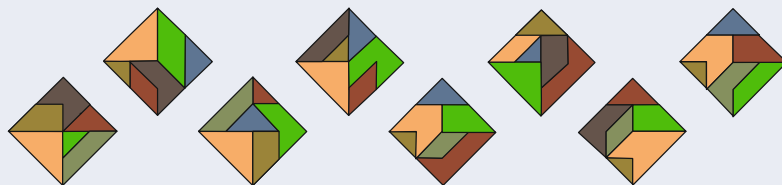


5. Les huit TAO de Philippe Moutou

En utilisant un indicateur noté Z (décrit dans le texte de l'article) plus précis que le décompte des figures convexes réalisables, Ph. Moutou a identifié huit puzzles de type *Tangram* meilleurs que ceux envisagés jusqu'à maintenant. Il les a appelés TAO (pour *Tangrams Assistés par Ordinateur*). Leur Z est égal à 19.

L'indicateur qu'il utilise prend en compte le nombre de pièces (qui ne doit pas être trop grand), la variété des formes des pièces du jeu (qui doit être grande) et le nombre de formes convexes que les pièces engendrent.



où L est le nombre de longueurs différentes des côtés des pièces du jeu (plus L est grand, plus varié est le jeu, mieux c'est) ; A est le nombre d'angles différents dans les pièces du jeu (comme pour L , plus A est grand, mieux c'est) ; P est le nombre de pièces du jeu (pour que le jeu soit élégant et intéressant, il ne faut pas que P soit grand, d'où la présence d'un signe moins devant le P) ; D est le nombre de pièces en double (il est bon de les éviter, d'où le signe moins) ; F est le nombre de formes convexes qu'on peut reconstituer avec le jeu (nous souhaitons comme précédemment que F soit grand) ; C indique si on peut faire le carré : $C = 1$ si oui, $C = 0$ si non.

Bien sûr, ce coefficient aurait pu être conçu autrement, par exemple en accordant plus de poids à l'un des termes, disons F , et en le remplaçant par $2F$ dans la formule qui définit Z : $Z' = L + A - P - D + 2F + C$.

Aussi imparfait et discutable qu'il soit, le coefficient Z de Ph. Moutou est un bon moyen de comparaison et peut-être de découverte de nouveaux jeux intéressants. Ph. Moutou a calculé Z pour les jeux possibles ayant 16 triangles isocèles rectangles au total. Les résultats font ressortir les puzzles classiques déjà mentionnés qui se trouvent tous assez bien classés. Les valeurs de Z sont 12 pour *Tangram*, 10 pour *Pythagoras*, 16 pour *Chie-no-ita*, 17 pour *Heptex* et 17 pour *Revathi*. Plus intéressants encore, les résultats de l'évaluation de Z ont fait apparaître huit puzzles pas-

sés inaperçus jusqu'à présent et qui sont les gagnants avec un score Z de 19. Ph. Moutou a choisi de nommer TAO (pour *Tangram Assisté par Ordinateur*) ces puzzles (voir la figure 5).

Aller plus loin

En considérant un total de triangles de base plus grand, on peut obtenir des valeurs de Z de plus en plus grandes. Il semble que Z puisse croître jusqu'à l'infini et c'est la conjecture que formule Ph. Moutou. D'intéressants jeux, plus complexes que le *Tangram*, ont ainsi été découverts ; je vous invite à aller les voir sur son site Internet.

D'autres travaux se poursuivent pour perfectionner Z et prendre en compte la capacité d'un jeu de pièces à engendrer des figures symétriques, ou d'autres aspects d'un jeu de pièces.

Ces recherches, intéressantes, butent sur la difficulté de calculer le nombre de snug-motifs engendrés par un jeu, ou le nombre de motifs bien positionnés, nombres importants pour évaluer si un jeu est intéressant ou non. Les comparaisons des jeux de pièces différents basés sur le calcul de ces nombres difficiles à obtenir pourraient confirmer les résultats déjà obtenus en se fondant sur les motifs convexes, ou alors faire découvrir le *Tangram* ultime qui, pour 4 000 ans encore, occupera les esprits des écoliers et des amateurs de divertissements géométriques. ■

✓ BIBLIOGRAPHIE

Ph. Moutou, *Puzzles de la famille Tangram*, 2010 : <http://ph.moutou.free.fr/Mathadomicile/Puzzles/puzzles.html>

R. C. Read, *The snug tangram number and some other contributions to the corpus of mathematical trivia*, *Bull. Inst. Comb. Appl.*, vol. 40, pp. 31-39, 2004.

J. Slocum, *The Tao of Tangram*, Barnes & Noble, 2001.

J. Botermans et al., *The World of Games : Their Origins and History, How to Play Them, and How to Make Them*, Facts on File, 1989.

M. Gardner, *Mathematical Games - On the fanciful history and the creative challenges of the puzzle game of Tangrams*, *Scientific American*, pp. 98-103, août 1974.

M. Gardner, *More on Tangrams*, *Scientific American*, pp. 187-191, septembre 1974.

S. Loyd, *Sam Loyd's Book of Tangram Puzzles. The 8th Book of Tan*, 1903. Nouvelle édition, Dover Publications, 1968.

F. T. Wang, *A Theorem on the Tangram*, *The American Mathematical Monthly*, vol. 49(9), pp. 596-599, 1942.

L'AUTEUR



Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

 ART & SCIENCE

Les harenguiers de Delft

Dans sa Vue de Delft, Vermeer témoigne du refroidissement du climat européen au XVII^e siècle. L'une des conséquences du phénomène fut la migration des bancs de harengs vers la mer Baltique et les côtes hollandaises.

Loïc MANGIN

Du peintre hollandais Johannes Vermeer (1632-1675), 35 toiles nous sont parvenues (une 36^e, volée à Boston en 1990, n'a pas été retrouvée). La plupart représentent des intérieurs, mais deux sont des vues extérieures. Parmi elles, la *Vue de Delft* (voir page ci-contre), conservée au musée Mautishuis, à La Haye, est sa seule représentation d'un grand espace. Qu'y voit-on ?

Pour peindre, l'artiste s'est installé à l'extérieur de la ville hollandaise de Delft (entre Rotterdam et La Haye), là où il vivait, au Sud, près du port fluvial. De l'autre côté du plan d'eau, on distingue deux portes (celle de Schiedam et celle de Rotterdam, aujourd'hui disparues) édifiées de part et d'autre de l'embouchure de l'Oude Kola, un canal qui rejoint la rivière Kola. L'absence de cloches dans le clocher de la Nouvelle Église, éclairée par le soleil, indique que le tableau a été peint avant leur installation en mai 1660.

Dans le port, plusieurs embarcations sont stationnées. Les bateaux quittaient Delft et y arrivaient *via* le canal de la Schie qui coule en direction du Sud vers Schiedam et Rotterdam, où les navires rejoignent le Rhin. Au premier plan à gauche, une barge à passagers attend d'être halée par des chevaux vers des villes du Sud de la Hollande. D'autres bateaux se trouvent au pied des murs de la cité.

Plus étonnantes sont les deux barges à large fond amarrées côte à côte à droite du tableau, là où se trouvait le chantier naval de Delft. Les mâts arrière sont absents tandis que ceux de l'avant sont partiellement démontés, trahissant une période de ré-

paration des bâtiments. Pourquoi ces embarcations sont-elles inattendues ? Parce qu'il s'agit de harenguiers, des trois mâts destinés à la pêche en mer du Nord ! Ces bateaux sont une illustration du Petit Âge glaciaire, une période de refroidissement du climat qui a frappé l'Europe et le monde au moins depuis le milieu du XVI^e siècle jusqu'à la fin du XIX^e, les dates ne faisant pas consensus.

Ces années, qui succédèrent à l'optimum climatique médiéval (un réchauffe-

**Grâce aux revenus
de la pêche aux harengs,
la Hollande
put se consacrer
au commerce maritime.**

ment), correspondent à de longues séries d'hivers froids. D'ailleurs, le Petit Âge glaciaire est visible dans de nombreuses toiles d'artistes du Nord de l'Europe, tel Pieter Bruegel l'Ancien, qui peignit son premier paysage hivernal en 1565 : on y voit des chasseurs dans la neige et des individus évoluant sur la glace. Ce type de représentations était rare avant 1550.

Signe de ces temps glacés, Vermeer lui-même succomba aux plaisirs de la glisse en achetant – très cher – un char à voile à patins en 1660. Toutefois, le gel épargna les canaux hollandais les deux hivers suivants !

Plusieurs hypothèses ont été proposées pour expliquer ce refroidissement et sa durée. La première, fondée sur des travaux en stratigraphie, l'associe, notamment au début du XIX^e siècle, à l'éruption violente de plusieurs volcans, dont le Tambora, sur l'île de Sumbawa, en Indonésie. Les cendres et les poussières auraient alors diminué le rayonnement solaire traversant l'atmosphère. Une autre hypothèse relie le Petit Âge glaciaire à l'activité solaire, celle-ci ayant été notablement ralentie durant une grande partie de cette période. Enfin, certains incriminent une anomalie du *Gulf Stream*, le courant qui traverse l'Atlantique et apporte de la chaleur vers l'Europe.

Quel est le rapport entre le Petit Âge glaciaire et les harengs ? Le refroidissement a entraîné une extension des glaces arctiques vers le Sud, se traduisant par de longues périodes de gel le long des côtes de la Norvège, pays qui dominait alors la pêche au hareng. En conséquence, les bancs de poissons ont migré vers la mer Baltique et se sont rapprochés des côtes de la Hollande. Les pêcheurs se sont adaptés à cette nouvelle activité, ce qui explique la présence des harenguiers dans le port de Delft au milieu du XVII^e siècle.

Selon un spécialiste de l'histoire du climat, la prospérité des Pays-Bas doit beaucoup à ce transfert halieutique. Grâce aux considérables revenus de la pêche au hareng, la Hollande put se consacrer à d'autres entreprises, notamment en investissant dans la navigation et dans le commerce maritime. On en voit d'ailleurs un témoignage sur la *Vue de Delft*.

En effet, le long toit qui court de la gauche du tableau jusqu'au clocher de la Vieille Église (dans l'ombre) est celui d'un vaste entrepôt, celui de l'Oost-Indisch Huis, c'est-à-dire la Maison des Indes orientales. Il s'agit du siège de la chambre de Delft de la Compagnie hollandaise des Indes orientales (*Verenigde Oostindische Compagnie*).

Cette compagnie fédérait six chambres régionales, comme celle de Delft, et employait des dizaines de milliers de Hollandais, dont trois cousins de Vermeer.

Cette première grande société par actions, créée en 1602, obligea les entreprises commerciales à fusionner en une unique organisation afin de profiter de l'essor du commerce avec l'Asie. L'idée était bonne, car en quelques années, la Compagnie régna sur le commerce et les échanges mondiaux, notamment avec les pays d'Asie et particulièrement la Chine.

Ces relations florissantes n'eurent pas à souffrir des dommages dus au Petit Âge glaciaire. Au contraire, dans l'Empire du Mi-

lieu, entre 1654 et 1676, des plantations chinoises de mandariniers et d'orangers séculaires succombèrent au gel.

Parmi les importations, la porcelaine chinoise, en particulier celle à motifs bleus sur fond blanc, eut beaucoup de succès. Cet engouement marqua le début d'une production locale : la réputée porcelaine de Delft.

T. Brook, *Le chapeau de Vermeer. Le XVII^e siècle à l'aube de la mondialisation*, Payot, 2010.



alg-images

IDÉES DE PHYSIQUE

Le verre : attention, fragile !

Pour rendre le verre moins fragile ou le découper sans qu'il éclate, mieux vaut comprendre pourquoi et comment il se brise.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

Si le saladier en acier que des mains maladroites ont fait tomber s'en tire par quelques bosses, le plat en verre ou en porcelaine se brisera en mille morceaux. Quelle injustice ! À quoi est-elle due ?

Le verre est un matériau dit fragile. Soumis à une contrainte mécanique, par exemple une compression ou une flexion, il se déforme d'abord élastiquement, c'est-à-dire qu'il retrouve sa forme initiale lorsque la contrainte cesse d'être appliquée. Ces déformations sont très faibles, car le verre est très rigide.

Mais il se rompt sans prévenir lorsque la contrainte augmente : combien de miroirs brisés pour avoir serré trop fortement les mâchoires de maintien !

Fragile ou ductile

Au contraire, les matériaux dits ductiles, tels les métaux, peuvent subir une importante déformation permanente, la déformation plastique, avant de se casser. Pourquoi ? La cohésion d'un métal est due à la mise en commun d'électrons entre les atomes ; ces électrons forment une « mer » où baignent les ions métalliques. Et cette mer d'électrons suit avec facilité le mouvement des ions, lesquels peuvent donc se réarranger.

En revanche, les verres usuels sont composés d'oxydes amorphes, telle la silice (SiO_2). La cohésion est assurée par des liaisons covalentes, très fortes, entre les atomes de silicium et

d'oxygène qui forment un réseau de tétraèdres : il en résulte une structure très rigide, où les atomes ne peuvent se déplacer les uns par rapport aux autres.

Sous l'effet d'une tension mécanique, la seule liberté du matériau réside dans l'allongement des liaisons, comme avec des ressorts, ce qui constitue une déformation élastique. De telles liaisons se rompent lorsque la distance entre les atomes concernés devient trop grande. Des calculs de mécanique quantique suggèrent qu'une liaison se

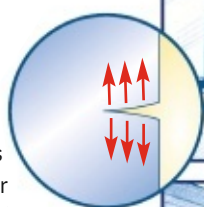
défait lorsque son allongement atteint 20 pour cent. Or en pratique, un matériau homogène se brise bien avant de s'allonger autant.

Pourquoi cette différence ? À cause des défauts, toujours présents à l'intérieur des matériaux ou sur leurs surfaces. Au-delà d'un certain seuil de contrainte, il peut devenir plus avantageux pour le matériau, du point de vue énergétique, d'accroître la taille des défauts (fissures, cavités, etc.) que de se déformer élastiquement.

À l'échelle microscopique, un défaut se traduit par une absence locale de cohésion de la matière. Pour que le matériau résiste à la contrainte, la force non exercée par ces liaisons absentes se reporte sur les liaisons qui bordent le défaut.

La contrainte est ainsi amplifiée à l'extrémité d'une fissure. En tête d'une fissure étroite, l'amplification est proportionnelle à la racine carrée du rapport de la profondeur de l'entaille sur le rayon de courbure au fond de la fissure. Avec une simple microfissure profonde de 0,1 millimètre et d'un rayon de courbure égal à 5 nanomètres, une pression exercée sera ainsi localement multipliée par 100 !

Dans le cas des métaux, une telle contrainte locale dépasse aisément la limite d'élasticité : le matériau se déforme irréversiblement en tête de fissure sur une certaine zone, ce qui diminue d'autant la contrainte. Comme cette zone de déformation plastique peut être assez étendue en raison de la mobilité des atomes, il faut appliquer de fortes contraintes pour que la fissure se propage.



Dessins de Bruno Vézaro

1. L'IMPACT DU BALLON SUR LA VITRE crée des fissures qui se propagent et font voler en éclats la vitre. La naissance d'une fissure est due à l'apparition de forces de tension trop intenses (flèches rouges). La vitre étant du verre qui a subi un recuit pour le rendre plus homogène et ainsi plus solide, les fissures, une fois nées, se propagent aisément et forment des éclats relativement grands.