

Offre spéciale Noël

Pour la Science
12 numéros

1 an • 56 €

**Et recevez en cadeau
le jeu de cartes astrofamily!**



**POUR LA
SCIENCE**

Recevez chaque mois votre magazine en version papier et consultez sa version numérique en format PDF sur **www.pourlascience.fr**

BULLETIN D'ABONNEMENT

À retourner accompagné de votre règlement à :
Service Abonnements • Pour la Science
8, rue Férou • 75278 Paris cedex 06

☐ **Oui, je m'abonne à Pour la Science seul** (12 n°s et leur version numérique)

1 an • **56 €** au lieu de ~~74,70*~~ € Participation aux frais de port : Europe (hors France métropolitaine) 12 € par an, autres pays 25 € par an.

☐ **Oui, je m'abonne à Pour la Science version web** (12 n°s)

1 an • **48 €**

☐ **Oui, je m'abonne à Pour la Science** (12 n°s et leur version numérique) + **les Dossiers** (4 n°s et leur version numérique)

1 an • **76 €** au lieu de ~~102,50*~~ € Participation aux frais de port : Europe (hors France métropolitaine) 16 € par an, autres pays 35 € par an.

☐ J'accepte de recevoir par e-mail des informations de Pour la Science

☐ J'accepte de recevoir par e-mail des informations des partenaires commerciaux de Pour la Science

Mes coordonnées (à remplir) :

Nom, prénom : _____

Adresse : _____

Code postal : _____ Ville : _____

Pays : _____ Tél.** : _____

E-mail** : _____

Je règle par :

☐ Chèque à l'ordre de Pour la Science

☐ Carte bancaire

Numéro de la carte _____

Date d'expiration _____

Code de sécurité*** _____

Signature obligatoire



En application de l'article 27 de la loi du 6 janvier 1978, les informations ci-contre sont indispensables au traitement de votre commande. Elles peuvent donner lieu à l'exercice du droit d'accès et de rectification auprès de Pour la Science. Par notre intermédiaire, vous pouvez être amené à recevoir des propositions d'autres organismes. En cas de refus de votre part, il vous suffit de nous prévenir par simple courrier.
* prix en kiosque ** facultatif *** Merci d'inscrire les 3 chiffres figurant au dos de votre carte

PLS398

LOGIQUE & CALCUL



Le plus célèbre des puzzles suggère de nouvelles variantes du jeu et d'intéressants problèmes de géométrie, que parfois seule la patience d'un ordinateur peut affronter.

Jean-Paul DELAHAYE

Le *Tangram* est sans doute le plus populaire des jeux géométriques. Tout le monde le connaît et y a joué au moins une fois. Sam Loyd, le célèbre amateur et inventeur de récréations mathématiques, en fait une présentation détaillée en 1903 dans un ouvrage intitulé *Le huitième livre de Tan* (« The Eighth Book of Tan ») où il propose plusieurs centaines de figures à réaliser avec les sept pièces du jeu... dont certaines sont impossibles à obtenir. Se prétendant bien informé, il donne des détails sur l'histoire du jeu :

« D'après le professeur Challenor, dont les manuscrits posthumes sont en ma possession, il existe en Chine sept livres de *Tangram* contenant chacun un millier de figures. Leur origine remonterait à il y a environ 4 000 ans. Ces livres sont si rares que le professeur Challenor, pendant les 40 ans qu'il a résidé en Chine, n'a réussi à voir des exemplaires complets que du premier et du septième, ainsi que quelques fragments du deuxième. Une portion de l'un des ouvrages, imprimés sur des feuilles d'or, a été retrouvée à Pékin par un soldat anglais qui l'acheta pour 300 livres à un collectionneur d'antiquités, et j'ai été aimablement autorisé à en reproduire certains motifs. »

Ces éléments d'histoire furent répétés avant que Martin Gardner fasse en 1974 une mise au point détaillée, où il explique que tout n'est qu'une affabulation malicieuse de Loyd. La plus ancienne trace écrite du jeu se trouve dans un livre de 1803,

publié effectivement en Chine, dont le titre signifie « Collection de formes pour le jeu à sept pièces ».

Un jeu pas si ancien

Le nom *Tangram* n'apparaît qu'en 1848 dans un ouvrage de Thomas Hill, *Problèmes géométriques pour les jeunes* (*Geometrical Puzzle for the Youth*). Lewis Carroll et Edgar Poe appréciaient le jeu et l'on raconte que Napoléon avait un *Tangram* à Sainte-Hélène. Le jeu est universel : on l'utilise dans les écoles et pour se distraire. Des dizaines de fabricants en proposent toutes sortes de réalisations matérielles en bois ou en plastique. Vous avez probablement un *Tangram* chez vous.

Le terme serait construit à partir du mot *tan*, qui aurait signifié prostituée dans certaines régions en Chine, et désignerait *Le jeu des prostituées*. Une autre hypothèse évoque l'ancien mot anglais *Trangram* avec deux *r*, signifiant jouet compliqué, qui aurait été repris et déformé. Dans le dictionnaire *Websters* de 1913, on trouve par exemple la définition : « *Trangram* : something intricately contrived. »

Le jeu est utile pour la familiarisation des jeunes enfants avec les formes de base de la géométrie. Mais il est peu mathématique si l'on ne se donne comme but que la reproduction des silhouettes imprimées sur les fascicules accompagnant les boîtes de jeu. Il suscite aussi une multitude de questions de nature vraiment mathématique dont certaines sont difficiles, voire non résolues.

Commençons par les plus simples en nous limitant au jeu du *Tangram* classique avec ses sept pièces bien déterminées : deux petits triangles isocèles rectangles *t*, un carré *c*, un parallélogramme *p* et un autre triangle isocèle rectangle *t'*, chacune des trois pièces *c*, *p* et *t'* ayant été obtenue en accolant deux *t*, et enfin deux grands triangles isocèles rectangles *t''*, obtenus cette fois avec quatre *t* chacun. En tout, on a les sept pièces, parfois dénommées *tan*.

Si l'unité de longueur est le petit côté de *t*, alors son hypoténuse a pour longueur $\sqrt{2}$. Le côté du carré *c* est 1 ; les côtés du parallélogramme *p* valent 1 et $\sqrt{2}$; ceux du triangle *t'* valent $\sqrt{2}$ et 2, et ceux de *t''* valent 2 et $2\sqrt{2}$.

Trois catégories de motifs

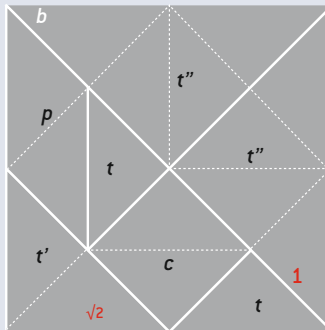
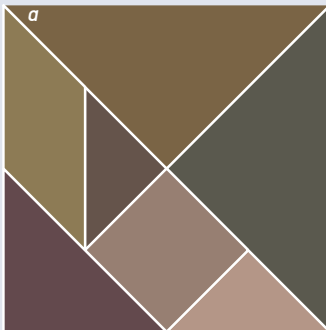
Il est utile de classer les motifs donnés à faire aux joueurs en trois catégories. Il y a les motifs généraux auxquels on ne demande que d'être d'un seul tenant, d'utiliser chaque pièce une fois exactement et bien sûr d'être sans recouvrement. Tous les motifs de la figure 1e, sauf le motif 11 dont une pièce est détachée des autres, sont des motifs généraux.

Les motifs propres seront les motifs généraux auxquels on impose en plus d'avoir un périmètre topologiquement équivalent à un cercle. Cela revient à exiger que l'intérieur du motif soit d'un seul tenant et qu'il n'y ait pas de trou dans le motif.

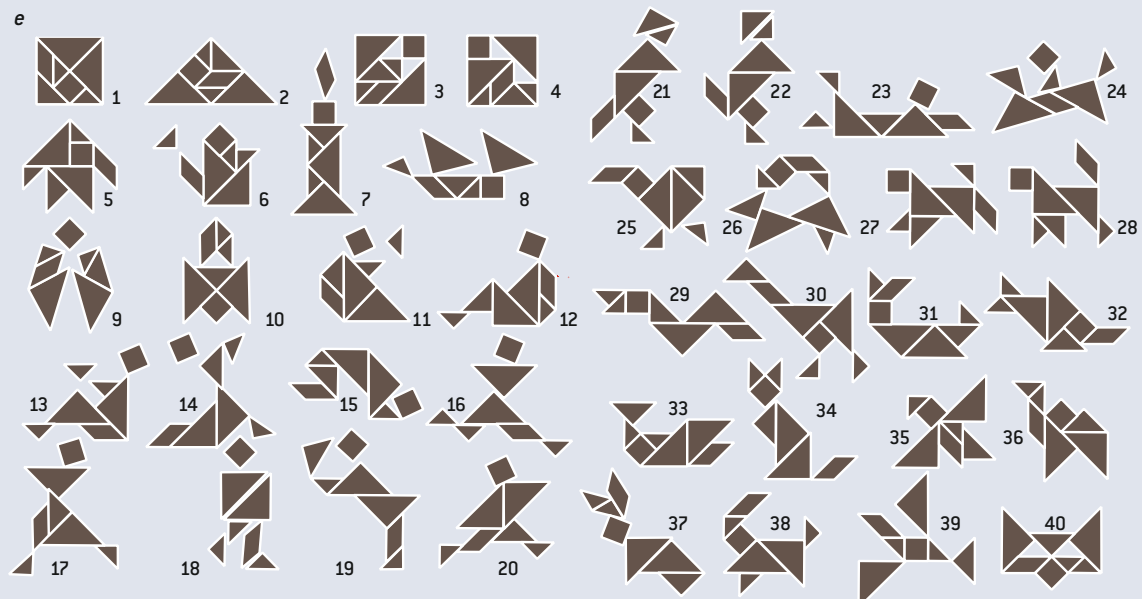
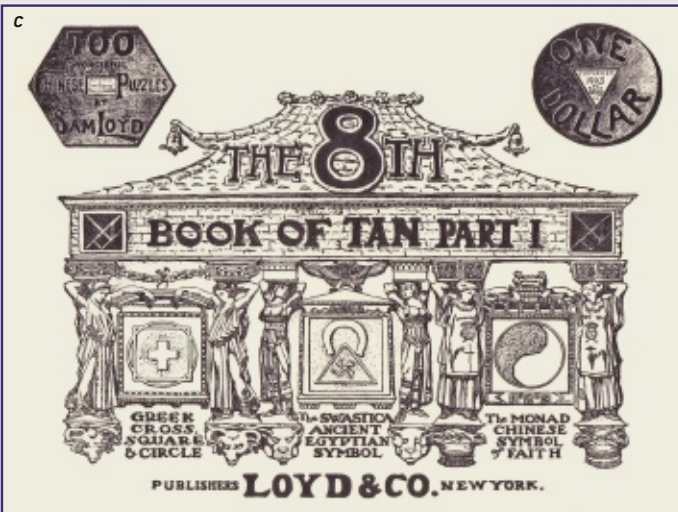


11

1. Le monde du *Tangram*



Le *Tangram* (a) est composé de sept pièces : le petit triangle isocèle rectangle t , le carré c , le parallélogramme p , le triangle isocèle rectangle t' , le triangle isocèle rectangle t'' , pièces qui sont toutes obtenues à partir de la plus petite (en double exemplaire), le triangle isocèle rectangle t de côté 1 et $\sqrt{2}$ (b). Sam Loyd a imaginé un inventeur chinois du *Tangram* du nom de Tan, et le huitième livre de Tan (c). En (d), un livre chinois du XIX^e siècle illustrant l'intérêt des géomètres chinois pour les *Tangrams*. En (e), quelques motifs parmi les milliers proposés par les amateurs du jeu.



Les motifs 1, 2, 33, 35, 36 sont des motifs propres (voir l'illustration ci-dessous). Le motif 10 n'est pas un motif propre, car il possède un trou, de même que le motif 40 qui en a deux. Les motifs 6, 7 et 8 ne sont pas des motifs propres pour une autre raison : deux pièces ne se touchent que par un point et non selon un segment.

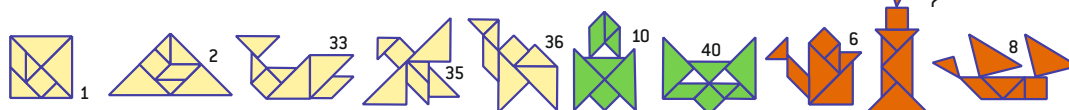
La troisième catégorie de figures à réaliser est celle des *snug-motifs* : en anglais *snug* signifie « petit et bien arrangé ». Ils sont plus contraints et utilisent l'idée que chaque pièce est composée à partir d'un même petit triangle isocèle rectangle t pris une, deux ou quatre fois. D'après la définition proposée par Ronald Read, les *snug-motifs* sont des motifs propres tels qu'en décomposant chaque pièce en triangles isocèles rectangles t , deux pièces ayant un segment en commun ont au moins un côté en commun pour deux de leurs triangles de base t (ce côté commun peut être le petit côté du triangle rectangle de base, ou son hypoténuse). On peut noter

donc pas si facile et qu'il publia. Essayez de la trouver ou faites un programme pour cela (voir la solution en figure 3).

Dénombrements manquants

Les dénombrements des trois grandes catégories de motifs du *Tangram* sont très faciles ou très difficiles. Il est bien évident que les motifs généraux et les motifs propres sont en nombre infini. Le fait de pouvoir faire pivoter certains groupes de pièces, ou d'en faire glisser continûment, rend cette infinité non dénombrable (c'est-à-dire de la même sorte que l'infinité des nombres réels, et non pas de la sorte de celle des entiers). Les *snug-motifs* sont en nombre fini : à chaque fois qu'on ajoute une nouvelle pièce dans une construction, elle ne peut se placer qu'à un nombre fini d'endroits.

Cette idée de construction progressive permet de majorer le nombre de *snug-motifs*. En voici les étapes :



que cette règle impose des contraintes d'orientation fortes à chaque pièce : si le carré est placé horizontalement, alors tous les côtés de longueur 1 ou 2 seront horizontaux ou verticaux, et tous les autres côtés (de longueur $\sqrt{2}$ ou $2\sqrt{2}$) seront sur des droites diagonales (à 45 ou à 135 degrés). Les motifs 1, 2 et 5 sont des *snug-motifs*. En revanche, les motifs 35 et 36 ne sont pas des *snug-motifs*.

Quelques questions mathématiques sur ces formes sont présentées et résolues sur la figure 2.

Dans ses articles consacrés au *Tangram*, Martin Gardner posa la question du nombre de motifs propres pentagonaux. Il proposait une solution et un raisonnement pour la justifier. Malheureusement, son raisonnement comportait une petite erreur, ce qui provoqua l'arrivée dans son courrier d'une énorme quantité de lettres de lecteurs outragés. L'analyse et la compilation de ces lettres le conduisirent à la bonne réponse, qui n'est

– À chaque étape du montage d'un motif, on accole 2 (ou plus) des 30 côtés des pièces. Côté signifie ici côté d'un des triangles élémentaires t qui composent les pièces ; ces côtés sont 30 en tout pour les sept pièces du *Tangram*. On suppose qu'on a attribué un numéro de 1 à 30 à chacun des côtés.

– Il y a six étapes de montage pour un motif, car une fois la première pièce posée, six fois de suite, on accole une des pièces restantes.

– La donnée de 12 nombres entre 1 et 30 détermine donc une construction possible au plus : les deux premiers nombres indiquent les deux côtés qu'on accole en premier, les deux nombres suivants indiquent les deux côtés qu'on accole en second, etc.

– Conclusion : il existe au plus $30^{12} = 5,3 \times 10^{17}$ *snug-motifs*.

Bien sûr, plusieurs suites de 12 numéros différents peuvent aboutir au même

motif, et certaines suites ne donnent pas un motif véritable à cause du recouvrement des pièces ou de l'utilisation (dans le choix des 12 numéros) d'un côté qui n'est plus libre. Le nombre qu'on vient de calculer est donc une majoration très large.

La question du dénombrement exact des *snug-motifs* est si difficile qu'elle est restée irrésolue jusqu'en 2004, année où R. Read a établi, à l'aide d'un programme, qu'il y en a en tout 4 842 205. Ce dénombrement est resté peu diffusé. On ne le trouve pas mentionné dans *Wikipédia* (ni en français ni en anglais) et, à ma connaissance, aucun site Internet ou livre ne le signale. Je ne pense pas non plus qu'il ait été vérifié.

Un dernier dénombrement difficile mériterait d'être étudié soigneusement. Pour éviter les glissements, on peut considérer les motifs propres possédant la propriété que si deux bords de pièces ont un segment en commun, alors ils ont aussi une extrémité en commun.

Ces motifs *bien positionnés* (en anglais on les nomme *fully matched*) sont plus nombreux que les *snug-motifs*. Bien sûr, tout *snug-motif* est un motif bien positionné, mais l'inverse n'est pas vrai ; par exemple, le motif 31 (voir la figure 1e) n'est pas un *snug-motif* (car certaines pièces ont un segment commun sans que les côtés des t de base s'ajustent bien), mais est un motif bien positionné au sens indiqué plus haut.

On voit facilement que dès qu'une pièce d'un motif bien positionné est en place, les sommets des autres pièces ne peuvent plus occuper qu'un nombre fini de points du plan. Il en résulte que les motifs bien positionnés sont en nombre fini. *Wikipédia* indique qu'il en existerait 6,13 millions, mais ce nombre apparaît trop faible pour être compatible avec le nombre de *snug-motifs* calculé par R. Read, et aucun nombre plus précis n'est cité. Je n'ai pas réussi à savoir si ce résultat est une évaluation approximative ou le fruit d'un calcul exact reproduit incomplètement.

En considérant la possibilité de trous dans les motifs, ce qui permet certains

2. Énigmes à propos du *Tangram*

A. Quel est le nombre maximal de côtés d'un motif général ?

Tout dépend de ce qu'on va considérer comme un côté du motif.

Soit on considère qu'en posant le sommet d'une pièce sur le côté d'une autre pièce, le côté sur lequel on a posé la pièce continue de compter pour 1. Dans ce cas, la réponse est 23, comme le montre le motif 1 de la femme avec les deux bras en avant : les 23 côtés des sept pièces du *Tangram* sont préservés.

Soit on considère que le côté qui reçoit le sommet compte maintenant pour 2, car en suivant la frontière du motif, on passera d'abord sur une partie du côté coupé, puis plus tard sur l'autre. Dans ce cas, la réponse est 29 ($23 + 6$), car six fois de suite, on crée un côté supplémentaire.

B. Quel est le nombre maximal de côtés d'un motif propre ?

La réponse est 23.



On s'arrange pour poser, six fois de suite, une pièce sur un côté plus grand en laissant devant un bout du côté sur lequel on pose la pièce et un autre derrière. À chaque fois, on perd un côté (celui de la pièce posée), mais on en gagne un puisque le grand côté sur lequel on a posé le petit compte maintenant deux fois :

On constate (grâce au motif 2) qu'il est effectivement possible de mener l'opération six fois de suite, et donc le nombre de 23 côtés qu'on a au départ avec les sept pièces du *Tangram* reste inchangé pour la figure achevée.

C. Quel est le nombre maximal de côtés d'un snug-motif ?

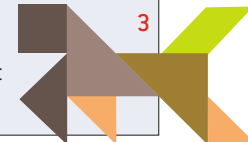
La réponse est 18. Voici le raisonnement assez subtil, dû à Ronald Read, qui le démontre.

Si on prend les sept pièces du *Tangram*, il y a en tout 30 « côtés », «côté» voulant dire ici « côté d'un

petit triangle isocèle rectangle t ». Les grands triangles isocèles rectangles t'' ont par exemple chacun un périmètre composé de six « côtés » en ce sens particulier. Quand on construit un snug-motif, à chaque fois qu'on ajoute une pièce, on accole nécessairement deux de ces 30 « côtés » au moins qui ne pourront donc plus être « côtés » du motif final.

Durant le montage du motif, on ne peut donc pas faire disparaître moins de 12 « côtés » (six fois de suite, on en fait disparaître deux). Le mieux qu'on puisse obtenir est donc un motif ayant 18 « côtés » dans le sens particulier du mot côté qu'on a adopté ici.

C'est possible, comme le motif 3 du chien le montre. Il se trouve que les 18 « côtés » dans le sens particulier de la démonstration sont chacun aussi des côtés dans le sens usuel pour ce motif du chien, et donc 18 est possible avec côté dans le sens usuel, et l'on ne peut pas faire mieux.



dessins intéressants, et pourquoi pas, de ne pas utiliser toutes les pièces, ou même de tolérer le recouvrement des pièces, il apparaît qu'une série de dénominements concernant ce jeu pourtant universellement connu reste aujourd'hui non traitée. Quel lecteur de *Pour la Science* s'y attaquera ?

Les figures convexes

Philippe Moutou, dans une étude récente, s'est demandé s'il existait des jeux de pièces du même type que celles utilisées pour le *Tangram*, mais constituant de meilleurs jeux en un sens précis.

Dans un article publié en 1942, Fu Traing Wang démontre que parmi tous les motifs qu'on peut composer avec les pièces d'un *Tangram*, il y en a 13 exactement qui sont convexes (une figure est convexe si à chaque fois qu'on prend deux points A et B dans la figure, le segment AB est entièrement contenu dans la figure : un disque est convexe, une croix ne l'est pas).

Les motifs convexes sont les plus difficiles à réaliser à partir de leur silhouette, car celles-ci ne laissent apparaître que peu d'information sur les positions des pièces. Qu'il existe beaucoup de formes convexes différentes avec un petit nombre de pièces est donc une marque d'élégance pour ce jeu de pièces et le gage qu'on pourra faire un grand nombre de figures intéressantes et difficiles. On adoptera donc cette première mesure de qualité pour comparer les jeux de pièces du même type que le *Tangram* : le nombre de figures convexes qu'ils autorisent.

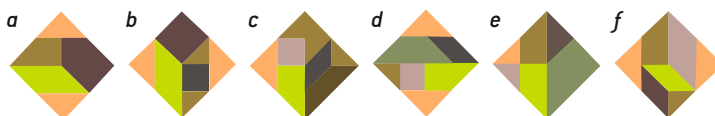
Les jeux de pièces que nous allons mettre en compétition avec le *Tangram* vont être tous ceux qui utilisent quelques pièces, chacune composée d'un ou plusieurs triangles isocèles rectangles t proprement accolés par leurs côtés (on nomme parfois ces figures *polyabolos*) et qui, au total, en comporte 16 (comme les sept pièces du

Tangram, composées en tout de 16 triangles t). On souhaite en effet que le carré soit faisable avec les pièces retenues, ce qui permettra de ranger facilement le jeu dans une boîte carrée, comme cela est possible pour le *Tangram*.

Dès 1942, Wang avait remarqué qu'avec 16 triangles isocèles rectangles, on construit non pas 13 formes convexes, mais 20. Le *Tangram* en oublie donc sept. Les sept pièces oubliées sont repérables : elles sont toutes en longueur et ne laissent pas assez d'épaisseur pour les grands triangles isocèles rectangles t'' du *Tangram* (voir la figure 4).

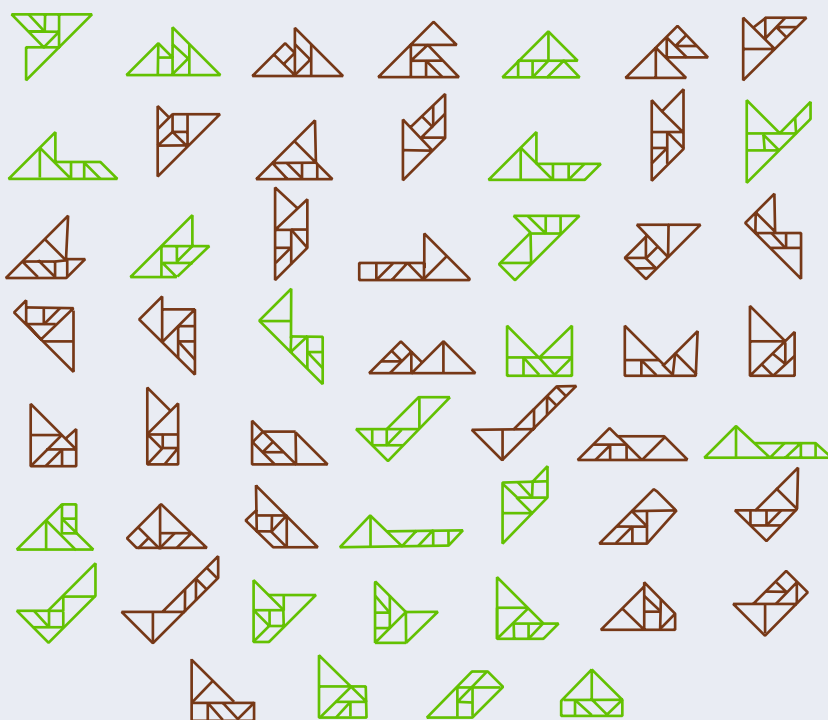
Les jeux proposés par divers inventeurs et fabricants de jouets pour concurrencer le *Tangram* sont le *Regulus* (5 pièces, schéma a ci-contre), le *Pythagoras* (7 pièces, b), le *Revathi* (7 pièces, c), le *Chie-no-ita* (7 pièces, d), le *Cocogram* (6 pièces, e) et le *Heptex* (7 pièces, f).

Chacun engendre un certain nombre des 20 figures convexes possibles avec 20 triangles isocèles rectangles. Le calcul du nombre de motifs convexes faisables



3. Les motifs pentagonaux de Martin Gardner

Parmi les 53 pentagones qu'on peut faire avec les sept pièces du *Tangram*, seuls 22 sont des snug-motifs (en vert). Récemment, Ph. Moutou a mis au point un programme lui ayant permis de vérifier que le *Tangram* engendrait effectivement 22 snug-motifs pentagonaux. Il a réussi à savoir de plus qu'il y a 200 snug-motifs hexagonaux, 1 245 snug-motifs heptagonaux, 6 392 snug-motifs octogonaux et 27 133 snug-motifs ennéagonaux.



4. Les motifs convexes

Les 13 figures convexes faisables avec les pièces du *Tangram* et les sept figures convexes supplémentaires obtenues avec 16 triangles isocèles rectangles.



donne les résultats suivants par ordre de succès : *Regulus* 7, *Pythagoras* 12, *Tangram* 13, *Revathi* 15, *Chie-no-ita* 16, *Cocogram* 16, *Heptex* 19.

Le *Tangram*, loin d'être le meilleur, se retrouve au milieu du classement, largement distancé par *Heptex* qui, bien que composé de sept pièces lui aussi, atteint presque le maximum avec 19 sur 20.

Le *Tangram* possède deux pièces en double. Nous dirons qu'il a deux pièces doublées. Si dans un jeu une pièce est présente trois fois, nous dirons de même qu'il y a deux pièces doublées. Avec cette terminologie, le nombre total de pièces d'un jeu est le nombre de pièces distinctes, additionné du nombre de pièces doublées.

Ph. Moutou a exploré ce paramètre pour savoir s'il était bon ou pas d'avoir beaucoup de pièces doublées. Si l'on prend sept pièces, composées au total de 16 triangles isocèles rectangles, alors le nombre de pièces doublées varie de 0 à 5 [car s'il y a 6 pièces doublées, c'est qu'une pièce unique est utilisée 7 fois, or 16 n'est pas divisible par 7, c'est impossible].

Voici le résultat : sans pièce doublée, on obtient au plus 15 formes convexes (avec le *Revathi*) ; avec une pièce doublée, on obtient au plus 16 formes convexes ; avec deux pièces doublées, on obtient au plus 19 formes convexes (*Heptex*) ; avec trois pièces doublées, on obtient au plus 19 formes convexes ; avec quatre pièces doublées, on obtient au plus 18 formes convexes ; avec cinq pièces doublées, on obtient au plus 15 formes convexes.

La conclusion est que pour avoir un jeu à sept pièces qui engendre beaucoup de formes convexes, il ne faut pas trop de pièces doublées, ni trop peu.

Un critère multiple de comparaison

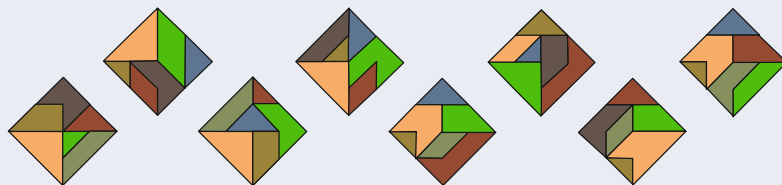
La comparaison de la qualité des jeux de pièces menée en ne prenant en compte que le nombre de formes convexes qu'ils reconstituent est un peu trop sommaire.

Ph. Moutou a donc concocté un indicateur plus compliqué, mais plus subtil, qu'il a nommé le score $Z = L + A - P - D + F + C$,

5. Les huit TAO de Philippe Moutou

En utilisant un indicateur noté Z (décrit dans le texte de l'article) plus précis que le décompte des figures convexes réalisables, Ph. Moutou a identifié huit puzzles de type *Tangram* meilleurs que ceux envisagés jusqu'à maintenant. Il les a appelés TAO (pour *Tangrams Assistés par Ordinateur*). Leur Z est égal à 19.

L'indicateur qu'il utilise prend en compte le nombre de pièces (qui ne doit pas être trop grand), la variété des formes des pièces du jeu (qui doit être grande) et le nombre de formes convexes que les pièces engendrent.



où L est le nombre de longueurs différentes des côtés des pièces du jeu (plus L est grand, plus varié est le jeu, mieux c'est) ; A est le nombre d'angles différents dans les pièces du jeu (comme pour L , plus A est grand, mieux c'est) ; P est le nombre de pièces du jeu (pour que le jeu soit élégant et intéressant, il ne faut pas que P soit grand, d'où la présence d'un signe moins devant le P) ; D est le nombre de pièces en double (il est bon de les éviter, d'où le signe moins) ; F est le nombre de formes convexes qu'on peut reconstituer avec le jeu (nous souhaitons comme précédemment que F soit grand) ; C indique si on peut faire le carré : $C = 1$ si oui, $C = 0$ si non.

Bien sûr, ce coefficient aurait pu être conçu autrement, par exemple en accordant plus de poids à l'un des termes, disons F , et en le remplaçant par $2F$ dans la formule qui définit Z : $Z' = L + A - P - D + 2F + C$.

Aussi imparfait et discutable qu'il soit, le coefficient Z de Ph. Moutou est un bon moyen de comparaison et peut-être de découverte de nouveaux jeux intéressants. Ph. Moutou a calculé Z pour les jeux possibles ayant 16 triangles isocèles rectangles au total. Les résultats font ressortir les puzzles classiques déjà mentionnés qui se trouvent tous assez bien classés. Les valeurs de Z sont 12 pour *Tangram*, 10 pour *Pythagoras*, 16 pour *Chie-no-ita*, 17 pour *Heptex* et 17 pour *Revathi*. Plus intéressants encore, les résultats de l'évaluation de Z ont fait apparaître huit puzzles pas-

sés inaperçus jusqu'à présent et qui sont les gagnants avec un score Z de 19. Ph. Moutou a choisi de nommer TAO (pour *Tangram Assisté par Ordinateur*) ces puzzles (voir la figure 5).

Aller plus loin

En considérant un total de triangles de base plus grand, on peut obtenir des valeurs de Z de plus en plus grandes. Il semble que Z puisse croître jusqu'à l'infini et c'est la conjecture que formule Ph. Moutou. D'intéressants jeux, plus complexes que le *Tangram*, ont ainsi été découverts ; je vous invite à aller les voir sur son site Internet.

D'autres travaux se poursuivent pour perfectionner Z et prendre en compte la capacité d'un jeu de pièces à engendrer des figures symétriques, ou d'autres aspects d'un jeu de pièces.

Ces recherches, intéressantes, butent sur la difficulté de calculer le nombre de snug-motifs engendrés par un jeu, ou le nombre de motifs bien positionnés, nombres importants pour évaluer si un jeu est intéressant ou non. Les comparaisons des jeux de pièces différents basés sur le calcul de ces nombres difficiles à obtenir pourraient confirmer les résultats déjà obtenus en se fondant sur les motifs convexes, ou alors faire découvrir le *Tangram* ultime qui, pour 4 000 ans encore, occupera les esprits des écoliers et des amateurs de divertissements géométriques. ■

✓ BIBLIOGRAPHIE

Ph. Moutou, *Puzzles de la famille Tangram*, 2010 : <http://ph.moutou.free.fr/Mathadomicile/Puzzles/puzzles.html>

R. C. Read, *The snug tangram number and some other contributions to the corpus of mathematical trivia*, *Bull. Inst. Comb. Appl.*, vol. 40, pp. 31-39, 2004.

J. Slocum, *The Tao of Tangram*, Barnes & Noble, 2001.

J. Botermans et al., *The World of Games : Their Origins and History, How to Play Them, and How to Make Them*, Facts on File, 1989.

M. Gardner, *Mathematical Games - On the fanciful history and the creative challenges of the puzzle game of Tangrams*, *Scientific American*, pp. 98-103, août 1974.

M. Gardner, *More on Tangrams*, *Scientific American*, pp. 187-191, septembre 1974.

S. Loyd, *Sam Loyd's Book of Tangram Puzzles. The 8th Book of Tan*, 1903. Nouvelle édition, Dover Publications, 1968.

F. T. Wang, *A Theorem on the Tangram*, *The American Mathematical Monthly*, vol. 49(9), pp. 596-599, 1942.

L'AUTEUR



Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

 ART & SCIENCE

Les harenguiers de Delft

Dans sa Vue de Delft, Vermeer témoigne du refroidissement du climat européen au XVII^e siècle. L'une des conséquences du phénomène fut la migration des bancs de harengs vers la mer Baltique et les côtes hollandaises.

Loïc MANGIN

Du peintre hollandais Johannes Vermeer (1632-1675), 35 toiles nous sont parvenues (une 36^e, volée à Boston en 1990, n'a pas été retrouvée). La plupart représentent des intérieurs, mais deux sont des vues extérieures. Parmi elles, la *Vue de Delft* (voir page ci-contre), conservée au musée Mautishuis, à La Haye, est sa seule représentation d'un grand espace. Qu'y voit-on ?

Pour peindre, l'artiste s'est installé à l'extérieur de la ville hollandaise de Delft (entre Rotterdam et La Haye), là où il vivait, au Sud, près du port fluvial. De l'autre côté du plan d'eau, on distingue deux portes (celle de Schiedam et celle de Rotterdam, aujourd'hui disparues) édifiées de part et d'autre de l'embouchure de l'Oude Kola, un canal qui rejoint la rivière Kola. L'absence de cloches dans le clocher de la Nouvelle Église, éclairée par le soleil, indique que le tableau a été peint avant leur installation en mai 1660.

Dans le port, plusieurs embarcations sont stationnées. Les bateaux quittaient Delft et y arrivaient *via* le canal de la Schie qui coule en direction du Sud vers Schiedam et Rotterdam, où les navires rejoignent le Rhin. Au premier plan à gauche, une barge à passagers attend d'être halée par des chevaux vers des villes du Sud de la Hollande. D'autres bateaux se trouvent au pied des murs de la cité.

Plus étonnantes sont les deux barges à large fond amarrées côte à côte à droite du tableau, là où se trouvait le chantier naval de Delft. Les mâts arrière sont absents tandis que ceux de l'avant sont partiellement démontés, trahissant une période de ré-

paration des bâtiments. Pourquoi ces embarcations sont-elles inattendues ? Parce qu'il s'agit de harenguiers, des trois mâts destinés à la pêche en mer du Nord ! Ces bateaux sont une illustration du Petit Âge glaciaire, une période de refroidissement du climat qui a frappé l'Europe et le monde au moins depuis le milieu du XVI^e siècle jusqu'à la fin du XIX^e, les dates ne faisant pas consensus.

Ces années, qui succédèrent à l'optimum climatique médiéval (un réchauffe-

**Grâce aux revenus
de la pêche aux harengs,
la Hollande
put se consacrer
au commerce maritime.**

ment), correspondent à de longues séries d'hivers froids. D'ailleurs, le Petit Âge glaciaire est visible dans de nombreuses toiles d'artistes du Nord de l'Europe, tel Pieter Bruegel l'Ancien, qui peignit son premier paysage hivernal en 1565 : on y voit des chasseurs dans la neige et des individus évoluant sur la glace. Ce type de représentations était rare avant 1550.

Signe de ces temps glacés, Vermeer lui-même succomba aux plaisirs de la glisse en achetant – très cher – un char à voile à patins en 1660. Toutefois, le gel épargna les canaux hollandais les deux hivers suivants !

Plusieurs hypothèses ont été proposées pour expliquer ce refroidissement et sa durée. La première, fondée sur des travaux en stratigraphie, l'associe, notamment au début du XIX^e siècle, à l'éruption violente de plusieurs volcans, dont le Tambora, sur l'île de Sumbawa, en Indonésie. Les cendres et les poussières auraient alors diminué le rayonnement solaire traversant l'atmosphère. Une autre hypothèse relie le Petit Âge glaciaire à l'activité solaire, celle-ci ayant été notablement ralentie durant une grande partie de cette période. Enfin, certains incriminent une anomalie du *Gulf Stream*, le courant qui traverse l'Atlantique et apporte de la chaleur vers l'Europe.

Quel est le rapport entre le Petit Âge glaciaire et les harengs ? Le refroidissement a entraîné une extension des glaces arctiques vers le Sud, se traduisant par de longues périodes de gel le long des côtes de la Norvège, pays qui dominait alors la pêche au hareng. En conséquence, les bancs de poissons ont migré vers la mer Baltique et se sont rapprochés des côtes de la Hollande. Les pêcheurs se sont adaptés à cette nouvelle activité, ce qui explique la présence des harenguiers dans le port de Delft au milieu du XVII^e siècle.

Selon un spécialiste de l'histoire du climat, la prospérité des Pays-Bas doit beaucoup à ce transfert halieutique. Grâce aux considérables revenus de la pêche au hareng, la Hollande put se consacrer à d'autres entreprises, notamment en investissant dans la navigation et dans le commerce maritime. On en voit d'ailleurs un témoignage sur la *Vue de Delft*.