

lui, cette espèce d'origine marine côtoyait les ichthyosaures et a formé un chaînon manquant entre les reptiles marins et les crocodiles. Comme Buckland et bien d'autres, Conybeare croyait que les espèces forment une chaîne connectée d'organismes vivants créés par Dieu.

La valeur de la découverte du plésiosaure, une fois révélée, semble établir définitivement la réputation de chasseuse de fossiles qu'a acquise Mary Anning dans le monde scientifique. En 1828, elle découvre un ptérodactyle (ou ptérosaure), un reptile volant nommé *Dimorphodon*. Deux ans plus tard, en décembre 1830, elle fait sa dernière grande découverte en exhumant un nouveau plésiosaure.

Ce spécimen est acheté l'année suivante par un aristocrate, William Willoughby, pour la somme remarquable de 210 livres. L'espèce ne sera baptisée *Plesiosaurus macrocephalus* qu'en 1836 par Buckland, puis elle sera décrite en 1840 par l'anatomiste Richard Owen. Outre ses découvertes de grands vertébrés marins, la paléontologue se distingue aussi pour les invertébrés qu'elle trouve dans les falaises de *Lyme Regis*, telles les ammonites.

En 1830, de la Beche représente sous la forme d'un dessin en couleurs les découvertes de Mary Anning. Nommé *Duria Antiquior* (« Un Dorset plus ancien »), il met en scène des ptérodactyles ainsi qu'un plésiosaure aux prises avec un ichthyosaure (voir la figure 1). Des lithographies en sont tirées pour être vendues au bénéfice de Mary Anning.

## L'imaginaire romantique

Ce dessin illustre à quel point ces nouveaux reptiles préhistoriques enflamment l'imagination des paléontologues, et sans doute aussi du public. La tentative de dépeindre les écosystèmes que fréquentaient les animaux des temps antédiluviens commence à être dans l'air du temps. En témoignent, par exemple, les scènes où John Martin représente des dinosaures (le grand groupe de reptiles de l'ère mésozoïque), des ichthyosaures ou des plésiosaures au milieu d'une végétation luxuriante. Ces reptiles géants s'allient

parfaitement à l'imaginaire romantique.

En 1838, alors que ses grandes découvertes sont derrière elle, la paléontologue reçoit une rente de 25 livres annuelles, ce qui lui permet d'échapper définitivement à la précarité. Atteinte d'un cancer, en 1845, elle reçoit une nouvelle aide de la communauté scientifique. À sa mort, le 9 mars 1847, ses pairs lui rendent hommage. De la Beche lui consacre un article dans le *Quarterly Journal of the Geological Society of London*, en 1848.

Toutefois, par la suite, ses contributions à la paléontologie seront quelque peu occultées dans le milieu des paléontologues. Elle y reste connue comme une découvreuse de fossiles d'un très grand intérêt ; mais elle n'a jamais publié d'article scientifique, et elle n'est donc pas placée sur le même rang que d'autres géologues de son temps. Les femmes, par ailleurs, ne seront admises au sein de la Société de géologie britannique qu'en 1904. En revanche, dans la mémoire collective, le souvenir de Mary Anning reste vif, en raison de ses spectaculaires découvertes de terrain. Ainsi, au siècle suivant, l'illustrateur Charles Edmund Brock (1870-1938) représente, dans le livre d'Arthur Mee *L'encyclopédie des enfants*, la jeune adolescente sur le point d'exhumer son fameux ichthyosaure.

En 1999, à l'occasion du bicentenaire de sa naissance, des paléontologues et des géologues internationaux se sont rassemblés à *Lyme Regis* pour honorer la mémoire d'une femme au destin hors du commun. En 2001, dans son livre *The Dragons Seekers* (les chasseurs de dragons), le paléontologue Christopher McGowan, du Musée royal de l'Ontario, a rappelé que des ichthyosaures sont encore aujourd'hui exhumés dans les falaises de *Lyme Regis*, aux endroits même que Mary Anning fouillait voilà quelque 200 ans.

Rétrospectivement, les historiens estiment que ses découvertes ont contribué à forger l'idée d'une profondeur des temps géologiques. Avec la paléontologie, l'homme devenait en mesure de voyager dans le temps et de découvrir des faunes inconnues. Le mérite de Mary Anning est d'avoir été l'un des pionniers de cette aventure malgré des conditions de vie particulièrement difficiles et sa qualité de femme.



PORTAIT DE MARY ANNING (1799-1847), par le peintre B.J. Bonne.

## ✓ BIBLIOGRAPHIE

M.J.S. Rudwick, *Bursting the limits of time : The reconstruction of geohistory in the age of revolution*, The University of Chicago Press, 2007.

P. Pearce, *Jurassic Mary. Mary Anning and the primeval monsters*, Sutton Publishing, 2006.

F. Duranthon, *Histoire de dinosaures*, Bréal, 2004.

P. Taquet, *Quand les reptiles marins anglais traversaient la Manche*, *Ann. Paléontologie*, vol. 89, pp. 37-64, 2003.

C. McGowan, *The dragon seekers*, Persus Publishing, 2001.

Y. Gayraud-Valy et H. Thomas, *Les fossiles : empreinte des mondes disparus*, Gallimard-Jeunesse, 2000.

E. Buffetaut, *Histoire de la paléontologie*, Que Sais-Je?, PUF, 1998.

 LOGIQUE & CALCUL

# La répartition idéale des biens existe-t-elle ?

*Différents objectifs et différentes méthodes sont utilisables pour répartir des biens ou des ressources : ils conduisent à des résultats incompatibles.*

Jean-Paul DELAHAYE et Philippe MATHIEU

L'histoire de la modélisation dans les sciences humaines et en particulier en économie conduit presque invariablement à une double conclusion. 1) Il est très difficile de faire des modèles précis et exacts ; quand vous essayez, une bonne âme vous explique que vous êtes naïf en pensant représenter le réel avec la méthode retenue. 2) Concevoir des modèles et les étudier est important : on dégage des idées, on rend possibles des théorèmes et des programmes qui renforcent la compréhension et aident à prendre de meilleures décisions.

## Le partage des richesses

Le partage de ressources entre les membres d'une communauté est un éternel problème humain, souvent très mal résolu. L'humanité ne cerne pas bien le but qu'elle poursuit et veut concilier des objectifs contradictoires.

Ce problème se pose quand il faut répartir les richesses disponibles entre les agents économiques, entre individus, entre groupes sociaux, entre entreprises ou institutions concurrentes, etc., mais aussi quand on doit décider comment attribuer le temps de parole, partager l'eau, l'électricité, les recettes fiscales, ou des moyens techniques entre diverses entités qui attendent chacune leur part. Améliorer l'efficacité d'un algorithme ou d'un réseau d'ordinateurs se ramène aussi bien souvent à un problème d'allocation ; c'est ce qui explique que, venant en renfort aux

économistes et aux mathématiciens, les informaticiens étudient aujourd'hui ces questions.

Examinons le problème sur un exemple simple et considérons deux entités [deux « agents »] qui doivent se partager divers biens [supposés insécables] auxquels elles accordent plus ou moins de valeur. Les agents seront notés *A* et *B*. Les biens seront notés *a*, *b*, *c* et *d*. Nous supposons qu'il n'y a qu'un exemplaire de chaque bien.

## Que souhaitez-vous ?

L'agent *A* attribue autant d'importance au bien *a* et au bien *b* (utilité 10), et moins aux deux autres (utilité *c* = 3, utilité *d* = 1). L'utilité d'un bien, l'intérêt qu'on éprouve pour le bien, est ici toujours mesurée par un entier positif. Les utilités pour l'agent *B* des biens *a*, *b*, *c* et *d* sont respectivement de 2, 3, 2, et 2.

| Utilités       | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> |
|----------------|----------|----------|----------|----------|
| Agent <i>A</i> | 10       | 10       | 3        | 1        |
| Agent <i>B</i> | 2        | 3        | 2        | 2        |

Bien sûr, on pourra envisager d'autres exemples avec plus de deux agents et plus de quatre biens à répartir, chacun pouvant aussi exister en plusieurs exemplaires.

Pour simplifier, imaginons dans un premier temps qu'un monarque absolu décide de l'attribution des biens. Comment doit-il les distribuer au mieux ? Posez-vous la question quelques secondes, avant de lire la suite.

Votre réponse est sans doute : la meilleure allocation des biens aux agents dépend du but que le monarque poursuit. S'il veut que, globalement, la « société »

de ses deux sujets soit la plus satisfaite [recherche du bien-être social maximum], il doit trouver l'allocation des ressources qui conduit à une somme maximale d'utilités. Pour chaque allocation possible, la satisfaction d'un agent est la somme des utilités [comptées avec ses valeurs] pour les biens qui lui sont attribués. La meilleure allocation maximalise la somme des satisfactions des deux agents : *max-som*.

Rien ne dit que le but du monarque soit cette maximisation globale du total des satisfactions [point de vue *utilitariste*]. Le monarque, soucieux de ne pas trop défavoriser un agent, peut rechercher l'allocation qui donne la plus grande valeur possible à la satisfaction de l'agent le moins bien servi : il cherche à maximiser le minimum des satisfactions de *A* et de *B* : *max-min*. Ce point de vue *égalitariste* évite qu'un agent soit trop mécontent. Notons cependant que cela peut être catastrophique et se faire aux dépens de l'utilité globale. Il faut choisir !

Ce choix est un problème moral et politique, pas mathématique. Hélas, l'intérêt général [utilitarisme] ne coïncide que rarement avec l'intérêt du plus pauvre [égalitarisme] comme nous le verrons plus loin.

Présentons aussi une troisième conception nommée *élitiste*. Pour l'élitiste, ce qui compte, c'est que le plus satisfait ait la satisfaction la plus grande possible : *max-max*. L'idée se défend si, par exemple, diverses entités composées de plusieurs agents doivent s'affronter et que chaque entité est représentée par le « champion » du groupe. L'intérêt du monarque sera de concentrer

## LE JUGEMENT DE SALOMON



© The Art Archive/Corbis

Salomon, nouveau roi des Hébreux, reçoit en songe un message de l'Éternel : « Demande ce que tu veux que je te donne. » Salomon répond : « Accorde donc à ton serviteur un cœur intelligent pour juger ton peuple, pour discerner le bien du mal ! »

Peu de temps après, se présentent devant lui deux prostituées. La première raconte les faits suivants : elles vivent ensemble, seules dans une maison et ont accouché à peu d'intervalle chacune d'un fils. Or, toujours d'après son récit, l'enfant de l'autre femme est mort car « elle s'était couchée sur lui ». Puis, elle aurait interverti les deux enfants afin de conserver pour elle l'enfant vivant.

Et les voilà demandant justice à Salomon, chacune accusant l'autre d'être la mère de l'enfant mort et réclamant pour elle l'enfant vivant. On connaît le verdict de Salomon : « Coupez en deux l'enfant qui vit, et donnez-en la moitié à l'une et la moitié à l'autre. » La vraie mère sera celle qui accepte de ne plus l'être pour qu'au moins son enfant vive : « Ah mon seigneur, donnez-lui l'enfant qui vit et ne le faites point mourir. »

Que disent les mathématiques du problème de Salomon ? Imaginons les données suivantes. Une des deux mères, *A*, alloue 20 points à l'enfant vivant avec elle, 6 points pour l'attribution de l'enfant à la mère *B*, et 5 points pour la moi-

tié de l'enfant coupé en deux. L'autre mère, *B*, attribue 13 à l'enfant vivant avec elle, 0 point pour l'attribution de l'enfant à la mère *A* et 4 points à la moitié de l'enfant coupé en deux.

Le jugement utilitariste favorisant la somme des allocations des deux agents donne l'enfant à la mère *A*, la somme des allocations étant égale à 20. Le jugement égalitariste, qui recherche l'allocation donnant la plus grande valeur possible à la mère la moins bien servie, c'est-à-dire 4, amènerait Salomon à ordonner que l'enfant soit coupé en deux... La loi de distribution de biens est affaire de choix : ici l'égalitarisme n'indique pas la solution satisfaisante.

## LES AUTEURS



Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).  
Philippe MATHIEU est professeur à l'Université de Lille et directeur de l'équipe Systèmes multi-agents et comportements (SMAC du LIFL).

## ✓ BIBLIOGRAPHIE

Kenneth Arrow, *Social Choice and Individual Values*, Yale University Press, 1963.

Ulrich Endriss, Nicolas Maudet, Fariba Sadri et Francesca Toni, *Negotiating socially optimal allocations of resources*, *Journal of Artificial Intelligence Research*, 25, 315-348, 2006.

Silvia Estivie, Yann Chevaleyre, Ulrich Endriss et Nicolas Maudet, *How equitable is rational negotiation ?*, *AAMAS'06*, 866-873, Japan, Hakodate, ACM Press 2006.

Tuomas Sandholm, *Contract types for satisfying task allocation : theoretical results*, *AAAI Spring Symposium : Satisfying Models*, USA, California, Stanford University, 23-25, 1998.

Antoine Nongillard, Philippe Mathieu et Brigitte Jaumard, *A multi-agent resource negotiation for the utilitarian welfare*, *ESAW'08 (Engineering Societies in the Agents World)*, et LNAI 5485, Springer-Verlag, 2009.

les richesses sur un seul agent, celui qui est le plus à même de représenter le groupe.

Un autre point de vue encore est celui qui opère un compromis entre les trois points de vue précédents. On l'appelle le point de vue *nashien*, du nom du mathématicien économiste John Nash.

Le point de vue nashien est que la meilleure allocation maximise le produit des satisfactions des agents : *max-pro*. Pour que ce produit soit grand, il ne faut pas que certains agents ne reçoivent rien (car, si un facteur est nul, le produit l'est aussi), mais aussi qu'une certaine équité soit assurée (par exemple, quand la somme  $s$  de deux nombres  $a$  et  $b$  est fixée, le maximum du produit  $ab$  est atteint pour  $a = b = s/2$ ). Le point de vue nashien conduit à une allocation équilibrant à peu près les satisfactions des divers agents et assure que le total des satisfactions reste élevé.

## Quatre allocations optimales différentes

Pour voir que les quatre objectifs possibles d'un monarque ne conduisent pas à la même allocation optimale, examinons notre exemple... que nous avons choisi pour prouver que les quatre objectifs possibles sont tous différents.

| Utilités | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|----------|-----|-----|-----|-----|
| $A$      | 10  | 10  | 3   | 1   |
| $B$      | 2   | 3   | 2   | 2   |

Pour obtenir la meilleure allocation correspondant au point de vue utilitariste, on donne chaque bien à celui qui y accorde le plus d'importance et donc  $A$  se voit attribuer les biens  $a$ ,  $b$  et  $c$  et  $B$  récupère  $d$ . La satisfaction de  $A$  est  $10+10+3$ , celle de  $B$  est 2 et donc le total, le bien-être social, vaut 25. On ne peut pas faire mieux et cette allocation optimale se note :

$\{A \{23\} : a, b, c ; B \{2\} : d\} \text{ max-som} = 25$ .

Bien sûr,  $B$  se sentira mal aimé. Un monarque égalitariste et donc soucieux de faire que le moins bien loti de ses sujets reçoive le plus possible donnera le bien  $a$  à  $A$  (qui aura donc 10) et les biens  $b$ ,  $c$ ,  $d$  à  $B$  (qui aura donc 7). Il est impossible de faire mieux que 7 pour le minimum des agents, car pour que  $B$  ait plus que 7, il faudrait tout lui don-

ner et  $A$  se retrouverait avec 0. L'allocation égalitariste optimale est :

$\{A \{10\} : a ; B \{7\} : b, c, d\} \text{ max-min} = 7$ .

Le coût du point de vue égalitariste est de 8 utilités. En effet, au lieu d'avoir un total de 25 utilités, la communauté des deux agents  $A$  et  $B$  dispose d'un total de seulement 17 utilités. Le point de vue utilitariste ne coïncide pas avec le point de vue égalitariste ; c'est décevant, et mieux vaut en avoir conscience. Malheureusement, ce n'est pas tout : le point de vue élitiste, lui encore, produit une allocation optimale différente. Il faut tout donner à  $A$  et rien à  $B$ . Il est évident que c'est la meilleure allocation pour l'élitiste, car pour maximiser ce que le meilleur possède, il faut tout lui donner. Comme ici, il est plus rentable de tout donner à  $A$  qui en tire une utilité totale de 24 que de tout donner à  $B$  qui n'en aurait tiré qu'une utilité totale de 9, le mieux est que  $A$  prenne tout. Le monarque élitiste opte donc pour :

$\{A \{24\} : a, b, c, d ; B \{0\} : \text{rien}\} \text{ max-max} = 24$ .  
Remarquons que, là encore, le choix élitiste engendre un coût pour la communauté formée par  $A$  et  $B$  : globalement, elle n'obtient que 24 utilités alors que 25 est possible.

Pour le point de vue nashien, la meilleure allocation est de donner les biens  $a$  et  $b$  à  $A$  et  $c$  et  $d$  à  $B$ , ce qui engendre une satisfaction de 20 pour  $A$  et de 4 pour  $B$ , et donc un produit des satisfactions de 80. On ne peut pas faire mieux pour le produit. L'allocation optimale pour le nashien est donc encore différente des trois précédentes :

$\{A \{20\} : a, b ; B \{4\} : c, d\} \text{ max-pro} = 80$ .

Selon l'objectif que le monarque se fixe, quatre répartitions différentes sont les meilleures allocations ! Pour résoudre un problème d'allocation, il est nécessaire d'avoir analysé ce qu'on croit le meilleur objectif pour la communauté concernée ! Cette leçon morale et politique mériterait d'être connue de tout citoyen, car elle montre qu'il n'y a pas qu'une seule conception possible de l'intérêt général, mais plusieurs, et qu'un compromis est inévitable. La question de savoir si le point de vue nashien est le bon compromis admet probablement une réponse négative, car d'autres compromis sont envisageables, et mathématisables, conduisant à d'autres solutions optimales...



## Complications

S'il y a  $n$  agents et  $m$  biens à répartir, le nombre d'allocations possibles est  $n^m$ , ce qui est vite énorme. Pour 100 biens et 10 agents, cela fait  $10^{100}$ , ce qu'on ne peut pas traiter en envisageant chaque cas : les plus gros calculs informatiques faisables aujourd'hui comportent de l'ordre de  $10^{24}$  opérations. On utilise donc des méthodes mathématiques plus subtiles. Pour le point de vue utilitariste et le point de vue élitiste, on connaît d'excellents algorithmes rapides ; pour le point de vue égalitariste, cela devient plus difficile, et pour le point de vue nashien, on est très rapidement dans l'impossibilité de calculer en temps raisonnable la solution optimale et on doit donc se contenter de solutions approchées.

D'autres difficultés sont plus profondes et plus graves : elles naissent de l'hypothèse qu'un monarque puisse être parfaitement informé et puisse décider des attributions de chacun.

Pour rendre le modèle plus réaliste, il faut le reformuler en prenant en compte deux éléments. D'une part (a), le fait que les biens au début sont déjà dans les mains de certains agents, peut-être mal répartis, mais d'une façon qu'il faut prendre en compte. D'autre part (b), que tous les échanges ne sont pas intéressants pour les agents qui, sauf cas particuliers, ne souhaiteront pas y perdre quand évoluera l'allocation initiale.

Quels échanges peuvent souhaiter faire des agents détenteurs de biens ? Avec ces échanges acceptables, les agents réussiront-ils à construire une allocation intéressante selon un des points de vue utilitariste, égalitariste, élitiste ou nashien ?

## Ne pas y perdre

Lors d'un échange de biens, personne ne souhaite perdre. Si tous les agents attribuaient les mêmes valeurs aux biens, aucun échange ne serait possible, car ce que l'un gagnerait serait perdu par l'autre. Quand les agents n'accordent pas les mêmes valeurs aux différents biens, certains échanges sont gagnants pour les deux agents.

Si j'ai des pommes et que je les aime moins que les poires, et si vous avez des

## ÉCHANGES RATIONNELS ET SUITE D'ÉCHANGES



Un marché du troc au Pérou

Un échange de biens entre l'agent  $A$  et l'agent  $B$  est rationnel (l'agent  $A$  donne un de ses biens à  $B$ , et l'agent  $B$  donne en échange un de ses biens à  $A$ ) si  $A$  y gagne (sa satisfaction est plus élevée après l'échange) et si  $B$  y gagne aussi.

Considérons les biens  $a, b, c, d, e, f$  et les agents  $A, B, C$  qui y attribuent les valeurs (utilités) suivantes :

| Utilités  | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $f$ |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Agent $A$ | 1   | 2   | 3   | 9   | 1   | 1   |
| Agent $B$ | 2   | 1   | 1   | 2   | 3   | 5   |
| Agent $C$ | 3   | 1   | 1   | 10  | 5   | 3   |

On suppose que l'allocation initiale est :  $\{A (10) : a, d ; B (4) : b, e ; C (4) : c, f\}$   $som = 18$ .

Voici la liste complète des échanges rationnels :

- $A$  donne  $a$  à  $B$  et  $B$  donne  $b$  à  $A$ . La satisfaction de  $A$  passe de 10 à 11, celle de  $B$  passe de 4 à 5.

- $A$  donne  $a$  à  $C$  et  $C$  donne  $c$  à  $A$ . La satisfaction de  $A$  passe de 10 à 12, celle de  $C$  passe de 4 à 6.

- $B$  donne  $e$  à  $C$  et  $C$  donne  $f$  à  $B$ . La satisfaction de  $B$  passe de 4 à 6, celle de  $C$  passe de 4 à 6.

Parmi les suites d'échanges rationnels, il y a les deux suivantes :

Suite d'échanges rationnels 1 :  
 $[A \text{ donne } a \text{ à } B \text{ et } B \text{ donne } b \text{ à } A]$   
 $[B \text{ donne } e \text{ à } C \text{ et } C \text{ donne } f \text{ à } B]$ .

Cette suite conduit à l'allocation :  
 $\{A (11) : b, d ; B (7) : a, f ; C (6) : c, e\}$   $som = 24$ .

Suite d'échanges rationnels 2 :  
 $[B \text{ donne } e \text{ à } C \text{ et } C \text{ donne } f \text{ à } B]$   
 $[A \text{ donne } a \text{ à } C \text{ et } C \text{ donne } c \text{ à } A]$ .

Cette suite conduit à l'allocation :

$\{A (12) : c, d ; B (6) : b, f ; C (8) : a, e\}$   $som = 26$ .

Chacune de ses deux allocations finales est telle que plus aucun échange rationnel ne peut se produire (marché bloqué).

On tire de cet exemple deux conclusions.

- Une séquence d'échanges rationnels peut conduire à une allocation bloquée qui n'est pas la meilleure de celles accessibles par des suites d'échanges rationnels (c'est ce qui se passe dans le cas de la suite d'échanges 1) : laisser faire le marché ne donne pas nécessairement l'allocation optimale que le marché puisse atteindre et l'issue des échanges dépend du hasard. Dans notre exemple, le problème est lié à l'ordre des rencontres de  $A$  avec  $B$  et  $C$  : si  $A$  rencontre  $B$  et échange avec lui, il ne pourra plus échanger avec  $C$ , alors que cela aurait été plus profitable.

- La suite d'échanges rationnels qui donne le meilleur résultat possible est la suite d'échanges 2 qui conduit à une allocation dont la somme des utilités est 26. Ce n'est pas l'allocation utilitariste optimale qui ici serait :  $\{A (5) : b, c ; B (5) : f ; C (18) : a, d, e\}$   $som = 28$ .

L'allocation optimale utilitariste est inaccessible si on s'impose de n'opérer que des échanges rationnels. Se restreindre à des échanges rationnels interdit donc dans certains cas d'arriver à la meilleure allocation, et remet au hasard l'accès à la meilleure allocation accessible qui peut se trouver exclue elle aussi à cause d'un ordre malheureux des échanges bloquant le marché prématurément qui manque alors doublement son optimum.

## Échanges multiples

L'exemple suivant (où l'on adopte le point de vue utilitariste) montre que si le réseau des relations entre agents est incomplet, il peut devenir impossible d'atteindre l'allocation optimale uniquement en faisant des dons sociaux (lorsque le réseau est complet, les dons sociaux conduisent toujours à l'allocation optimale). L'exemple montre aussi qu'en autorisant des échanges rationnels quelconques (plusieurs biens contre plusieurs, pourvu que chacun y gagne), alors une suite d'échanges conduit parfois à l'allocation optimale.

On suppose trois agents *A*, *B* et *C* disposés selon le schéma :  $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$

Les biens sont *a*, *b*, *c*, *d* et les agents y attribuent les valeurs suivantes :

| Utilités       | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> |
|----------------|----------|----------|----------|----------|
| Agent <i>A</i> | 2        | 6        | 9        | 1        |
| Agent <i>B</i> | 7        | 4        | 5        | 8        |
| Agent <i>C</i> | 3        | 10       | 4        | 2        |

On suppose que l'allocation initiale est :

$\{A(8) : a, b; B(5) : c; C(2) : d\}$  *som* = 15

L'allocation optimale est :

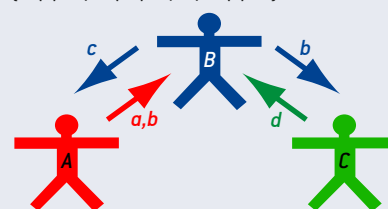
$\{A(9) : c; B(15) : a, d; C(10) : b\}$  *som* = 34

À partir de la situation de départ, même si les agents acceptent de faire des dons sociaux, on n'arrivera pas à l'allocation optimale, car *A* ne peut pas donner *b* (qui vaut 6 pour lui) à *B* (pour qui *b* ne vaut que 4).

En revanche, si les agents opèrent des échanges multiples (plusieurs biens contre un seul) et même en n'acceptant que des échanges

rationnels (chaque contractant y gagne), cette fois l'allocation optimale est atteinte en deux échanges. D'abord, *A* échange avec son voisin *B* les biens *a* et *b* contre *c* (*A* y gagne 1, *B* y gagne 6), ce qui donne :

$\{A(9) : c; B(11) : a, b; C(2) : d\}$  *som* = 22.



Ensuite *B* échange, avec son voisin *C*, *b* contre *d* (*B* y gagne 4, *C* y gagne 8), ce qui les conduit à l'optimum.

poires et que vous les aimez moins que les pommes, alors nous serons gagnants en échangeant. Tout le monde peut être gagnant dans un échange, et c'est bien pour cela qu'il y en a depuis la nuit des temps.

Un échange entre un agent *A* et un agent *B* est qualifié de *rationnel* si, comme dans l'exemple des pommes et des poires, chacun y trouve son compte. Aucune autorité régulatrice n'est nécessaire, car chacun en tire un bénéfice. Notons aussi que pour pratiquer un tel échange, chaque agent n'a besoin que de connaître ses propres utilités, aucune information globale centralisée n'est nécessaire.

Le problème économique de l'allocation, grâce à cette notion d'échange rationnel, peut mieux coller à la réalité. Partant d'une attribution de biens entre agents (fixée par des événements passés dont on ne remet pas en cause le résultat), est-il possible en opérant une suite d'échanges rationnels d'arriver à une allocation des ressources qui soit conforme au point de vue utilitariste (ou égalitariste, etc.) ? Si ce n'est pas possible, quelle est la suite d'échanges rationnels qui permet d'en approcher le plus ? Comment calculer ces suites optimales d'échanges ?

Le même problème peut être posé en imaginant des agents qui n'opèrent pas les échanges à deux, mais en se regroupant à trois ou plus. On peut aussi imaginer et étudier des agents altruistes qui acceptent, conscients que c'est l'intérêt général, d'opérer des échanges qui leur soient temporairement défavorables ou partiellement défavorables. Il est intéressant par exemple d'envisager des agents qui acceptent des échanges où ils sont perdants à la condition que glo-

balement le bien-être social augmente. Si un agent *A* possédant un bien qui pour lui vaut 5, le donne à un agent *B* pour qui le bien vaut 6, cela augmentera la valeur cumulée des utilités de 1 (et donc le bien-être social tel que le conçoit un utilitariste). Les échanges, où même si l'un des contractants est perdant, qui augmentent le bien-être social sont dénommés *échanges sociaux*. Lorsque l'échange se réduit au passage d'un seul bien d'un agent à un autre, on parle de *don social*.

## Indispensables dons sociaux

Les problèmes plus réalistes qui n'envisagent que des échanges rationnels, ou que des échanges sociaux, conduisent à des leçons intéressantes. Voici quelques-uns des résultats obtenus.

— Comme on s'y attendait, en partant d'une répartition quelconque et en n'envisageant que des échanges rationnels (à deux ou même à plus de deux), il sera rare d'arriver à la meilleure allocation utilitariste ou même conforme à un des autres points de vue. La raison en est très simple : si l'un des agents détient au départ beaucoup de biens, il n'acceptera pas de s'en séparer pour aller vers une allocation qui satisfasse un point de vue collectif (quel qu'il soit). Avec les données de notre exemple, si, au départ, tous les biens sont dans les mains de *B*, aucun échange rationnel ne sera possible, et on restera dans la situation initiale qui n'est une bonne allocation selon aucun des quatre points de vue considérés. Une société d'agents qui n'acceptent de procéder qu'à des échanges rationnels, une

forme d'égoïsme, se condamne à ne pas atteindre une bonne satisfaction générale, et cela quel que soit le point de vue utilitariste, égalitariste, élitiste ou nashien.

— En revanche, quelle que soit l'allocation initiale, il existe une suite de dons sociaux qui conduit à l'allocation optimale pour le point de vue utilitariste. L'idée de la démonstration est que chaque agent qui détient un bien dont l'utilité pour lui est inférieure à l'utilité pour un autre agent le lui donne. Chaque don de ce type améliore le total des satisfactions, et cette suite de dons sociaux ne s'arrête que lorsque chaque bien est dans les mains de celui pour lequel l'utilité du bien est la plus grande. Toute suite de tels dons sociaux sera finie et aboutira à l'allocation optimale utilitariste.

On a là une situation intéressante, où les agents, pourvu qu'ils acceptent d'opérer des dons sociaux, vont vers la solution optimale utilitariste et cela sans contrôle centralisé des échanges. La conclusion est ici très morale : sans dons sociaux, si chacun n'accepte que de faire des échanges rationnels, alors l'allocation optimale utilitariste est le plus souvent inaccessible, alors que si chacun pratique le don social, on arrive à cette allocation optimale. En redéfinissant la notion de don social pour l'adapter aux autres points de vue, on a des résultats analogues.

— Sur un plan algorithmique, le calcul des séquences d'échanges rationnels conduisant à l'allocation la meilleure selon tel ou tel point de vue est plus compliqué que le simple calcul de l'allocation optimale : il faut considérer une grande variété de suites d'échanges rationnels, certaines d'entre elles conduisant à des impasses (c'est-à-dire à des allocations non optimales qu'on ne peut plus faire évoluer, voir l'encadré de la page 91). Un problème délicat aussi est celui de la décision d'arrêt : quand et comment les agents sont-ils informés qu'ils ont fait assez de transactions et qu'ils peuvent s'arrêter ? Diverses variantes du problème ont été examinées et des algorithmes ont été élaborés pour calculer efficacement les bonnes séquences d'échanges rationnels ou autres.

Ces modèles de la recherche des séries optimales d'échanges rationnels, comme toute modélisation mathématique en sciences humaines, ne sont pas jugés assez réalistes. Dans le cas des échanges rationnels, ils présentent au moins deux défauts majeurs.

— S'il existe une suite d'échanges (conduisant par exemple à la meilleure allocation utilitariste accessible), comment les agents peuvent-ils le savoir à moins de disposer chacun d'une source parfaite d'information et d'une bonne capacité de calcul ? Dans la réalité, les agents sont partiellement informés et ils font les échanges (rationnels ou non) en ne prenant en compte que ce qu'ils savent et bien souvent en préférant mener

les échanges les meilleurs pour eux dans l'immédiat, même si cela les conduit dans l'impasse. Ces politiques égoïstes engendrent des échanges qui conduisent à une assez bonne allocation, mais pas la meilleure de celles accessibles. La coordination des échanges par une autorité est, dans certains cas, envisageable : elle reste toujours difficile, car les agents croient qu'ils sont mieux placés que quiconque pour défendre leur intérêt. Le marché s'autorégule mal !

— Dans la réalité, les agents sont situés dans un espace qui n'est pas homogène. Des contraintes géographiques (ou d'autre nature) limitent les échanges possibles. En clair, le graphe des échanges possibles n'est pas un graphe complet (chaque agent n'est pas relié à chaque autre). Ce graphe « d'acquaintance » incomplet doit être pris en considération.

## La modélisation multi-agents

Des travaux récents montrent qu'une série de transactions fondées sur une information locale et un graphe d'acquaintance permettent de s'approcher petit à petit d'une allocation optimale. On tente aussi de mettre au point des méthodes telles que plus on laissera les transactions s'opérer, meilleur sera le résultat atteint.

Plus les modèles tentent de devenir réalistes, plus il devient nécessaire de mettre en œuvre des techniques informatiques où chaque agent (économique, social, ou autre) est représenté par un programme indépendant. Les sources d'informations du programme et les interactions qu'il peut avoir avec les autres programmes du système sont définies et délimitées.

Ce type de représentation informatique, qui dans sa méthode approche du réel en mimant les composants objet par objet, est nommé simulation multi-agents. C'est une technique souvent plus satisfaisante que les modèles mathématiques, car la complexité de ces derniers est limitée par nos facultés de résolution des équations. Au contraire, la variété et la richesse des agents informatiques envisageables n'ont guère de bornes et permettent l'expérimentation systématique d'une multitude d'hypothèses complexes ainsi que la formulation d'explications naturelles.

Les systèmes multi-agents permettent de ne pas trop caricaturer le monde et accroissent l'intérêt des résultats obtenus. L'informatique aujourd'hui est une source de progrès dans la finesse et la précision des modèles, et tout cela permet aux chercheurs de découvrir sans cesse de nouvelles règles, de nouveaux principes et... de nouvelles morales. ■

## ART &amp; SCIENCE

# Une pharmacopée à la Prévert

*Un manuscrit du XVI<sup>e</sup> siècle révèle les médicaments et les produits cosmétiques qui ont été vantés par l'École de médecine de Salerne, en Italie. Cette institution faisait autorité en Europe au début du Moyen Âge.*

Loïc MANGIN

Salerno est une ville du Sud de l'Italie, sise dans la région de Campanie, sur la côte amalfitaine. Du X<sup>e</sup> au XIII<sup>e</sup> siècles, la ville accueillait la plus ancienne université de médecine d'Europe, la *Schola Medica Salernitana*, qui profita de sa position privilégiée, aux confluent du savoir antique et du monde arabe : les traductions en arabe de traités médicaux en grec y ont été transcrites en latin tandis que les traditions des Grecs Galien (II<sup>e</sup>-III<sup>e</sup> siècle) et Dioscoride (40-90) y ont été enrichies. Salerno fut la plus importante source de savoir médical en Europe au début du Moyen Âge.

Parmi les figures majeures de cette école, Trotula publica au XII<sup>e</sup> siècle le premier traité de gynécologie et d'obstétrique. Son supposé mari, le médecin Platearius, s'attacha à l'instar de ses confrères à compiler les savoirs du monde. Ainsi, dans son *Liber de simplici medicina* (le *Livre des simples médecines*), il a thésaurisé les vertus médicinales, mais aussi alimentaires et cosmétiques de quantité de produits. L'ouvrage, pour l'essentiel un herbier, fut un succès et fut recopié dans toute l'Europe. Un exemplaire réalisé au début du XVI<sup>e</sup> siècle dans l'Ouest de la France est aujourd'hui exposé au musée national du Moyen Âge, à Paris, dans le cadre d'une exposition *Le Bain et le Miroir*, jusqu'au 21 septembre 2009. La deuxième partie de cette exposition – les œuvres de la Renaissance – est installée au musée de la Renaissance, à Écouen, dans l'Oise.

La page offerte aux yeux des visiteurs (page ci-contre) rassemble des objets hétéroclites qui tous étaient recherchés pour

quelque propriété. Voyons les prescriptions de Platearius pour chaque élément.

L'*Emathites*, l'hématite, un oxyde de fer ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ), restreignait le flux de sang (elle tire son nom du grec *emath*, le sang et du latin *thites*, flux). On l'utilisait notamment contre les saignements de nez, mais aussi, mêlée à du miel ou du lait de femme, pour soigner les yeux. L'*Asphaltum*, l'asphalte, en poudre, favorisait la cicatrisation. Les *Belliculi*, ou nombrils marins, sont des coquillages qui, en onguent avec de la graisse de poule, éclaircissaient les visages. Les *Blactebi*, ou

**Du vitriol contre  
les hémorroïdes ;  
de l'ammoniac  
pour blanchir les dents ;  
de la poudre de momie  
quand le nez saigne...**

blattes de Byzance, sont des opercules de mollusques univalves, du genre pourpre, qui confortaient et purifiaient l'organisme. L'*Armoniac*, un sel d'ammoniac que l'on trouve en Arménie, éliminait les taches sur le visage des femmes. La *Céruse*, ou blanc de Saturne ou fleur de plomb, est un pigment blanc utilisé comme fard. Le *Corail* rouge soignait les yeux et les poumons, blanchissait les dents et, même, préservait les maisons de la foudre. Le *Cantabrum*, le son du froment, guérissait les douleurs urinaires et rénales. Le *Dragantum* (ou vitriol ou couperose) est un sulfate ferreux anhydre prescrit, par exemple, contre les hémorroïdes.

L'*Argent vif*, c'est-à-dire le mercure, tuait les poux. La *Chaulx*, ou chaux vive, associée à de l'huile et à du suif, éliminait les boutons. La *Colofania*, ou colophane, est la gomme d'un arbre méditerranéen qui soignait l'asthme. L'*Os de seiche* pulvérisé blanchissait les dents et le visage. L'*Amidum*, l'amidon, améliorait la respiration et était recommandé en cas de toux. Enfin, la *Mumie* (la momie), quand elle était noire puante et ferme, arrêtaient les saignements de nez. Ceux qui crachaient du sang de leur poitrine étaient traités avec des pilules faites de poudre de momie et de mastic.

Cette pharmacopée à la Prévert fit autorité pendant plusieurs décennies. Ainsi, au XVI<sup>e</sup> siècle, la poudre de momie était encore très demandée en Europe, car, selon certains médecins, le bitume qu'elle contenait guérissait diverses maladies.

L'ouvrage de Platearius est un exemple de ce que fut l'École de Salerne : un carrefour où convergeaient les savoirs, les momies venant d'Égypte, la colophane de Grèce, l'asphalte de Judée... Accréditant cette idée, une légende propose que l'École de médecine de Salerne ait été fondée par le Juif Helinus, le Grec Pontus, l'Arabe Adela et le Latin Salernus.

Le premier ouvrage qui a fait connaître Salerne est le *Pantegni*, 20 volumes de médecine traduits de l'arabe par Constantin l'Africain (1010-1087), un médecin dont l'arrivée à Salerne marqua le début de la renommée de la ville. Elle sera éclipsée au XIII<sup>e</sup> siècle par l'École de médecine de Montpellier.

La planche s'éclipsera aussi et sera remplacée dès le 20 août par une autre page du manuscrit, afin de la préserver.