

- Trouver le nombre premier p_1 qui commence une suite de six nombres premiers consécutifs $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$, chacun d'eux ayant pour somme de ses chiffres le même entier qui doit être un nombre premier.

La réponse est 354 963 229, dont la somme des chiffres est 43, et qui est suivi par les cinq nombres premiers : 354 963 283, 354 963 319, 354 963 337, 354 963 373, 354 963 391, dont la somme des chiffres est à chaque fois 43.

- Trouver le plus petit nombre entier ne se terminant pas par des zéros et qui peut s'écrire comme la somme du carré de deux nombres premiers distincts de quatre façons différentes.

La réponse est 39 338, qui s'écrit :
 $39\,338 = 23^2 + 197^2 = 97^2 + 173^2 = 107^2 + 167^2 = 113^2 + 163^2$.

Démonstration automatique

Si on y réfléchit un peu, on est amené à conclure que le dictionnaire doit être considéré comme une immense collection de théorèmes mathématiques donnés sans démonstration. Dans la plupart des cas, un ordinateur et un programme sont nécessaires pour contrôler la justesse des affirmations proposées, car une démonstration directe avec un papier et un crayon est impossible ou demanderait bien trop de temps et de patience.

Le dictionnaire et le site Internet peuvent donc être vus aussi comme des collections d'énoncés arithmétiques non démontrables par le mathématicien seul, qui est contraint de s'adjoindre une machine pour explorer ce type de vérités mathématiques. Il s'agit d'une base de résultats mathématiques démontrés par ordinateur et non démontrables humainement.

L'informatique est donc utile pour ce dictionnaire pas uniquement pour coordonner le travail entre amateurs et organiser la base de données des résultats ; elle joue aussi un rôle central dans la recherche, la preuve et le contrôle de chacune des milliers de propriétés sélectionnées. Les rapports entre mathématiques et informatique

sont de plus en plus resserrés et c'est aussi vrai dans le domaine des mathématiques récréatives.

Le tableau d'honneur des plus prolifiques producteurs de nombres premiers curieux indique la liste de neuf noms d'amateurs ayant proposé chacun plus de 200 entrées. Le contributeur classé premier est Shyam Sunder Gupta, qui est à l'origine de 606 entrées du dictionnaire. Il est suivi de Jonathan Vos Post, à qui l'on doit 519 entrées. Il faut admirer la quantité de travail de programmation, la patience et l'inventivité extrême exigées pour arriver à de tels résultats.

Exécutable et illégal ?

Parmi les curiosités les plus troublantes, il y a celle des *nombres premiers exécutables*. Un nombre premier peut toujours être écrit en base 2, auquel cas il représentera parfois un programme informatique pour un type particulier de machines.

Les microprocesseurs les plus courants ayant des instructions d'un octet (8 bits) sont ceux de la série x86. La plus petite instruction est alors celle associée au nombre 195 qui exécute l'instruction RET (*return*). Cet octet peut être écrit dans un fichier de type .com et constituera alors un programme exécutable pour les machines DOS (*Windows*). Malheureusement, 195 n'est pas un nombre premier.

Selon Phil Carmody, qui a étudié le problème de près, les trois plus petits nombres premiers exécutables sont :
 $38 \times 256 + 195 = 9\,923$, $46 \times 256 + 195 = 11\,971$, $47 \times 256 + 195 = 12\,227$, qui ne font rien de très intéressant, mais sont d'authentiques programmes !

Le premier nombre premier exécutable réalisant quelque chose d'intéressant (avec les mêmes règles du jeu que précédemment) est un nombre de 1 811 chiffres décimaux qui commence par : 4 931 083 597 028 501 900 27 577 767 239 076 495 728 49 077 721 502 0 (voir http://primes.utm.edu/curios/page.php?number_id=1214 pour la liste complète des chiffres).

Ce nombre traduit en binaire est équivalent à un petit programme écrit par Charles Hannum qui implémente DecSS, un

L'AUTEUR



Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

BIBLIOGRAPHIE

Ch. Caldwell, *The Prime Pages* (records, listes diverses, etc.), <http://primes.utm.edu/>

Ch. Caldwell et G. L. Honaker, *Prime Curios !* : <http://primes.utm.edu/curios/>

Chr. Caldwell et G. L. Honaker, *Prime Curios ! The Dictionary of Prime Number Trivia*, BookSurge, 2009.

J.-P. Delahaye, *Mille collections de nombres, Pour la Science*, n°379, pp. 88-93, mai 2009.

J.-P. Delahaye, *Merveilleux nombres premiers*, Pour la Science/Belin, 2010.

J. Moyer, *Some Prime Numbers* (page pour obtenir des listes de nombres premiers et des programmes pour les calculer) : <http://www.rsok.com/ffjrm/printprimes.html>

Wikipedia, *List of prime numbers* (des catégories particulières de nombres premiers) : http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_prime_numbers

Wikipedia, *Primality test* (informations et liens sur les tests de primalité) : http://en.wikipedia.org/wiki/Primality_test

© Pour la Science - n° 396 - Octobre 2010

Pariscience

festival international
du film scientifique

du 7 au 12 octobre 2010



entrée gratuite



6^e édition

Jardin des Plantes / Muséum national d'Histoire naturelle

Réservation conseillée sur

www.pariscience.fr

ast
association sciences & artistes

