

Escher et la double quête de l'infini

Escher parvient, par un génial tâtonnement graphique, à ses pavages infinis du plan. Il en révèle les lois avant les mathématiciens et les physiciens.

Comment est-ce possible ? Comment les lézards de la gravure *De plus en plus petit* convergent-ils vers le centre, si étroitement imbriqués qu'ils recouvrent tout le plan en un tourbillon central (page ci-contre) ? C'est le grand art de Maurits Cornelis Escher (1898-1972) qui combine deux caractéristiques rares, les idées géométriques incongrues et la qualité de la réalisation.

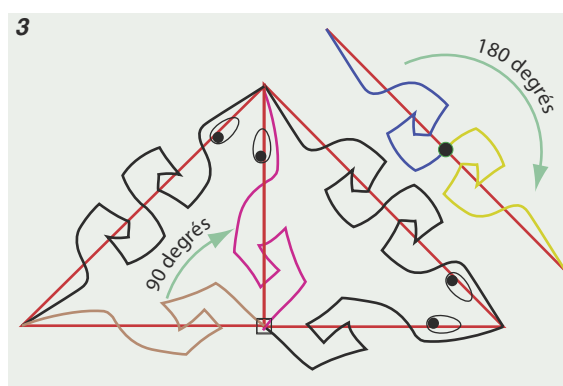
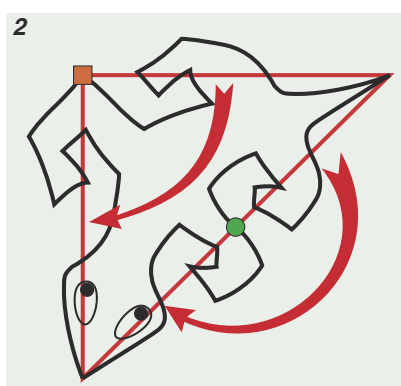
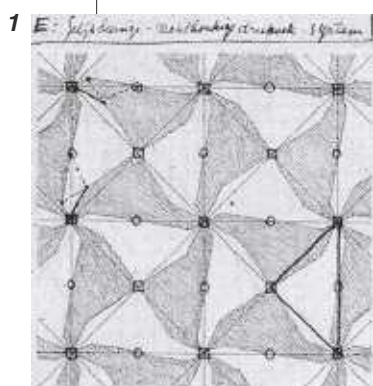
La gravure *De plus en plus petit* a une histoire qui commence en juillet 1941, à Baarn aux Pays-Bas. Escher travaille alors à l'élaboration d'un cahier résumant par l'image ce qu'il a acquis concernant les pavages, notamment par des voyages à l'Alhambra de Grenade où il a admiré les mosaïques et leurs symétries. Il représente dans son cahier le « système XE » (figure 1) composé de figures construites à partir de triangles rectangles isocèles et ayant les mêmes symétries que ces triangles : un centre de rotation de 180 degrés au milieu de l'hypoténuse et un centre de rotation de 90 degrés au sommet du triangle (pour les puristes, c'est le type isoédrique IH79 défini par B. Grünbaum et G. C. Shepard dans le livre *Tilings and Patterns*). Sur son esquisse XE sont dessinées les déformations compensées des côtés qui confèrent à la nouvelle figure en grisé la même aire que celle du triangle de base. La symétrie de 180 degrés sur l'hypoténuse fait que ce qui est en creux dans une moitié est, par rapport au côté, en relief sur l'autre moitié. Et, par la rotation de 90 degrés, le relief d'un petit côté devient un creux dans le côté tourné.

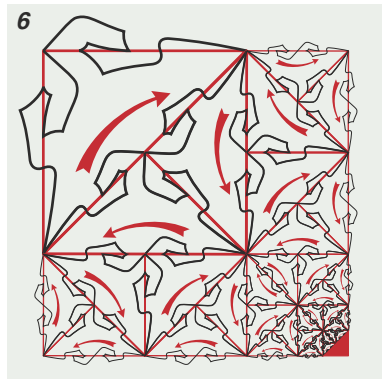
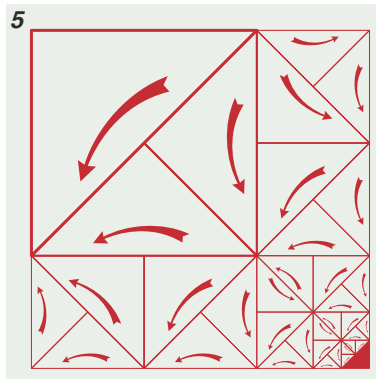
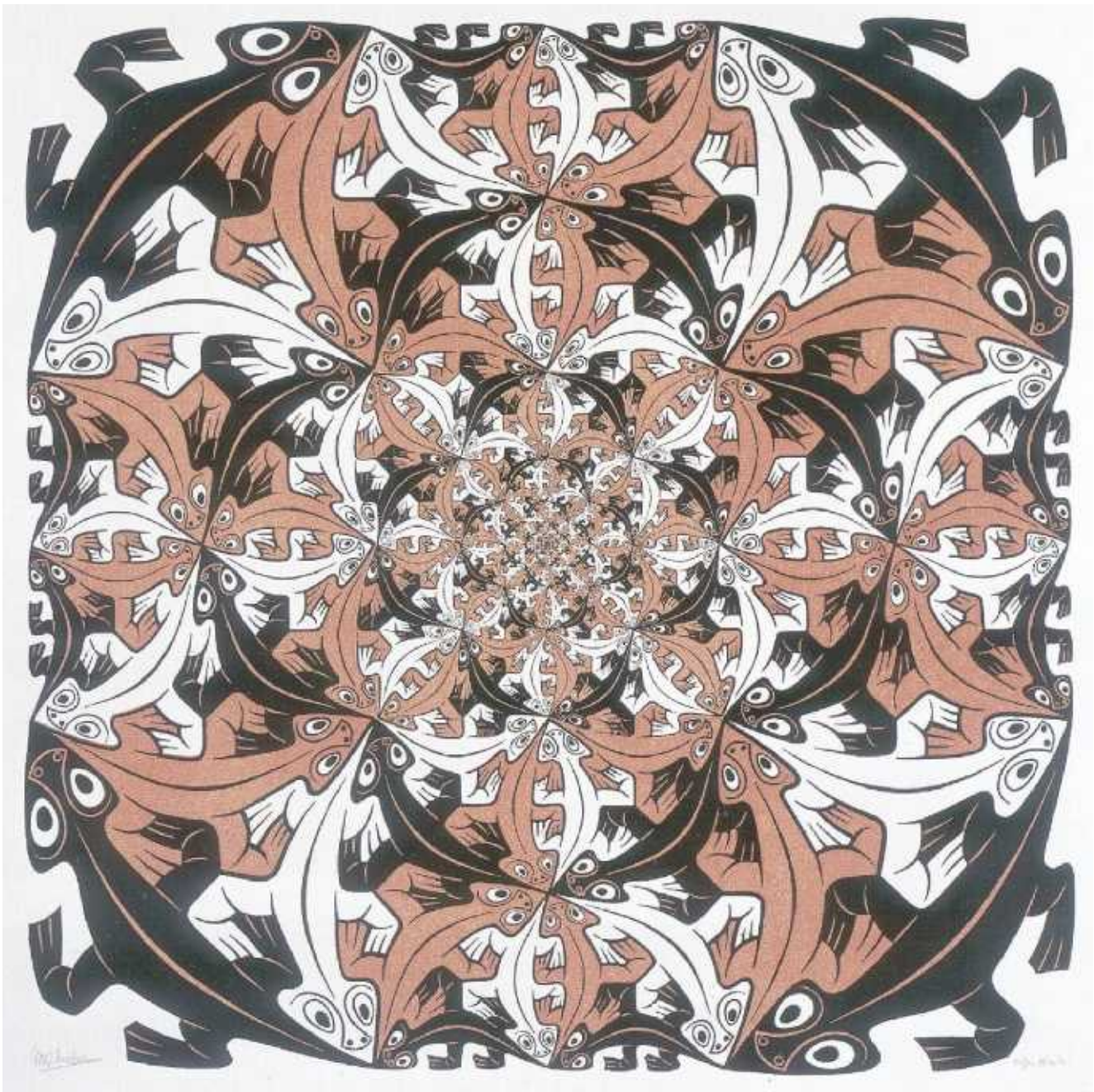
Car Escher cherche à transformer les déformations des triangles en un contour plus figuratif : il change un sévère triangle rectangle isocèle en un lézard (figure 2) et les rotations sont mieux explicitées sur la figure 3. Il dessine alors son pavage du plan par des lézards dans un autre cahier

réservé aux pavages réussis (figure 4). Sur la base de ce pavage du plan, il va réaliser un pavage « fractal », bien avant que le mot ne soit inventé. En 1956, dans sa quête de représentation de l'infini, il a l'idée d'un schéma dont l'algorithme est le suivant : un triangle rectangle isocèle engendre deux triangles adjacents plus petits (rapport 1/2) ayant chacun subi une rotation, et ainsi de suite (figure 5). Mais le triangle de base doit satisfaire de nouvelles caractéristiques, très contraignantes pour la réalisation d'un motif figuratif et Escher ne trouve pas de motif satisfaisant.

Il ne renonce pas et inverse le sens des triangles. C'est alors qu'il repense à son lézard dessiné 15 ans auparavant. Et alors, divine surprise, celui-ci peut être adapté ! Comme son contour est obligatoirement imparfait, la base de la tête, par exemple, ne peut pas être à la même hauteur de chaque côté (figure 6), et le magicien Escher va user de trucs pour rétablir la qualité du dessin. Les lézards semblent identiques, mais il n'en est rien et il dessine neuf modèles de lézards différents afin de donner à l'ensemble une forme parfaite. Ainsi a été conçue l'estampe *De plus en plus petit*. Conçue, pas créée, car Escher ne s'est jamais pris pour un créateur, mais plutôt pour un révélateur de l'ordre naturel et des lois de l'espace. Ainsi, il dit, dans *Openbaar kunstbezit*, en 1957 : « C'est une sensation que je ressens chaque fois que j'exécute un projet de remplissage périodique d'un plan. Il me semble que ce n'est pas "moi" qui décide des formes, mais que ces simples taches sur lesquelles je me penche ont leur propre volonté, que ce sont elles qui guident le mouvement de ma main. »

Alain NICOLAS est spécialiste de la géométrie d'Escher. Son livre, *Parcelles d'infini, Promenade au jardin d'Escher*, est en cours d'édition.





Fluvial ou torrentiel ?

Selon que le débit d'un cours d'eau est fort ou faible, les irrégularités du lit modèlent différemment la profondeur de l'eau et sa vitesse.

O rage d'été. En quelques heures, la paisible rivière qui serpente au fond de la gorge s'est transformée en un torrent impétueux. Le kayak qui s'y est aventuré est ballotté en tous sens. Ses deux occupants, sportifs et néanmoins curieux, s'interrogent tout en payant : pourquoi cette transition d'un écoulement de type fluvial à un écoulement torrentiel ? Simple question de débit d'eau qui augmente ? Le phénomène est plus subtil qu'il n'y paraît, et nos deux kayakistes devront éviter de se noyer dans les lois de l'hydraulique.

Tout d'abord, pourquoi une rivière coule-t-elle ? À cause de la gravité. L'eau glisse sur le lit incliné du cours d'eau. Autrement dit, la force motrice est la projection du poids de l'eau le long de la pente. Pour un fleuve tel que la Seine, la pente est très faible. La Seine descend de 471 mètres sur une longueur de 776 kilomètres, d'où une pente (tangente de l'angle) moyenne de 0,6 millième : ici, la force motrice agissant sur une tonne d'eau correspond à un poids de 600 grammes. L'eau n'accé-

lère cependant pas continûment. Elle garde une vitesse constante, car la force motrice est contrebalancée par les frottements sur les parois du cours d'eau – surtout le fond du lit lorsque le cours d'eau est bien plus large que profond, ce que l'on supposera dans la suite. Pour des parois réelles, hétérogènes et rugueuses, l'écoulement est turbulent à leur proximité, et la force de frottement est alors proportionnelle au carré de la vitesse et à la largeur du cours d'eau.

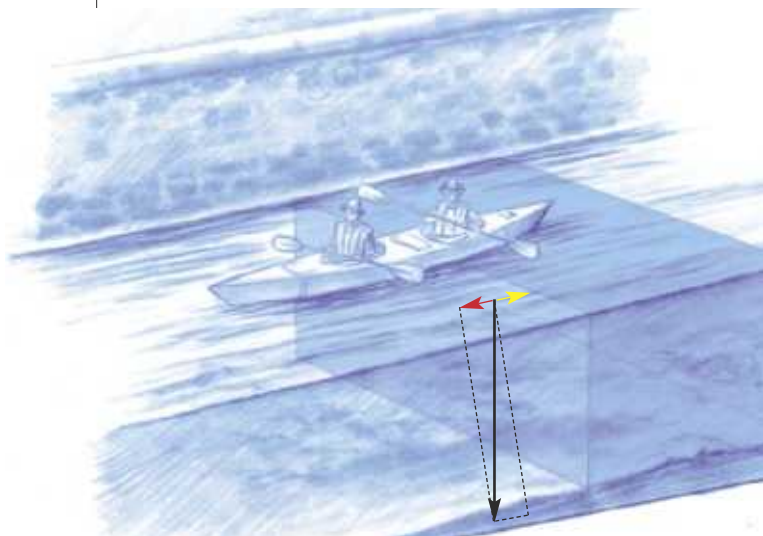
Débit, vitesse et tirant d'eau

Comment varie la vitesse avec la profondeur d'eau ? Pour le savoir, on considère une tranche du fleuve et l'on impose que son poids moteur (proportionnel à l'aire de la section (largeur $\times$ profondeur) du fleuve et à la pente) soit égal, en régime permanent, à la force de frottement (proportionnelle au carré de la vitesse et à la largeur du cours d'eau). On trouve ainsi que la vitesse est proportionnelle à la racine carrée du produit de la pente et du tirant d'eau (la profondeur d'eau). Cette formule, énoncée par l'ingénieur français Antoine Chézy en 1775, a été améliorée en 1923 pour prendre en compte le fait que la force de frottement dépend de la profondeur ; la puissance à laquelle la profondeur intervient dans l'expression de la vitesse est alors $2/3$ et non $1/2$.

Le débit étant égal au produit de la vitesse par la section, on en déduit que le tirant d'eau croît comme la puissance $3/5$ du débit, et que la vitesse croît comme la puissance $2/5$ du débit. Autrement dit, quand le débit augmente, le tirant d'eau et la vitesse augmentent tous deux.

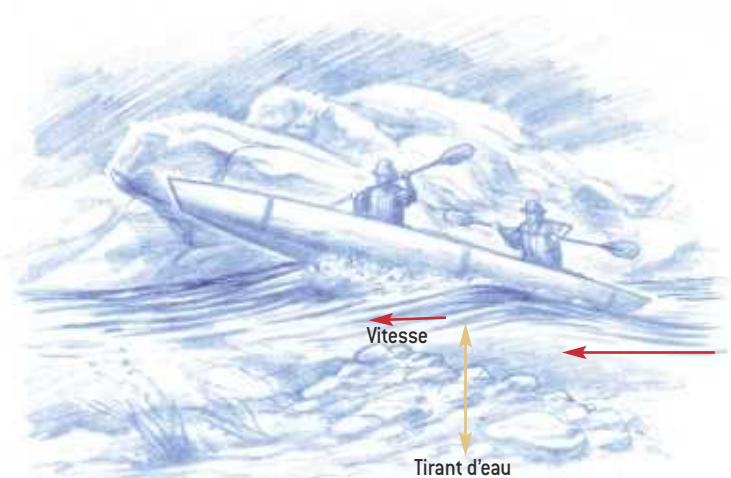
En pratique, le débit est fixé par le volume des précipitations et par l'étendue du bassin fluvial. Le tirant d'eau et la vitesse du fleuve s'ajustent en conséquence. Si le débit imposé par les précipitations excède le débit correspondant à un tirant d'eau égal à la profondeur du lit, c'est l'inondation. Dans le cas de la Seine, le débit peut varier d'environ 80 mètres cubes par seconde en période de fort étiage à 2600 mètres cubes par seconde en cas de crue exceptionnelle ; le tirant d'eau varie donc d'un facteur huit.

Qu'advient-il du tirant d'eau et de la vitesse d'écoulement lorsque le cours d'eau est perturbé, par exemple par la présence d'une bosse au fond du lit du fleuve ? Suivons une tranche d'eau dans sa progression lorsqu'elle franchit l'obs-



Dessins de Bruno Vacaro

1. Chaque tranche d'eau s'écoule sous l'effet de son propre poids (en noir), en raison de l'inclinaison du lit du cours d'eau. À la force motrice (en rouge) due à la gravité s'oppose une force de frottement (en jaune) due aux aspérités du fond et des parois latérales du lit. En régime permanent, ces deux forces sont égales et impliquent que quand le débit augmente, la vitesse d'écoulement et le tirant d'eau augmentent tous deux.



2. Lorsque l'écoulement est rapide, la présence d'une bosse dans le fond du lit a pour effet de diminuer la vitesse du courant à cet endroit, de la même façon qu'un cycliste en roue libre ralentit en montant une pente. Le débit étant conservé, le tirant d'eau augmente.

tacle. Si l'obstacle est petit, la dissipation d'énergie est négligeable et l'énergie de la tranche d'eau peut être considérée comme constante. C'est aussi le cas du débit, car la quantité de matière se conserve de l'amont à l'aval.

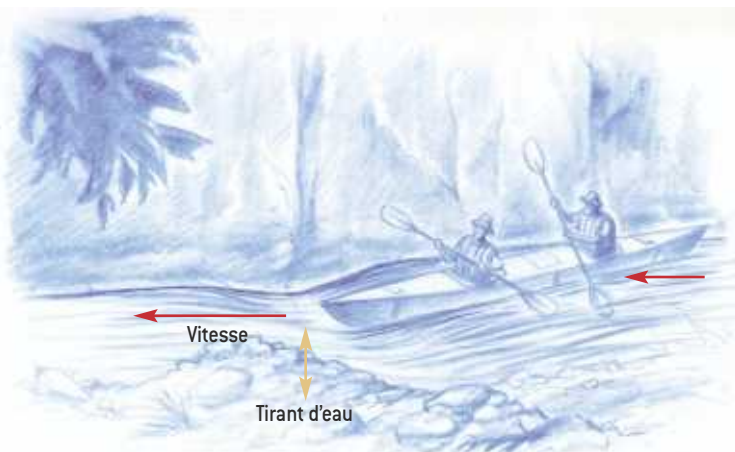
Deux cas extrêmes éclairent les comportements possibles de l'eau confrontée à un obstacle. Considérons d'abord un torrent, où l'écoulement est rapide. Tout comme un cycliste franchissant une bosse en roue libre, la vitesse de l'eau va diminuer : l'énergie cinétique est convertie en énergie potentielle de gravité afin de surmonter l'obstacle. La conservation du débit entraîne une augmentation de la profondeur (en fait, l'épaisseur) d'eau.

Un équivalent du nombre de Mach

Pour une même bosse, plus la vitesse d'écoulement est faible, plus le ralentissement est important : il en est donc de même de la variation du tirant d'eau et, par suite, de l'énergie nécessaire au franchissement de l'obstacle. Il faut en effet « payer » l'élévation du centre de gravité de la tranche d'eau, et cette élévation s'accroît quand la vitesse diminue.

Il arrive un moment où la vitesse en amont est trop faible pour que l'énergie cinétique de la tranche d'eau compense le coût en énergie potentielle. Le comportement de l'eau change alors du tout au tout. Puisqu'il n'est pas possible de transformer assez d'énergie cinétique en énergie potentielle, c'est le contraire qui se passe. Au niveau de la bosse, le tirant d'eau diminue ; le centre de gravité de la tranche d'eau s'abaisse et la diminution d'énergie potentielle est récupérée sous forme d'énergie cinétique, laquelle augmente. En conséquence, la vitesse de l'écoulement s'accroît.

On retrouve ces comportements lorsque le cours d'eau est rétréci, soit naturellement, soit par la présence des arches d'un pont : si l'écoulement est rapide en amont, le tirant



3. Lorsque l'écoulement est lent, l'énergie cinétique n'est pas suffisante pour que l'eau s'élève complètement au-dessus de l'obstacle. Au lieu de cela, le tirant d'eau diminue à l'endroit de la bosse, ce qui crée un creux à la surface de l'eau. En revanche, l'écoulement y est accéléré.

d'eau va augmenter et la vitesse diminuer – c'est le régime torrentiel. Dans le cas contraire, le tirant d'eau diminue et la vitesse de l'écoulement s'accroît – c'est le régime fluvial.

Comment déterminer si un cours d'eau a le comportement d'un fleuve ou celui d'un torrent ? En faisant le rapport de l'énergie cinétique à l'énergie potentielle de pesanteur moyenne associée au tirant d'eau. La racine carrée de ce rapport d'énergies, nommée nombre de Froude, est égale à la vitesse de l'écoulement divisée par la racine carrée du produit du tirant d'eau par l'accélération de la pesanteur. Ce diviseur est aussi la vitesse de propagation des vagues dans l'eau. Le nombre de Froude est donc l'équivalent hydraulique du nombre de Mach pour les écoulements de gaz. Si la vitesse de l'écoulement est plus faible que la vitesse des vagues, le nombre de Froude est inférieur à un et le régime de l'écoulement est fluvial. Pour une pente plus forte, ou un débit plus important, le nombre de Froude peut dépasser l'unité : c'est l'analogue exact de la transition entre un régime subsonique et un régime supersonique dans les gaz.

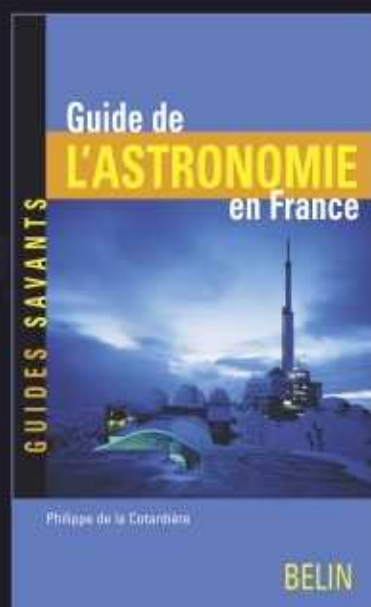
L'écoulement dans un caniveau au fond irrégulier illustre cela. En régime fluvial, la surface est à peine ridée. En régime torrentiel, en revanche, il apparaît un sillage – de même nature que le sillage sonore des avions supersoniques. Les vaguelettes créées par l'obstacle se propagent et sont emportées par le courant, ce qui dessine des lignes diagonales dans l'écoulement ; ces structures sont analogues au cône de Mach créé dans l'air par les avions qui dépassent le mur du son.

W. H. GRAF et M. S. ALTINAKAR, *Hydraulique fluviale*, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2000.

Blog des auteurs : <http://faustroll.free.fr/blog/>

La collection **GUIDES SAVANTS** est et vise à découvrir les **trésors de la France** et de ses

Les index en fin d'ouvrage permettent de retrouver rapidement un personnage, un lieu, un musée, etc.



Quel est le plus ancien **observatoire astronomique**? Où peut-on observer le **ciel** avec

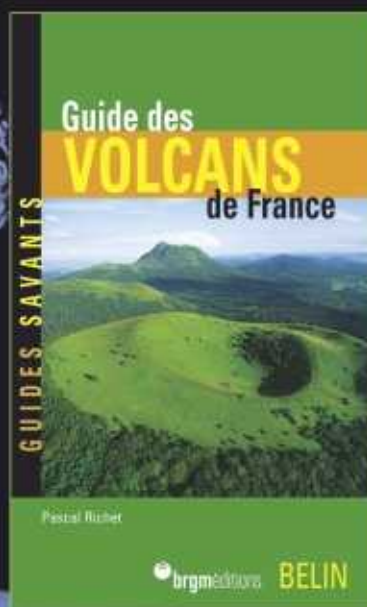
les meilleurs spécialistes? Comment lire l'heure sur un **cadran solaire**? Où acheter du **matériel d'observation**? Comment participer aux nombreuses manifestations et **festivals d'astronomie** organisés chaque année?

Découvrez dans ce guide les «trésors» de l'astronomie en France: instruments anciens, cadrans solaires, horloges astronomiques, mais aussi grands savants, associations d'amateurs, musées, etc. Une façon originale de voyager à travers l'astronomie d'hier et d'aujourd'hui.

Philippe de la Cotardière

496 pages

Prix: 29,90 €



Des **laves** vieilles de plus de **deux milliards d'années**, des volcans qui dépassèrent

3 000 m de hauteur, des **dômes** et des **cônes** peut-être prêts à reprendre du service... De la **Bretagne** au **Cantal**, les volcans animent l'actuel territoire français depuis des **temps immémoriaux**.

Par une description de 200 sites connus ou méconnus, ce guide illustre la richesse d'un patrimoine dont l'intérêt n'est pas que géologique: volcans et vestiges volcaniques y voisinent avec des sites curieux, des vieux villages et des églises romanes polychromes.

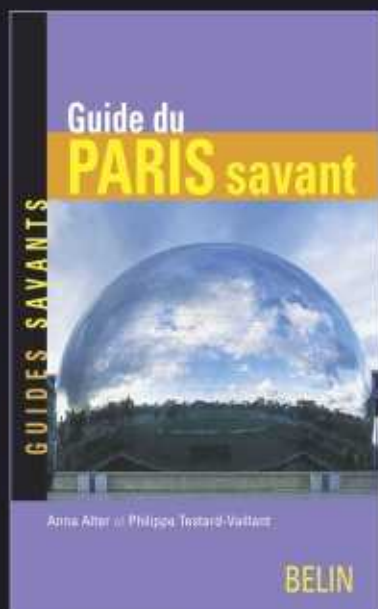
Pascal Richet

428 pages

Prix: 25,90 €



abondamment illustrée,
régions.



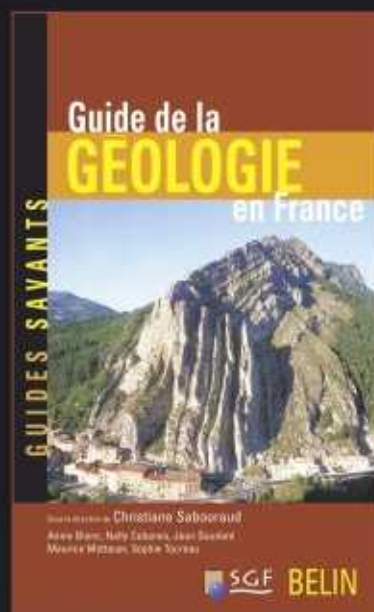
Combien de **savants** ont une **rue** dans Paris? D'où observer le **ciel**? Sur quels monuments nichent des **faucons**? Quels **musées** de sciences ou de médecine visiter? D'où s'est envolée la première **mont-golfière**?

Ce livre propose une balade dans l'espace et dans le temps du Paris savant. Hommes et femmes émaillant de leur nom les plaques de rues, richesses cachées des musées, curiosités naturelles, hauts lieux de la science, statues et monuments célèbres... sont décrits dans ce guide avec anecdotes et humour.

Anna Alter et Philippe Testard-Vaillant

648 pages

Prix : 25,90 €



Où observer des **fonds océaniques** au sommet d'une montagne? Quel est le point commun entre

l'**Himalaya** et la **côte bretonne**? Pourquoi les **sculptures** d'un cloître roman évoquent-elles une plage?

Ce livre répond à toutes ces questions et à bien d'autres. Sites naturels, musées, sentiers à thèmes, réserves géologiques... Quelque 2000 lieux à découvrir sont présentés. Avec ce Guide, découvrez une image vivante de la géologie et portez un regard nouveau sur les paysages qui nous entourent.

Sous la direction de Christiane Sabouraud

816 pages

Prix : 29,90 €

BELIN

Bon de commande Livres

À retourner à: Pour la science – livres
BP2 – 28410 Saint-Lubin de la Haye

	Code	Prix à l'unité	Quantité	Prix total
Guide de l'astronomie en France	002323	29,90 €		
Guide des volcans de France	003382	25,90 €		
Guide du Paris savant	003582	25,90 €		
Guide de la géologie en France	002680	29,90 €		
Participation aux frais de port :				
France: 4,90 € - Offerts à partir de 30 € de commande				
Étranger: 12 € - Offerts à partir de 50 € de commande				
TOTAL COMMANDE				

Mes coordonnées:

Nom: _____

Prénom: _____

Adresse: _____

Code postal: _____ Ville: _____

Pays: _____

Je règle par:

☐ Chèque ci-joint à l'ordre de **Pour la science**

☐ Carte bancaire

Numéro de la carte _____

_____*

Signature obligatoire

Date d'expiration

_____*

** Inscrire les 3 derniers chiffres de la série de 7 figurant au dos de votre carte dans la barde où figure votre signature.

En application de l'article 27 de la loi du 6 janvier 1978, les informations ci-dessus sont destinées au traitement de votre commande. Elles peuvent être communiquées à l'éditeur du droit d'accès et de rectification auprès de Pour la science. Pour votre information, vous pouvez vous adresser à nos services d'assistance. En cas de refus de votre part, il vous sera demandé de nous présenter par simple courrier.

20007674

Philosophie des sciences

Les matérialismes (et leurs détracteurs)

Jean Dubessy, Guillaume Lecointre
et Marc Silberstein
[788 pages, 33 euros], Syllepse, 2004.

La science est l'une des œuvres les plus enthousiasmantes de l'humanité. Or les connaissances qu'elle accumule sont toutes le résultat d'une unique option philosophique : le matérialisme. Qu'est-ce exactement ? Tout simplement l'acceptation du fait que l'Univers est fait de matière, et qu'il suffit pour expliquer tout phénomène s'y produisant de se reporter à cette matière.

Aujourd'hui, peu de scientifiques s'intéressent aux querelles philosophiques. Tel Monsieur Jourdain faisant de la prose sans le savoir, ils agissent en matérialistes sans y attacher d'importance. Pourtant, en dernière analyse, c'est bien la matière et toujours la matière qui sanctionne leurs hypothèses.

Les auteurs de cet ouvrage sont des matérialistes militants. Plusieurs d'entre eux sont connus pour s'être attelés à la tâche ingrate de combattre les idées antimatérialistes lorsqu'elles tentent de s'introduire dans les sciences. Ce livre se place dans la continuité de cette démarche et tous ceux pour qui la rigueur scientifique n'est pas une vaine expression se sentiront solidaires de l'effort qu'il traduit. Il faut par exemple rendre hommage à la détermination du sociologue Bernard Lahire, qui a lu les 900 pages de la thèse de l'astrologue Éli-zabeth Teissier pour faire clairement apparaître pourquoi ce texte ne saurait être une contribution à la science sociologique.

Au-delà de cette dénonciation critique des antimatérialistes qui tentent d'occuper le terrain scientifique, ce livre est essentiel parce qu'il met à jour les idées matérialistes à la lumière des connaissances scientifiques actuelles. Enfin !

Voyons comment : le matérialisme actuel est un matérialisme émergentiste. Il suppose que l'on peut observer la matière à différents niveaux d'intégration et expliquer ses caractéristiques à un niveau d'intégration donné par l'émergence de propriétés nouvelles, dues à l'activité qui règne aux niveaux

inférieurs à celui considéré. Ce phénomène dit d'émergence rend la matière capable de produire du « nouveau » sans être « programmée » pour cela.

En biologie, cette vision se nomme non-spécificité. Les cellules d'un organe ne vivent que pour elles-mêmes, et cela leur suffit pour former, ensemble, l'organe. De même, l'organe vit pour lui-même, mais permet au corps d'y trouver son compte. La non-spécificité ne se satisfait pas du déterminisme absolu de la biologie moléculaire qui fait correspondre mécaniquement un brin d'ADN à une protéine et une fonction, et qui semble ainsi affirmer que la vie est inscrite dans un programme. Le matérialisme de la non-spécificité échappe à cette impasse, car il considère qu'à partir du niveau cellulaire, chaque objet du vivant est soumis à la sélection darwinienne. Dès lors, le patrimoine génétique est une contrainte parmi d'autres ; tandis que le hasard fournit l'espace des possibles, la sélection favorise la descendance des plus adaptés.

Le matérialisme de la non-spécificité remet en cause le déterminisme de la biologie moléculaire. Avec lui, le hasard est devenu l'un des facteurs de l'évolution. Démontrant que rien n'est inscrit, il fait fi de la téléologie (doctrine suivant laquelle le monde obéit à une finalité) comme de la téléonomie (propriété qu'a la matière vivante de matérialiser une finalité) et confère même à

la matière une possibilité chère aux êtres humains : la liberté.

Pour autant, cette remise en cause du déterminisme de la biologie moléculaire ou d'ailleurs de celui de la physique classique n'implique pas le rejet de tout déterminisme par les matérialistes. Les physiciens, par exemple, défendent un déterminisme distinct du concept de prévisibilité : les lois de la physique restent déterministes, mais cela ne signifie pas que tout événement est prévisible.

Théorie philosophique actuelle et bien vivante, le matérialisme a une longue histoire. Il y a 25 siècles, il permit déjà à Démocrite d'imaginer une matière constituée d'éléments insécables, dont l'étude devait suffire pour comprendre le monde. Aujourd'hui, certains antimatérialistes peignent délibérément la théorie matérialiste sous des couleurs vulgaires afin de la faire confondre avec la simple avidité matérielle. Pourtant, le matérialisme contient une vision grandiose : la matière, de par sa propre activité, s'est rendue capable de se penser elle-même ! C'est à ce point de vue vertigineux que l'on nous convie ici avec bonheur.

*Bernard Deffarges, IRIST,
Université Louis Pasteur, Strasbourg*

