

vie, il déplorait que, ne pouvant pas aller plus vite, il lui soit impossible d'écrire son autobiographie complète ; c'est faux, fit remarquer Russell, s'il vit éternellement toute journée de sa vie sera décrite : Shandy consacrera son année de vie numéro n à l'écriture du récit de sa journée numéro n , et donc aucune journée de sa vie ne sera omise.

Revenons à l'univers. Si on imagine que nos descendants lancent une simulation parfaite de l'univers et s'arrangent pour qu'elle se poursuive indéfiniment (même si c'est très lentement), alors cela signifie en particulier que votre vie sera simulée, ce qui sera pour vous une sorte de seconde vie dans l'ordinateur. Malheureusement si la simulation est parfaite, elle sera en tout point identique à votre première vie et votre conscience simulée ne saura pas qu'elle n'est que le résultat d'une simulation et non pas une vraie vie... peut-être d'ailleurs êtes-vous en ce moment non pas dans le véritable univers, mais dans sa simulation ?

Explorons encore plus avant cette étrange idée. La simulation exacte contiendra en elle-même la simulation de la simulation, qui elle-même... Ce n'est donc pas une fois seulement que votre vie sera reproduite dans l'ordinateur simulant l'univers, mais une infinité de fois ! Plus troublant encore, avec cet ordinateur universel véritable, on pourrait s'amuser à simuler des variantes de l'univers, par exemple des variantes dans lesquelles votre vie au lieu de s'arrêter brusquement en 2050 se poursuivrait 20 ans de plus. Pourquoi ne pas imaginer que la variante de la simulation soit telle que vous soyez immortel ? Si c'est possible, nos descendants ne résisteront pas à la tentation de se rendre ainsi immortels... et peut-être nous avec !

Un ordinateur universel pourrait simuler tous les univers possibles : il commencerait par n'en simuler qu'un en n'utilisant ses ressources d'une manière diluée, puis avec les capacités restantes en simulerait un autre, encore de manière diluée, etc. Les univers envisageables dans le cadre de

la théorie du Big Bang et de la mécanique quantique ne demandent pour être simulés jusqu'à un instant t qu'un nombre fini d'opérations binaires et de mémoires, ils peuvent donc être exhaustivement énumérés et simulés par un unique ordinateur universel convenablement programmé. Dans un tel calcul, tous les univers physiques possibles sont simulés et donc vous y êtes, y compris dans des versions de vous-même variées à l'infini.

Tout cela paraît délirant, pourtant ces considérations ne résultent que de la prise au sérieux des théories dont on admet qu'elles sont les plus vraisemblables pour rendre compte du monde physique.

Face à ces considérations inquiétantes trois attitudes sont possibles.

– On peut décréter que, sans doute, les théories véritables rendant compte du monde ne sont pas celles qu'on a utilisées pour arriver à tout cela. Puisque les théories scientifiques sont régulièrement remplacées par de nouvelles théories contredisant les précédentes, cette attitude semble raisonnable et tentante, bien qu'elle laisse sans réponse la question : si on ne doit pas prendre au sérieux les conséquences des théories les mieux vérifiées, que doit-on prendre au sérieux ?

– On peut considérer que c'est seulement la possibilité d'un calcul infini qui doit être contestée : les hypothèses cosmologiques autorisant qu'un authentique calcul infini se déroule ne sont sans doute pas satisfaites, et donc aucune simulation parfaite de l'univers ne sera jamais possible. N'est-ce pas un peu facile ?

– On peut considérer à l'opposé comme le propose F. Tipler dans son étrange livre *The Physics of Immortality* que le monde ne peut pas être fini ou cyclique et qu'il doit donc être configuré de telle façon qu'un calcul infini y soit possible avec tout ce qui s'ensuit. F. Tipler en tire une sorte de christianisme scientifique qui surprend quelque peu, et qui malgré une incontestable cohérence, à ma connaissance n'a pas soulevé beaucoup d'enthousiasme, ni chez les croyants ni chez les athées.

À vous de choisir.

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique théorique à l'Université de Lille.

Philip BALL, *Life Can Go Forever. An Accelerating Universe Does Not Have to Fry Life*, in *Nature*, 20520-11, mai 2002.

Charles BENNETT et **Rolf LANDAUER**, *Les limites physiques du calcul*, in *Pour la Science*, pp. 18-27, septembre 1985.

Seth LLOYD, *Ultimate Physical Limits to*

Computation, in *Nature*, vol. 406, pp. 1047-1052, 2000.

Seth LLOYD, *Computational Capacity of the Universe*, in *Physical Review Letters*, vol. 88, n° 23, 237901/1-4, 2002.

Norman MARGOLUS et **L.B. LEVITIN**, *The Maximum Speed of Dynamical Evolution*, in *Physica*, D 120, pp. 188-195, 1998.

Frank TIPLER, *The Physics of Immortality*, Doubleday, New York, 1994.



Attraction fractale

RICHARD TAYLOR

Les secrets des œuvres de Jackson Pollock, un maître de l'art abstrait, révélés par l'analyse informatique : elles sont fractales !

Au début des années 1940, le peintre américain Jackson Pollock (1912-1956) quitte Manhattan pour s'installer dans une maison à Long Island, dans l'État de New York. Là, une vieille grange lui sert d'atelier, un immense atelier où, selon les critiques, l'art moderne a été bouleversé. En effet, les petites toiles installées verticalement sur un chevalet deviennent trop étroites pour l'artiste. Il leur préfère d'autres en grand format, de plusieurs mètres carrés de surface, posées à même le sol. Le pinceau est alors relégué au placard au profit d'un

long bâton d'où s'écoule une peinture fluide qui laisse sur la toile la trace des mouvements de l'outil. Au final, l'œuvre est un entrelacs inextricable de trajectoires colorées (voir *Blue Poles* : numéro 11, sur la page ci-contre).

À l'opposé du peintre néerlandais Piet Mondrian (1872-1944), chantre de l'abstraction artificielle et géométrique, Pollock prône une peinture « naturelle et organique. » En quoi les œuvres de Pollock reflètent-elles la nature ?

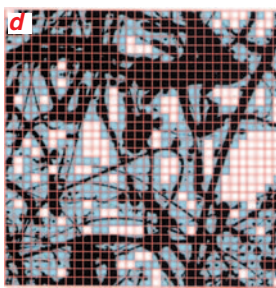
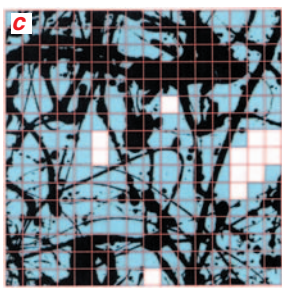
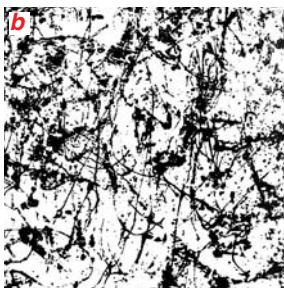
À l'époque de Pollock, la nature semblait désordonnée et régie par le hasard. Pourtant, pendant les années 1960,

l'étude de la dynamique des systèmes naturels a donné naissance à la théorie du chaos. Puis, dix ans plus tard, Benoît Mandelbrot a jeté les bases de la géométrie fractale. On comprenait enfin la forme des nuages, des montagnes, des côtes maritimes... Aujourd'hui, l'analyse informatique des œuvres de Pollock révèle que les fractales sont aussi au cœur de l'art abstrait.

Les objets de la géométrie classique ont pour dimensions des nombres entiers, par exemple, le plan est de dimension deux. Toutefois, en géométrie fractale, certains éléments, tel le triangle de Sierpinski (voir la figure à côté du titre), ont pour dimension des nombres non entiers. Comment détermine-t-on la dimension fractale d'un objet ? Par exemple, un carré C peut être divisé en $N = 4$ petits carrés identiques au premier selon un rapport d'homothétie de facteur $f = 2$, ou bien, 16 petits carrés identiques au premier selon un rapport d'homothétie de facteur quatre. Les mathématiciens définissent la dimension d du carré C par $\text{Log } N / \text{Log } f$, ici, $d = \text{Log } 4 / \text{Log } 2 = \text{Log } 16 / \text{Log } 4 = 2$. Pour le triangle de Sierpinski, $d = 1,58$.

L'une des propriétés des objets fractals est l'autosimilarité : une partie agrandie est identique à l'objet entier. Toutefois, on distingue l'autosimilarité exacte, telle celle du triangle de Sierpinski, et l'autosimilarité statistique, quand un détail n'est pas rigoureusement identique à l'ensemble, mais que les propriétés statistiques sont conservées. La plupart des motifs naturels fractals ne sont qu'autosimilaires statistiquement. Est-ce le cas des tableaux de Pollock ? Si oui, quelle est leur dimension fractale ?

Le tableau *Autumn rhythm* (voir la figure), peint en 1950, est composé de quatre couleurs : noir, marron, blanc et gris. À l'aide d'un ordinateur, on sépare les différentes couches du tableau numérisé. D'abord, on s'intéresse à la couche noire, dite d'ancrage, qui constitue le



L'analyse du caractère fractal du tableau *Autumn rhythm* (a) requiert sa numérisation, puis la séparation des couches de différentes couleurs. Sur la couche noire, par exemple (b, ici un détail), on superpose une grille de carrés égaux (c), puis l'on compte les carrés (en bleu) traversés par le motif peint (les carrés vides sont en blanc). On répète l'opération avec des grilles de carrés plus petits (d). Au final, on observe que le logarithme du nombre de carrés bleus « traversés » est proportionnel au logarithme de la taille des carrés élémentaires : le motif noir est fractal, et le quotient en est la dimension. Il en est de même pour toutes les couches colorées ainsi que pour l'ensemble du tableau.

Metropolitan Museum of Art, New York. ©2002 Pollock-Krasner Foundation/ Artists Rights Society (ARS), New York

Courtesy Richard P. Taylor

National Gallery of Australia, Canberra. ©2002 Pollock-Krasner Foundation/ Artists Rights Society (ARS), New York

fond de l'œuvre monumentale (plus de 14 mètres carrés !) et que Pollock abandonnait entre deux jours et six mois avant d'ajouter les peintures colorées. On superpose une grille de carrés et l'on compte ceux traversés par le motif peint, puis on répète la même opération avec des grilles où la taille des carrés varie, ici de quelques décimètres (de l'ordre de grandeur du tableau) à quelques millimètres (la taille du plus petit détail). La diminution de la taille des carrés est équivalente à l'étude d'un agrandissement du tableau.

L'analyse mathématique révèle que le logarithme du nombre $N(L)$ de carrés occupés par le motif est proportionnel à celui de la taille L du carré élémentaire de la grille. On retrouve la loi décrite précédemment : la dimension est égale à ce rapport de proportionnalité (à un signe près), soit environ 1,66.

La couche de peinture noire, majoritaire (elle occupe 35 pour cent de la toile, alors que les trois autres couches occupent ensemble 13 pour cent), donne la structure générale de l'œuvre. Les couches supplémentaires, dont l'analyse révèle qu'elles sont aussi fractales, affinent l'en-

semble et modifient peu l'autosimilarité de l'œuvre. Ainsi, la dimension fractale de *Autumn rhythm* entier est de 1,67.

La nature fractale des tableaux de Pollock est confirmée par leur élaboration. Des films montrent qu'il procédait selon une méthode systématique : il peignait d'abord quelques îlots, c'est-à-dire que les jets de peinture sont regroupés en quelques endroits. Puis, dans une seconde phase, il reliait ces îlots par de grandes coulures de peinture, plus amples, qui peu à peu les submergeaient dans un dense réseau fractal. De la même façon, de nombreux objets naturels fractals, tels les flocons de neige, naissent de centres de nucléation simples qui s'étendent ensuite.

L'étude de l'ensemble des œuvres de Pollock répondant à cette facture met en évidence un accroissement régulier de la dimension fractale de ses œuvres au fil des années. Pour les premières, d est peu supérieur à 1,1, tandis que pour les dernières, elle atteint 1,7. Parallèlement, les tableaux sont de plus en plus chargés et obligent les spectateurs à plus de concentration pour pénétrer le réseau d'intrications. Curieusement, l'artiste a détruit une œuvre, analysée grâce à des

enregistrements vidéo, où d est égal à 1,9. Peut-être la trouvait-il trop dense.

La fractalité n'est pas une conséquence de la technique de Pollock. La plupart des motifs obtenus par des jets de peinture sur un support ne sont pas autosimilaires. Aussi, les experts peuvent-ils compter sur l'analyse du caractère fractal des œuvres pour identifier un Pollock. Qui plus est, ils peuvent même en estimer la date d'exécution.

Enfin, pendant les 50 dernières années, les œuvres de Pollock ont été au centre d'une polémique : dessinait-il des éléments figuratifs, tel un visage humain, sur sa toile avant d'en estomper jusqu'à la disparition les traits avec plusieurs couches de peinture apparemment désordonnées ? La découverte du caractère fractal infirme cette hypothèse, car des motifs fractals ne peuvent contenir de tels éléments. Aussi, Pollock avait raison quand il affirmait que « les rythmes de la nature sont ma seule préoccupation ».

Richard TAYLOR est professeur de physique à l'Université de l'Oregon.





«Mais, Monsieur, dit Cosinus, c'est mon coefficient de frottement qui s'est trouvé trop faible pour détruire ma composante tangentielle...! – J'en connais pas tous ces gens-là, dit le contrôleur. C'est 12fr. 50 que vous m'deviez. Maintenant vous pouvez les réclamer à vot'tante Gentielle, comme vous dites!»

Blocages parfaits

JEAN-MICHEL COURTY • ÉDOUARD KIERLIK

La chaussure d'escalade sur la paroi ou la vis ne glissent pas grâce aux frottements solides.

Accroché au granit, un varappeur est en proie au doute : certes, son pied ne dérape pas là où il l'a posé sur la roche, mais peut-il s'y appuyer de tout son poids ? Quelques minutes plus tard, son compagnon d'escalade boulonne une plaquette d'attache à un piton scellé dans la paroi et ressent une inquiétude similaire. S'il venait à « dévisser », la plaquette resterait-elle vissée ? La réponse est deux fois oui, car les lois du frottement solide le garantissent. Analysons comment ces blocages parfaits résultent des frottements solides.

DE L'EMPIRISME AUX LOIS DE COULOMB

Quiconque a déjà poussé une caisse reposant sur le sol sait qu'il faut exercer une poussée minimale pour y parvenir. Quelle est cette force qui, tant que la poussée est faible, la compense exactement ? C'est la « force de frottement solide », qui se manifeste quand on tente de faire glisser l'une sur l'autre les faces non lubrifiées de deux solides. Contrairement aux frottements fluides, qui n'apparaissent qu'au cours d'un mouvement (résistance de l'air, ...), le frottement solide s'exerce aussi sur un objet au repos. Le seuil de frottement dépassé, l'objet s'ébranle et la force de frottement solide ne fait plus que le ralentir.

Un déménageur connaît les étranges propriétés de la force de frottement solide : qu'il pose deux caisses identiques l'une sur l'autre ou l'une derrière l'autre, il doit appliquer la même force pour les faire glisser ! Cela n'est-il pas étonnant ? Quand les caisses sont l'une sur l'autre, l'empilement est deux fois moins en contact avec le sol que quand elles sont l'une derrière l'autre ! Au début du XVI^e siècle, le grand Léonard de Vinci s'in-

téresse déjà au phénomène. Toutefois, Guillaume Amontons (1663-1705) est le premier physicien qui formule la loi du frottement solide : la force tangentielle nécessaire pour mettre en mouvements relatifs deux solides en contact l'un avec l'autre est proportionnelle à la force qui presse les solides l'un contre l'autre et elle ne dépend pas de l'étendue de la surface de contact.

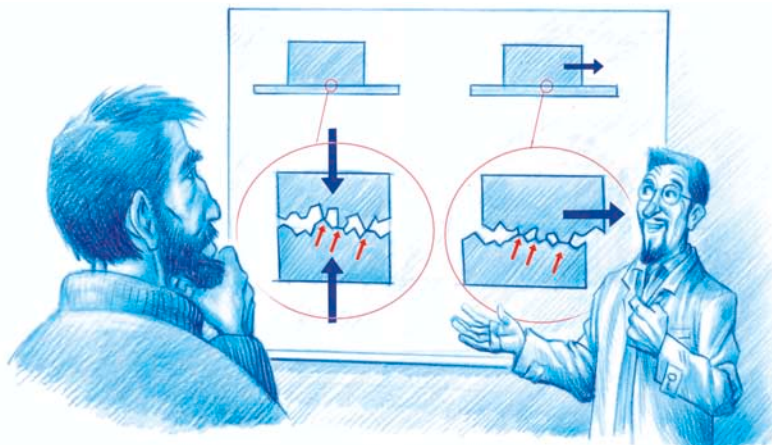
En 1785, Charles Coulomb (1736-1806) précise cette loi qui porte aujourd'hui son nom : il montre que le coefficient de proportionnalité entre la force de frottement et la force de pression dépend du matériau. Ce coefficient reste de l'ordre de 1, passant de 0,4 pour du papier sur papier à 0,5 pour du bois sur bois et atteignant 1 pour une semelle en caoutchouc sur la roche.

L'indépendance de la valeur de seuil de la force de frottement vis-à-vis de l'étendue de la surface de contact resta longtemps un mystère. Les physiciens britanniques Frank Philip Bowden et David Tabor n'en découvrirent la cause que dans les années 1940. Étudiant le contact solide à l'échelle mésoscopique (intermédiaire entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique), ils comprirent que deux solides qui se touchent... ne se touchent presque pas. Car même la surface la mieux polie comporte des aspérités minuscules d'une taille typique d'un dixième de micromètre. Ces rugosités sont les premières zones en contact lorsqu'on approche les deux solides, et elles le restent ! Ainsi, l'aire de contact réel entre les deux solides est très faible, comme celle d'un fakir sur sa planche à clous, comme celle d'une brosse posée sur ses poils.

CONTACT APPARENT ET CONTACT RÉEL

La pression sur les aspérités est égale à la force pressante divisée par l'aire de contact réelle. Cette pression est si forte qu'elle excède largement la résistance de tout matériau. Aussi les aspérités sont écrasées, l'aire de contact augmente et la pression diminue jusqu'à une valeur limite – nommée dureté. À l'équilibre, la surface réelle de contact est égale au rapport entre la force pressante et la dureté et donc ne dépend en rien de la surface apparente de contact ! Ainsi pour un cube de cuivre de 22 centimètres de côté et de masse 90 kilogrammes reposant sur une surface plane constituée du même métal, la surface de contact entre le cube et le support est d'environ un millimètre carré ! Cette surface de contact réelle est donc environ 50 000 fois plus faible que la surface de contact apparente.

Cherchons maintenant à faire glisser les deux solides l'un sur l'autre. À l'échelle des rugosités, le glissement est impossible, car les aspérités sont imbriquées. Le mouvement n'est possible qu'une fois les aspérités déformées au point que le contact se rompt. Le glissement d'un solide sur un autre est comparable à celui d'une brosse de fer sur une surface métallique. Particulièrement raides, les poils d'une telle brosse ne glissent



Toute surface solide est rugueuse à une échelle assez petite. Deux surfaces en contact entremêlent leurs rugosités. Celles-ci résisteront au glissement tant qu'elles ne se seront pas assez déformées pour cela.

Dessins de Bruno Vacaro