plusieurs comportements : certaines gouttes, immobiles, semblent « accrochées » au verre ; d'autres glissent, s'étirent, et finissent parfois par se fractionner en gouttelettes. Récemment, nous avons réalisé une étude expérimentale du ruissellement de gouttes sur un plan incliné. Nous avons montré que la complexité apparente du phénomène se développe à partir d'une forme très simple : les gouttes forment un front arrière en « coin ».

En apparence un peu académique, cette étude est en réalité d'une grande importance pour la compréhension de la dynamique du mouillage, c'est-à-dire des déplacements de la ligne de contact qui sépare une surface recouverte de liquide de celle qui ne l'est pas. Cette question est essentielle dans de nombreuses applications industrielles comme l'impression à jet d'encre, le traitement de l'eau, le ruissellement dans les échangeurs de chaleur, le dépôt d'un revêtement sur un substrat, par exemple.

Formées d'huile de silicone (des molécules constituées de chaînes de silicium et d'oxygène, Si-O), les gouttes que nous étudions glissent sur des surfaces de verre revêtues de vernis fluorés. On obtient ainsi des conditions très propres de mouillage partiel, stables et reproductibles, comparables à celles qu'assure le revêtement en téflon d'une poêle anti-adhésive. En faisant varier l'inclinaison de la plaque et la taille des gouttes, nous avons mis en évidence les différents régimes d'écoulement possibles. À faible vitesse, les gouttes ont une forme arrondie. Au-delà d'un certain seuil de vitesse, la « ligne de contact » entourant leur base devient anguleuse et forme un coin. Ceci signifie que la surface libre du liquide prend, à cet endroit, une forme conique. À mesure qu'augmente la vitesse, ce cône s'allonge jusqu'à former une queue liquide « perlante », qui finit par se fractionner en gouttelettes, sur le chemin de la goutte.

Les vitesses de transition entre ces différents régimes d'écoulement dépendent des propriétés physiques du liquide et de la surface (viscosité, tension de surface), mais pas des paramètres géométriques, la taille de la goutte, par exemple. Ainsi, c'est la nature de l'écoulement à l'arrière d'une goutte qui détermine sa façon de ruisseler. Pourquoi l'arrière de la goutte a-t-il une forme conique ? L'élasticité de l'interface liquide-air, caractérisée par un paramètre nommé tension de surface, tend naturellement à réduire la surface libre du liquide, donc sa courbure, de sorte que les pointes semblent, *a priori*, exclues. En d'autres termes, « la tension de surface arrondit les angles ». Quelles forces contrecarrent les effets de la tension de surface au voisinage de la pointe ?

Nous avons montré qu'il s'agit surtout des forces de friction visqueuse, à l'interface liquide-solide à l'arrière de la goutte. Généralement, un écoulement de liquide visqueux sur un plan incliné est soumis à la force de gravitation (qui entraîne le liquide vers le bas), aux frottements visqueux (qui le freinent) et à la tension de surface (qui influe sur la forme de la surface libre). Au voisinage de la pointe, l'effet de la gravité peut être négligé tant l'épaisseur de liquide, donc son poids, y est faible. Faisant l'hypothèse d'un équilibre entre les forces visqueuses et les forces de tension de surface, nous avons montré, avec Howard Stone, de l'Université de Harvard, que l'équation de Stokes qui gouverne les écoulements de fluides visqueux admet des solutions coniques, telles que celles que l'on observe dans l'expérience.

Sur le plan expérimental, nous avons aussi montré que l'angle d'ouverture du

coin s'ajuste pour que la vitesse apparente de la ligne de contact (vitesse de retrait du liquide mesurée perpendiculairement à la ligne) reste un peu au-dessous de la vitesse limite qui conduirait au dépôt d'un film de liquide sur le solide derrière la goutte. Le processus de formation du coin s'enclenche dès que la vitesse de la goutte atteint cette vitesse limite, de façon à minimiser l'augmentation de surface libre de liquide qui résulterait du dépôt d'un film. À partir d'une certaine taille de la queue, cet équilibre est rompu, et les gouttes ruisselantes finissent par semer des perles sur leur chemin.

Thomas PODGORSKI, Jean-Marc FLESSELLES,
Adrian DAERR et Laurent LIMAT,
Laboratoire PMMH, ESPCI (CNRS UMR 7636)



Une goutte d'huile glissant sur un plan incliné prend différentes formes (ovale, en coin, perlante...) suivant sa vitesse, qui augmente ici de (a) à (h). Le mouvement a lieu du haut vers le bas de la figure. L'illusion de relief, obtenue avec une huile et une plaque transparente, est donnée en éclairant la goutte par le dessous avec un fond lumineux non-uniforme.



R. et S. Michaud/Rapho

Ibn Sahl, inventeur de la loi de la réfraction

BRAHIM GUIZAL • JOHN DUDLEY

Un manuscrit révèle que, dès le X^e siècle, un mathématicien arabe, Ibn Sahl, avait découvert la «loi de Descartes».

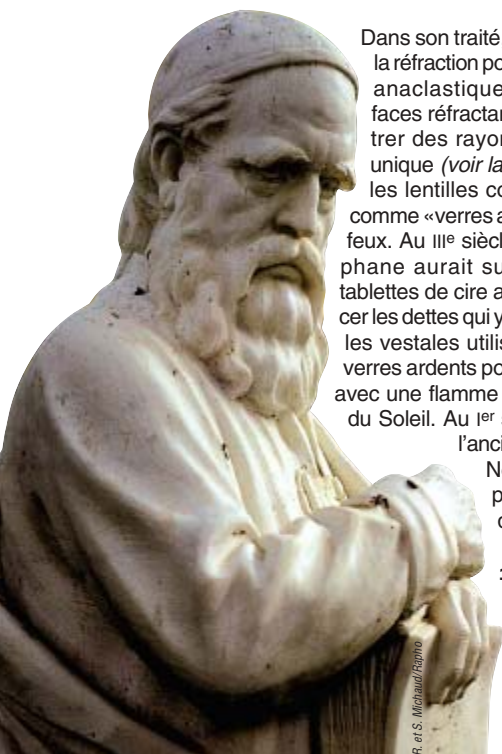
En France, la loi de la réfraction est connue sous le nom de «loi de Descartes», car elle figure dans le *Discours de la méthode*, publié en 1637. Dans les pays anglo-saxons, c'est la «loi de Snell», du nom du physicien allemand qui l'a énoncée en 1621. À qui doit-on attribuer la paternité de la «loi des sinus», $\sin i = n \sin r$? Les Occidentaux se sont longtemps persuadés qu'entre «Miracle grec» et Renaissance, l'obscurantisme le plus total avait régné. On reconnaît aujourd'hui que les savants du monde arabe avaient non seulement traduit des ouvrages grecs et indiens, mais aussi pratiqué la science expérimentale et défriché des domaines scientifiques qui ne sont constitués que bien plus tard en Europe. La découverte par Roshdi Rashed d'un nouveau manuscrit arabe du X^e siècle (voir la figure 2), contenant la loi de la réfraction, s'inscrit dans l'histoire de ce flamboiement culturel méconnu, qui, de Bagdad à Cordoue, a fait progresser les sciences.

LES VERRES ARDENTS

Dans son traité, Descartes utilise la loi de la réfraction pour déterminer la forme des anaclostiques, c'est-à-dire des surfaces réfractantes capables de concentrer des rayons incidents en un point unique (voir la figure 3). Dès l'Antiquité, les lentilles convexes étaient utilisées comme «verres ardents», pour allumer des feux. Au III^e siècle avant notre ère, Aristophane aurait suggéré de chauffer des tablettes de cire avec une lentille pour effacer les dettes qui y étaient inscrites. À Rome, les vestales utilisaient régulièrement des verres ardents pour rallumer leur feu sacré, avec une flamme «pure» issue des rayons du Soleil. Au I^{er} siècle de notre ère, Pline l'ancien raconte que l'empereur Néron appréciait les lentilles, parce qu'elles produisaient du feu et corrigeaient la vue.

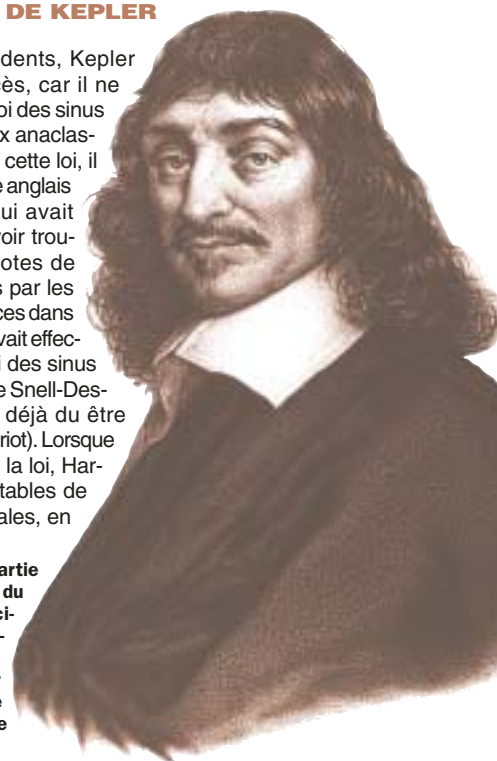
LES FOYERS DE KEPLER

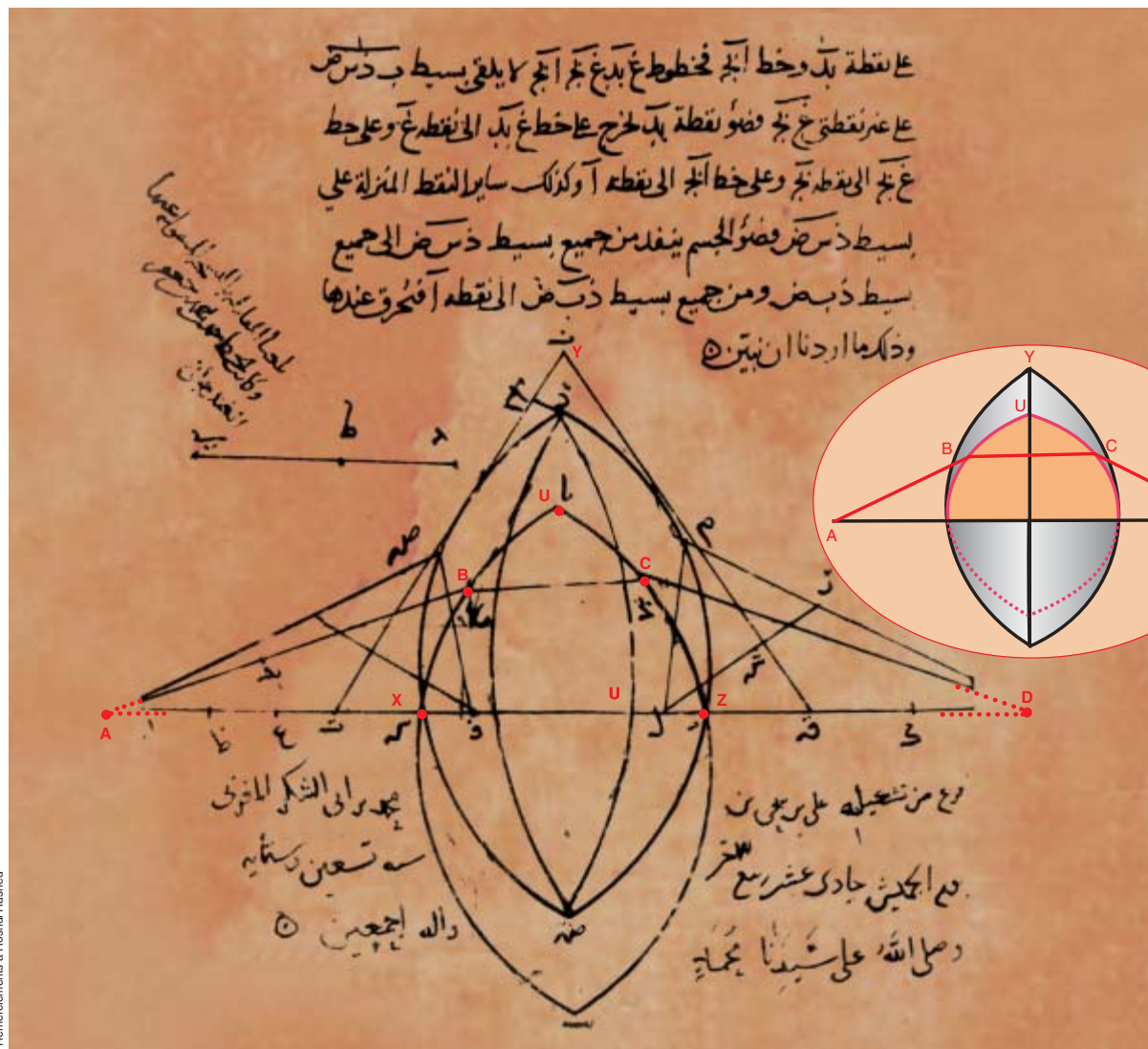
Avec les verres ardents, Kepler eut moins de succès, car il ne disposait pas de la loi des sinus qui l'aurait mené aux anaclostiques. Pour obtenir cette loi, il contacta l'astronome anglais Thomas Harriot, qui avait laissé entendre l'avoir trouvée. D'après les notes de ce dernier, étudiées par les historiens des sciences dans les années 1950, il avait effectivement établi la loi des sinus depuis 1602 (la loi de Snell-Descartes aurait donc déjà du être renommée loi de Harriot). Lorsque Kepler lui demanda la loi, Harriot lui envoya des tables de valeurs expérimentales, en



R. et S. Michaud/Rapho

1. Ibn Al-Haytam (à gauche), qui vécut la majeure partie de sa vie au Caire, au X^e et XI^e siècle, est l'auteur du traité d'optique qui inspira les scientifiques occidentaux pendant le Moyen Âge, jusqu'à la Renaissance et les travaux de Harriot, Kepler, Snell et Descartes (à droite). Ibn Al-Haytam distingue pour la première fois l'optique géométrique de l'optique physiologique, à laquelle le manuscrit du XIV^e siècle reproduit à côté du titre est consacré.





2. Extrait de *Sur les instruments ardents*, d'Ibn Sahl, écrit vers 984. Après avoir énoncé la loi des sinus et avoir étudié la réfraction à travers une surface hyperbolique, Ibn Sahl considère une lentille biconvexe limitée par deux hyperboles. La figure décrit le trajet des rayons lumineux à travers la lentille. Le texte qui l'accompagne démontre qu'un rayon émanant du point A (et tombant en B sur la demi-lentille XYZ) subit une première réfraction qui le

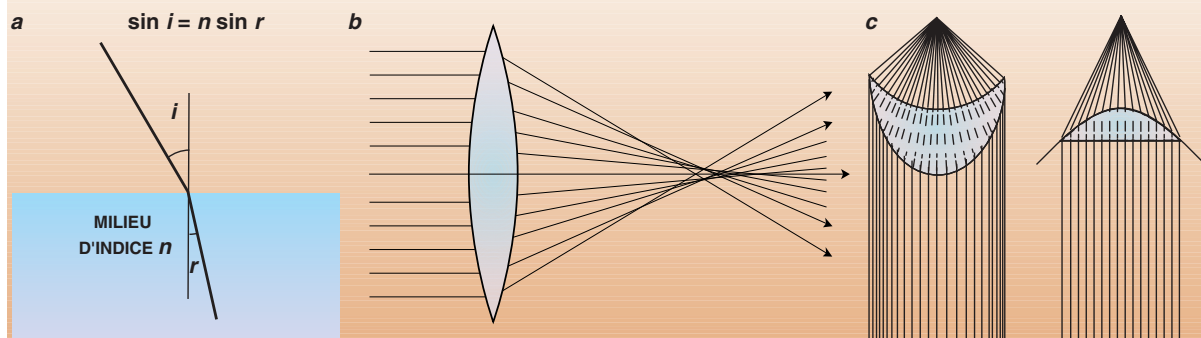
se plaignant que son état de santé l'empêchait de la formuler explicitement sous une forme qui puisse être publiée. Peut-être ne voulait-il pas risquer de s'attirer les foudres du clergé, suspicieux à l'égard des travaux scientifiques. À mesure que la santé de Harriot déclina, la patience de Kepler s'épuisa et ce dernier entreprit d'établir seul la loi de la réfraction. Il observa que lorsque les rayons sont à peu près parallèles à l'axe de la lentille (ces rayons sont dits paraxiaux), l'angle de réfraction est proportionnel à l'angle d'incidence. De plus, il remarqua que le facteur de proportionnalité dépendait des milieux que le rayon traversait. Il appliqua cette approche aux lentilles, puis aux instruments astronomiques. Cependant, cette approximation ne l'amena pas à déterminer les formes des anaclastiques, que les scientifiques cherchaient depuis si longtemps.

Outre sa correspondance avec Harriot, Kepler utilisa une autre source d'informations. Dans les années 1600, il avait écrit un traité d'optique astronomique, dans le prolongement de

celui d'un savant polonais nommé Witello. Ce volume était paru en 1270 et contenait aussi l'*Opticae Thesaurus*, un manuel d'optique arabe traduit en latin (mais on ignore par qui). Ce dernier était le *Kitâb al-manâzîr*, écrit au XI^e siècle par le savant arabe Abu ali al-Hasan Ibn al-Haytham, que l'Europe médiévale appelait par la forme latine de son prénom, Alhazen. Ainsi, l'influence d'Ibn al-Haytham en Europe datait déjà de plusieurs siècles : du Moyen Âge à la Renaissance, pratiquement tous les traités d'optique se fondaient sur ses travaux.

L'ÉCOLE ARABE

Contrairement à une idée assez répandue en Occident, les scientifiques arabes n'étaient pas de simples bibliothécaires qui ne faisaient que perpétuer le savoir grec, ils ont largement étendu les connaissances de leurs prédécesseurs antiques dans de nombreuses disciplines. Après une période de traductions



3. Au X^e siècle, Ibn Sahl formula la loi de la réfraction (la déviation d'un rayon lumineux qui passe d'un milieu transparent dans un autre) telle que nous la connaissons aujourd'hui (a). Avec cette loi, il détermina la forme des anacastiques, c'est-à-dire les surfaces des lentilles qui concen-

massives des principaux auteurs grecs (Euclide, Héron, Ptolémée, Théon... pour l'optique), qui commence sous la dynastie des Omeyyades, au VII^e siècle, les Arabes s'attachent à rectifier les erreurs contenues dans les œuvres grecques.

Sous le règne des Abbassides, à partir de 750, les califes s'enrichissent grâce au commerce à grande échelle : l'empire est alors au maximum de son expansion géographique, il contrôle les routes terrestres et maritimes vers l'Asie. Émerge alors une classe d'intellectuels qui vivent dans les grandes cités du monde arabe, où se constituent des bibliothèques, comme Damas, Bagdad (la nouvelle capitale) ou encore Le Caire. Les califes abbassides pratiquent une politique de mécénat scientifique systématique, permettant de grandes avancées. En optique, l'œuvre la plus monumentale est celle d'Ibn al-Haytham, mais si importante soit-elle, elle ne surgit pas du néant : ce savant est l'héritier d'une longue tradition de penseurs créatifs. Notamment, il eut trois principaux prédécesseurs dans le monde arabe. Lecteurs critiques de l'héritage grec, ils reprennent les textes qu'ils étaient systématiquement par des expériences.

Le premier, Al-Kindi est irakien et passe la majeure partie de sa vie à Bagdad, où il meurt en 866. Philosophe et savant, il est l'auteur de neuf traités d'optique. Dans l'une de ces expériences, il vérifie (à l'aide d'une planche percée d'un trou par lequel passent les rayons) l'égalité des angles d'incidence et de réflexion par rapport à la normale d'un miroir. Le second, Ibn Luka, est lui aussi irakien. Entre 860 et 895, il traduit des ouvrages scientifiques grecs à Bagdad. Puis, il est appelé en Arménie aux côtés du calife, où il publie plusieurs ouvrages sur la réflexion. Un siècle plus tard, à l'époque du troisième prédécesseur d'Ibn al-Haytham, nommé Ibn Sahl, la configuration politique de la communauté musulmane a changé : la dynastie des Abbassides a périéclipsé, laissant émerger des seigneurs locaux. Malgré ce morcellement, la politique de mécénat des princes demeure inchangée, assurant ainsi à Ibn Sahl les conditions matérielles nécessaires à la poursuite de ses travaux. Il passe de l'étude des miroirs à celle des lentilles.

L'ERREUR DE PTOLÉMÉE EST PERPÉTUÉE

Vient ensuite Ibn al-Haytham. Né en 965 en Irak, il quitte son pays pour aller s'installer au Caire, où il passera l'essentiel de sa vie, jusqu'à sa mort en 1040. On sait peu de choses sur lui, sinon que son œuvre scientifique est immense, touchant aussi bien aux mathématiques qu'à l'astronomie. L'optique en est la partie la plus marquante : il écrit plusieurs traités spécialisés (sur l'arc-en-ciel, les ombres, les miroirs sphériques...) qu'il synthétise dans le *Kitâb al-manâzîr*.

Ibn al-Haytham distingue l'optique physique géométrique de l'optique physiologique. Pour les auteurs grecs, le mécanisme de la vision était lié à un rayon qui sortait de l'œil et illuminait

trent tous les rayons incidents en un point unique. En Europe, où ce savoir avait été perdu, Kepler remarqua que ce n'est pas le cas du cercle (b), mais échoua à découvrir les anacastiques. Descartes les publia finalement dans son *Discours de la méthode* en 1637 (c).

l'objet observé. Ibn al-Haytham montre que la lumière possède une existence propre : elle n'appartient ni à l'objet ni à l'individu qui le voit. En optique géométrique, il consacre le septième chapitre du *Kitâb al-manâzîr* à la réfraction. Comme ses prédécesseurs, il adopte une démarche scientifique rigoureuse, fondée sur l'expérimentation et utilise deux lois qualitatives : (1) le rayon incident, le rayon réfracté et la normale au dioptré (la surface entre les deux milieux) sont coplanaires ; (2) le trajet du rayon qui traverse un dioptré dans un sens est le même que celui du rayon qui le traverse dans l'autre sens. Dans un autre traité, intitulé *La sphère ardente*, il étudie les lentilles sphériques en utilisant les tables numériques de l'*Optique* de Ptolémée (du II^e siècle). L'ouvrage grec aborde la réfraction à l'interface air/verre et air/eau, mais les résultats indiqués ne sont qu'approximatifs.

Or, récemment, un manuscrit d'Ibn Sahl qui contient la forme exacte de la loi de la réfraction a été retrouvé en partie dans la bibliothèque Milli, à Téhéran, et en partie dans celle de Damas, en Syrie. L'auteur de cette découverte, Roshdi Rashed, spécialiste en histoire des sciences arabes de l'Université Paris VII, avait déjà découvert de nombreux manuscrits importants dans les musées de différents pays du monde arabe. Le traité d'Ibn Sahl, intitulé *Sur les instruments ardents*, a été écrit entre 983 et 985. Ibn Sahl y étudie les miroirs ardents, puis les lentilles ardentes. Pour les lentilles, il a besoin de la loi de la réfraction et commence par faire référence à l'*Optique* de Ptolémée, mais rejette les valeurs numériques proposées par l'auteur. Il s'aperçoit que la notion de milieu a une importance capitale et caractérise chacun d'eux par un rapport constant (l'inverse de l'indice de réfraction du milieu, divisé par l'indice de l'air). Puis, il donne la loi moderne de la réfraction. Enfin, il calcule les surfaces anacastiques que Descartes croyait avoir découvertes. Ainsi, Ibn Sahl devrait être reconnu comme le premier à avoir établi la loi de la réfraction.

Outre le manuscrit original d'Ibn Sahl, R. Rashed a également édité et analysé le septième livre de l'*Optique* d'Ibn al-Haytham. Pourquoi ce dernier n'a-t-il pas repris la forme correcte de la loi de la réfraction d'Ibn Sahl, au lieu de continuer à utiliser les tables de Ptolémée, rejetant ainsi dans l'oubli une loi que les opticiens mettront plus de six siècles à retrouver ? Selon R. Rashed, Ibn al-Haytham, ayant introduit en optique et plus généralement en physique la notion même de preuve expérimentale, a voulu obtenir des valeurs numériques à partir de l'expérience.

Brahim GUIZAL et John DUDLEY sont physiciens au Laboratoire d'optique P.M. Duffieux à l'Université de Franche-Comté.

ROSHDI RASHED, *A pioneer in Anacastics : Ibn Sahl, on Burning Mirrors and Lenses*, Isis, 81 464-491, 1990.

ROSHDI RASHED, *Géométrie et dioptrique au X^e siècle*, Paris, Les belles lettres, 1993.

