

Une théorie géométrique du Tout

Garrett Lisi et James Weatherall

Les particules élémentaires et leurs interactions reflètent sans doute une structure géométrique profonde de la nature. Cette structure a-t-elle quelque chose à voir avec le groupe de symétrie E_8 ?

La physique moderne est née en 1687 d'un processus d'unification. Avec sa loi universelle de la gravitation, Isaac Newton montrait que les descriptions théoriques d'alors des mouvements du pendule, des planètes, des marées, etc., n'étaient en fait que différentes facettes d'une même théorie. Depuis, les unifications se succèdent et jouent un rôle central en physique. Au XIX^e siècle, James Clerk Maxwell fusionna électricité et magnétisme. L'électromagnétisme résultant fut unifié 100 ans plus tard, vers 1970, avec la théorie de l'interaction faible – qui régit la radioactivité bêta –, ce qui a donné la théorie dite électrofaible.

Aller au-delà du modèle standard

La quête de l'unification a des motivations pratiques, philosophiques et esthétiques : la réunion de plusieurs théories physiques en une seule clarifie notre compréhension de l'Univers et en révèle des aspects insoupçonnés ; les physiciens, persuadés que les lois physiques découlent d'une unique structure mathématique, trouvent une telle théorie unifiée plus élégante. C'est pourquoi les expériences menées à l'aide d'accélérateurs comme le LHC (*Large Hadron Collider*, ou grand collisionneur de hadrons), au CERN à Genève, servent autant

à rechercher les phénomènes attendus par la théorie électrofaible qu'à recueillir les signatures possibles d'une éventuelle théorie du « Tout », décrivant toutes les particules et leurs interactions.

La meilleure théorie actuelle des interactions non gravitationnelles – à savoir l'interaction électromagnétique, l'interaction faible et l'interaction forte – a été élaborée dès les années 1970. Qualifiée de « modèle standard » de la physique des particules, elle décrit ces interactions et les particules qu'elles mettent en jeu. La formulation mathématique de cette théorie repose sur des objets géométriques abstraits nommés groupes de Lie et espaces fibrés ou plus simplement « fibrés ».

Le modèle standard n'en reste pas moins une théorie composée d'éléments disparates, puisqu'un objet géométrique différent décrit chaque interaction. C'est pour réduire, voire faire disparaître cette imperfection, que les physiciens n'ont cessé de tenter d'unifier les divers éléments du modèle standard et ont proposé des « théories de grande unification ». Dans chacune de ces théories, un objet géométrique unique est censé expliquer les interactions, mais nul ne sait laquelle de ces théories de grande unification est pertinente, ni même si l'une d'entre elles l'est...

Du reste, un problème d'unification plus profond se pose aux physiciens : l'intégration de l'interaction gravitationnelle et des trois autres interactions

LE ZOO DES PARTICULES
élémentaires n'est pas un tohu-bohu : il présente des structures et des relations remarquables que l'on peut lire sur un diagramme caractéristique d'un groupe de symétrie.

fondamentales dans une même structure mathématique. Depuis les années 1980, la stratégie dominante pour ce faire est la théorie des cordes, qui tente de décrire la gravitation et les trois autres interactions en termes de cordes et de membranes vibrantes au sein d'un espace-temps ayant de nombreuses dimensions.

Un petit groupe de chercheurs explorent une autre voie : la « gravitation quantique à boucles ». Elle fait appel à un cadre mathématique moins élaboré, plus proche de celui du modèle standard. En s'appuyant sur ses idées, l'un d'entre nous, (G. Lisi) a proposé en 2007 une nouvelle théorie unifiée. L'idée directrice est d'étendre de façon cohérente, à l'aide d'un groupe de Lie noté E_8 , le cadre géométrique des théories de grande unification pour y inclure la gravitation.

La « théorie E_8 », comme toutes les nouvelles idées, doit subir l'épreuve de l'expérience. Nombre de physiciens sont sceptiques, à juste titre, car cette théorie reste inachevée. Toutefois, même à ce stade précoce de développement, la théorie E_8 révèle certaines des structures profondes en jeu dans la nature, et prédit de nouvelles particules que le LHC découvrira peut-être.

Avant d'expliquer la théorie E_8 , commençons par poser les principes géométriques qui gouvernent les interactions. La géométrie est l'étude des formes. Oui, mais s'agissant de physique fondamentale, de

espace ; on peut les imaginer comme des espaces internes attachés à chaque point de l'espace-temps, dont la forme est liée aux propriétés des particules.

L'idée de formuler une théorie physique à partir des espaces fibrés fut introduite en 1918 par le mathématicien allemand Hermann Weyl (1885-1955). Les fibres à la H. Weyl sont distinctes des dimensions spatiales ondulantes postulées en théorie des cordes ; elles sont de forme constante ; leur évolution dans le temps découle de la façon dont elles sont rattachées à l'espace-temps quadridimensionnel.

Les champs électrique et magnétique présents partout dans notre espace peuvent être représentés par des fibres circulaires. Une fibre circulaire est associée au plus simple des groupes de Lie, qui est noté $U(1)$.

Rappelons qu'un groupe est, en mathématiques, un ensemble dont les éléments peuvent être composés de façon associative, dont un des éléments est neutre (son produit par n'importe quel élément donne cet élément) et dont chaque élément a un symétrique pour cette loi (son produit avec son symétrique donne l'élément neutre). Quant aux groupes de Lie (d'après le mathématicien norvégien du XIX^e siècle Sophus Lie), ce sont des groupes à la fois continus (chaque élément peut être approché d'aussi près que l'on veut par d'autres éléments) et lisses (on peut y faire du calcul différentiel).

Les champs des forces électrique et magnétique qui emplissent l'espace et évoluent dans le temps correspondent à la courbure de ce faisceau de fibres. Autrement dit, d'un point de vue géométrique, les champs électriques et magnétiques sont déterminés par la façon dont les fibres évoluent par rotation dans l'espace et le temps. Une onde électromagnétique correspond à une ondulation par rotation de ces fibres circulaires successives dans l'espace-temps. Et un quantum d'une onde électromagnétique est un photon, c'est-à-dire une particule de lumière qui se propage, et qui véhicule la force électromagnétique entre particules chargées.

Une fibre pour chaque type de particules

À chaque type de particules élémentaires correspond une fibre différente. Ainsi, tous les électrons du monde résultent de l'évolution dans l'espace-temps d'un même type de fibre, ce qui explique, entre autres, pourquoi tous les électrons sont identiques. Les fibres de particules électriquement chargées, tels les électrons, s'enroulent autour des fibres circulaires de l'électromagnétisme comme le filetage d'une vis, et cela en proportion de leurs charges électriques.

Parmi les « fermions » (les particules élémentaires de matière), les électrons ont une charge électrique de -1 (trois enroulements), les quarks u ont des charges électriques de $+2/3$ (deux enroulements dans l'autre sens), les quarks d ont une charge électrique de $-1/3$ (un enroulement), et les neutrinos une charge nulle. Les particules d'antimatière, tels les positrons et les antiquarks, s'enroulent dans le sens contraire autour de la fibre circulaire de l'électromagnétisme, ce qui leur confère des charges électriques opposées.

Quand des particules entrent en collision, elles peuvent se transformer en d'autres particules, mais de façon que la charge totale reste la même. Ce point essentiel est la conséquence d'une propriété géométrique des fibres : quand deux particules se rencontrent, les enroulements de leurs fibres s'ajoutent. La représentation en termes de fibrés explique ainsi ce que l'on sait de l'électromagnétisme. Les charges électriques décrivent la structure géométrique du fibré constitué par les fibres électromagnétiques et matérielles (d'un électron par exemple), cette structure déterminant quelles sont les interactions possibles entre particules chargées.

MÊME INACHEVÉE, LA « THÉORIE E_8 »

révèle certaines des structures profondes en jeu dans la nature et prédit de nouvelles particules.

quelles formes ? Il y a quelque 2400 ans, Platon associait des polyèdres réguliers à chacun des « éléments » tels que l'air ou le feu. De même, des objets géométriques fondamentaux peuvent être associés aux particules élémentaires. Il s'agit de formes géométriques parfaites et continues, invisibles parce qu'elles sont hors de notre espace, mais dont nous constatons les effets.

La principale idée géométrique sous-tendant le modèle standard est qu'à chaque point de l'espace-temps sont attachés des espaces mathématiques nommés « fibres », chacune correspondant à un type de particules. L'ensemble formé par l'espace-temps et les fibres rattachées à ses points constitue ce que l'on nomme un espace fibré ou plus simplement un fibré. Les fibres n'appartiennent pas à notre

Par exemple, $U(1)$ est le groupe des nombres complexes de module un, dont chacun représente une rotation sur le cercle de rayon un. Le cercle unité est la fibre associée à $U(1)$. Il a une seule symétrie : une rotation de n'importe quel angle laisse le cercle inchangé. On nomme générateur du groupe de Lie $U(1)$ une rotation du cercle d'un angle infinitésimal.

De façon imagée, on peut donc dire que l'espace fibré de l'électromagnétisme est constitué de fibres circulaires successives attachées à chaque point de l'espace-temps (voir l'encadré page 71). Chose essentielle, chaque cercle peut tourner un peu sur lui-même par rapport à ses voisins immédiats. Le « champ de connexion » d'un espace fibré décrit la façon dont se correspondent des fibres voisines par ces rotations.

Les mêmes principes s'appliquent aux interactions faible et forte. Chacune de ces interactions nucléaires a son propre type de charge et ses propres particules médiatrices. La différence avec l'électromagnétisme est que les forces nucléaires sont décrites par des fibres plus complexes, constituées non pas d'un seul cercle, mais d'un ensemble de cercles sécants, fibres qui interagissent entre elles et avec les fibres de particules de matière selon leurs enroulements.

L'interaction faible est associée à un groupe de Lie tridimensionnel noté $SU(2)$. Sa géométrie est caractérisée par trois générateurs de symétrie, qui correspondent aux trois « bosons faibles » W^+ , W^- et W^3 médiateurs de l'interaction faible – de rôle analogue à celui du photon. Les cercles associés aux bosons W^+ et W^- dans $SU(2)$ s'enroulent en sens contraires autour des cercles associés à W^3 parce qu'ils ont des charges faibles W opposées, égales à $+1$ et -1 . Étant dotées d'une charge faible, ces particules interagissent entre elles ainsi qu'avec les particules de matière.

Les fibres des particules de matière qui participent à l'interaction faible s'enroulent autour du cercle de W^3 et d'autres cercles de $SU(2)$. Il existe deux sortes de fermions, qui se distinguent par leurs hélicités, c'est-à-dire par la façon dont leurs

spins (moments cinétiques intrinsèques) s'alignent sur leur quantité de mouvement. Seuls les fermions d'hélicité gauche (spin de sens opposé à la quantité de mouvement) ont des charges faibles ; ainsi, le quark u et le neutrino gauches ont chacun une charge faible $+1/2$ et le quark d et l'électron gauches ont une charge faible égale à $-1/2$. Pour les antiparticules, c'est l'inverse : seules les antiparticules d'hélicité droite ont une charge faible. En d'autres termes, notre Univers ne présente pas une symétrie gauche-droite : nous pouvons dire si nous regardons des interactions faibles directement ou dans un miroir. Cette asymétrie est l'une des nombreuses énigmes que devra résoudre une théorie unifiée.

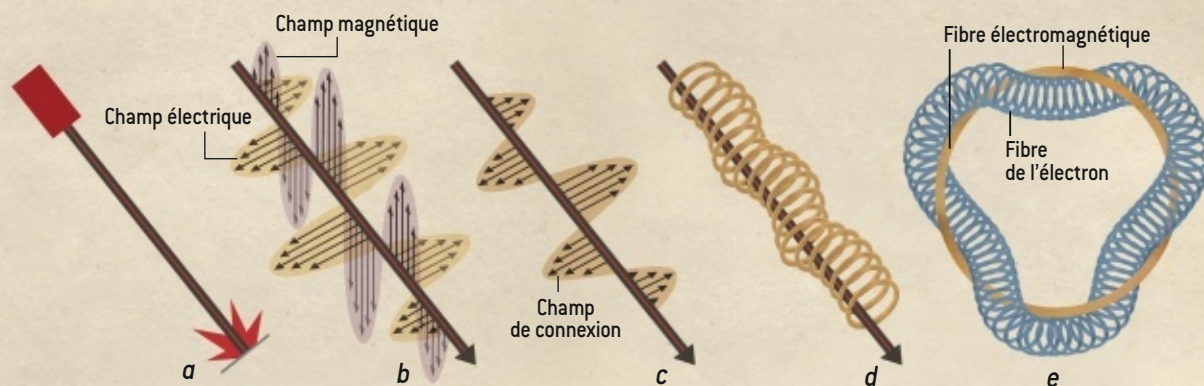
Des enroulements de fibres

Quand les physiciens ont unifié l'interaction faible avec l'électromagnétisme pour créer la théorie électrofaible, ils ont combiné la fibre associée à $SU(2)$ avec une fibre circulaire $U(1)$ particulière, associée à un précurseur de l'électromagnétisme nommé hypercharge, que l'on note Y . C'est pourquoi les fibres des particules de matière s'enroulent autour de ce cercle selon leur hypercharge. À l'intérieur du groupe de Lie de dimension quatre qui combine $SU(2)$

DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME À LA GÉOMÉTRIE

La vision géométrique de la nature découle naturellement de l'organisation du monde qui nous entoure. Les exemples les plus simples et les plus familiers sont les forces électriques et magnétiques. Les étincelles électriques, l'attraction magnétique et la lumière laser sont différentes manifestations des champs électriques et magnétiques, définis en tout point

de l'espace et à tout instant. En fait, les physiciens pensent que tout dans l'Univers – toutes les forces fondamentales et toutes les particules élémentaires de matière – découle de différents types de champs. Le comportement de ces champs suggère l'existence d'une structure géométrique sous-jacente qui peut être décrite par des « groupes de Lie » ou des « fibres ».



Un faisceau laser (a) est constitué d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui oscillent en se propageant (b) ; ils sont la manifestation d'un « champ de connexion » électromagnétique (c). Ce dernier décrit comment la fibre circulaire de l'électromagnétisme s'enroule autour de l'axe de propagation, un cercle différent

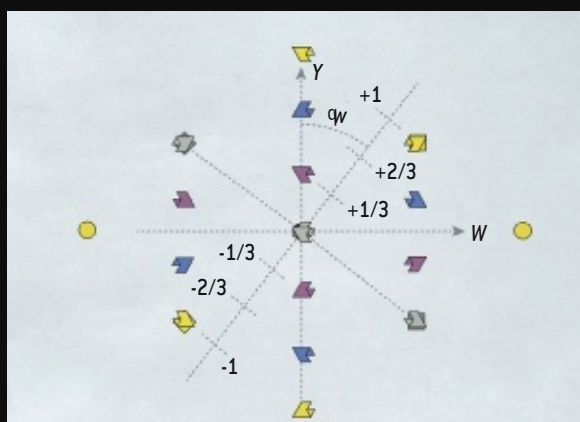
étant attaché à chaque point de l'espace-temps (d). La particule de lumière qu'est le photon correspond à des ondulations de ce cercle autour de l'axe du faisceau. Une particule chargée, un électron par exemple, correspond à une autre fibre qui s'enroule autour de la fibre circulaire de l'électromagnétisme.

THÉORIES EN COURS D'ÉLABORATION

À chaque type de particule élémentaire correspond une fibre différente ; ces fibres s'enroulent autour des diverses fibres circulaires du photon et des autres bosons médiateurs des interactions. La façon dont la fibre représentant une particule s'enroule dépend de sa charge, électrique ou autre. Chacune des quatre interactions de la nature a son type de charge et son type de boson médiateur. Le motif des charges, nommé diagramme de poids par les mathématiciens, reflète la géométrie des enroulements de fibres, qui régissent les interactions des particules.

BOSONS	FERMIONS	
○ Photon	Neutrino	▲ Hélicité gauche, spin haut
● Bosons faibles	Électron	▲ Hélicité gauche, spin bas
● Gluons	Quark <i>u</i>	▲ Hélicité droite, spin haut
● Gravitons	Quark <i>d</i>	▲ Hélicité droite, spin bas
■ Boson de Higgs	Quark <i>u</i>	▲ Hélicité droite, spin haut, anti
○ Bosons plus faibles	Quark <i>d</i>	▲ Hélicité droite, spin bas, anti
● Bosons X	Quark <i>u</i>	▲ Hélicité gauche, spin haut, anti
● Autres bosons de Higgs	Quark <i>d</i>	▲ Hélicité gauche, spin bas, anti

Il existe deux types de particules élémentaires : les bosons [qui transmettent les interactions] et les fermions [constituant la matière]. À droite, sont symbolisés tous les types de fermions, qu'il s'agisse de fermions droits ou gauches, dotés d'un spin orienté vers le haut ou vers le bas, ou, des quarks, en trois couleurs. Comme le montre la colonne des fermions, ces symboles peuvent être empilés pour représenter des particules aux attributs différents au même endroit d'un diagramme de poids.



THÉORIE ÉLECTROFAIBLE : l'électromagnétisme et l'interaction nucléaire faible sont les deux facettes de l'interaction électrofaible. Sur le diagramme de poids de cette interaction, les physiciens placent les particules d'après leur hypercharge (*Y*) et leur charge faible (*W*). Les bosons de Higgs (carrés gris en partie cachés) se trouvent sur une ligne oblique (d'en haut à gauche à en bas à droite), qui est aussi le lieu des points de charge électrique nulle. Les particules chargées se trouvent sur des lignes obliques parallèles : la charge électrique est une combinaison particulière de l'hypercharge et de la charge faible.

avec cet $U(1)$ de l'hypercharge, les fibres circulaires W^3 se combinent avec les fibres circulaires d'hypercharge pour former un tore bidimensionnel. Ce tore peut être découpé de différentes façons, un peu comme chacun peut couper à sa façon une couronne de pain.

Les fibres des particules connues sous le nom de bosons de Higgs s'enroulent autour de l'enchevêtrement de fibres circulaires du groupe de Lie électrofaible et déterminent un ensemble particulier de cercles, ce qui brise la symétrie, comme si quelqu'un imposait sa façon de trancher une couronne de pain. Les fibres associées aux bosons de Higgs ne s'enroulent pas autour de ces fibres circulaires, qui correspondent alors au photon de masse nulle de l'électromagnétisme.

Perpendiculairement à ces fibres circulaires associées au photon, on a un autre ensemble de cercles, qui doit correspondre à une autre particule, que les pères de la théorie électrofaible ont nommée boson *Z*. Les fibres des bosons de Higgs s'enroulent autour des cercles du boson *Z* ainsi que des cercles du W^+ et du W^- , ce qui confère une masse non nulle à ces trois particules. Les expérimentateurs ont découvert les bosons W^+ , W^- et *Z* en 1983, ce qui a confirmé la pertinence de la théorie élec-

trofaible et montré comment des principes géométriques abstraits se traduisent concrètement dans le monde réel.

Une bonne façon de voir comment fonctionne la théorie électrofaible consiste à porter sur un diagramme les charges faibles et les hypercharges de toutes les particules connues (voir l'encadré ci-dessus et le suivant). Les mathématiciens nomment le résultat un « diagramme de poids », car ils désignent les charges par le terme générique de « poids ».

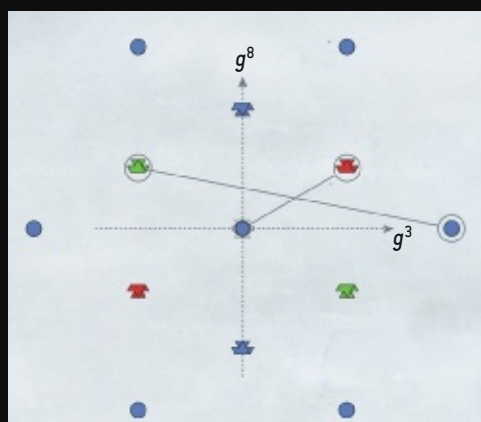
Les charges sur un diagramme

Dans ce diagramme, toutes les particules s'alignent sur des droites obliques régulièrement espacées, correspondant à leurs charges électriques. La charge électrique est donc une combinaison particulière de la charge faible et de l'hypercharge, déterminée par les bosons de Higgs. En mesurant expérimentalement l'intensité de l'interaction faible, les physiciens savent que l'angle de ces droites (« l'angle de mélange faible ») est d'environ 30 degrés. Expliquer la valeur de cet angle est l'un des principaux objectifs que doit atteindre une théorie unifiée.

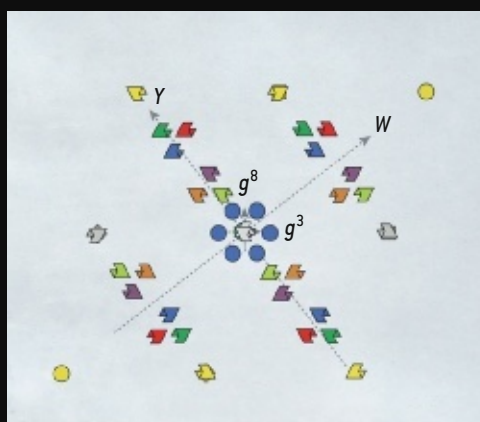
Dans le modèle standard, l'interaction forte qui lie les quarks pour former les nucléons (protons et neutrons) est associée à un groupe de Lie encore plus grand, noté $SU(3)$. La fibre de $SU(3)$ est un espace interne à huit dimensions composé de huit ensembles de cercles s'enroulant les uns autour des autres en un motif compliqué, ce qui se traduit par des interactions entre huit espèces de particules, analogues aux photons, nommées gluons (parce qu'ils collent les nucléons du noyau atomique comme de la glu).

La géométrie de la fibre de $SU(3)$ est fort complexe, mais on peut la décomposer en morceaux interprétables. Elle contient notamment un tore engendré par deux cercles, non enroulés l'un autour de l'autre, correspondant à deux générateurs du groupe notés g^3 et g^8 . Les six autres générateurs s'enroulent autour de ce tore, et leurs charges résultantes forment un motif hexagonal dans le diagramme des poids.

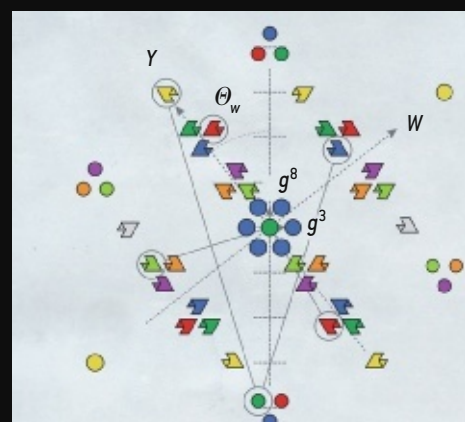
Les fibres des quarks s'enroulent autour de la fibre de ce groupe de Lie $SU(3)$, leurs « charges fortes » formant un triangle sur le diagramme des poids. Ces charges ont été étiquetées par trois couleurs – rouge, vert et bleu. Un ensemble de fibres de matière qui forme un motif complet,



INTERACTION FORTE : les huit gluons (six d'entre eux forment un hexagone, les deux autres se recroisent au centre) qui transmettent l'interaction forte interagissent mutuellement et avec les quarks et les antiquarks en fonction de leurs charges fortes (g^3 et g^8). Trois quarks, un de chaque couleur, forment un motif triangulaire. Quand les particules interagissent, par exemple quand le gluon encadré interagit avec le quark vert pour produire un quark rouge, les charges doivent s'équilibrer.



MODÈLE STANDARD : il combine les diagrammes de poids des interactions électrofaibles et fortes, pour produire la meilleure théorie des interactions fondamentales disponible à ce jour. Le diagramme complet, quadridimensionnel, a été ici aplati. Toutes les particules et forces connues de la nature (hors gravitation) se trouvent sur cette figure, formant des groupes équilibrés. L'un des principaux objectifs de la physique contemporaine est d'expliquer pourquoi les particules doivent se ranger selon un tel motif.



THÉORIE DE GRANDE UNIFICATION : les physiciens sont en quête d'une théorie qui englobe et dépasse le modèle standard. Dans une telle théorie, ce qui apparaît comme des fibres multiples (pour les interactions électromagnétique, faible et forte) serait en fait différentes coupes d'une seule et même fibre. Le diagramme de poids présenté ici correspond à la théorie fondée sur le groupe $SU(5)$. Elle reproduit le modèle standard et implique l'existence de particules et phénomènes nouveaux.

comme le triangle de trois quarks, est appelé représentation du groupe de Lie $SU(3)$. Cette théorie qui décrit les interactions fortes en termes de « couleurs » est connue sous le nom de chromodynamique quantique.

À elles deux, la chromodynamique quantique et la théorie électrofaible constituent le modèle standard de la physique des particules. Le groupe de Lie du modèle standard est obtenu en combinant $SU(3)$, $SU(2)$ et $U(1)$, ainsi que les fibres de particules de matière selon plusieurs représentations. Cette structure est décrite par un diagramme des poids comportant quatre axes de charges, qui peuvent être projetés en deux dimensions et tracés. Ce diagramme est le joyau de la couronne de la physique moderne : y sont résumées toutes les interactions entre particules décrites dans le cadre du modèle standard.

Le modèle standard : trop de questions

Si le modèle standard est un grand succès, il pose nombre d'énigmes : pourquoi la nature utilise-t-elle cette combinaison de groupes de Lie ? Pourquoi les fibres de matière existent-elles ? Pourquoi le

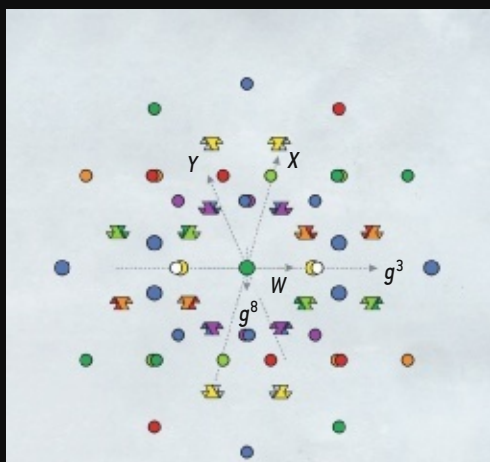
boson de Higgs existe-t-il ? Pourquoi la valeur de l'angle de mélange faible est-elle ce qu'elle est ? Comment la gravité entre-t-elle dans tout cela ? Et il y a d'autres mystères que nous n'avons pas encore abordés. Les quarks, électrons et neutrinos qui constituent la matière ordinaire forment ce qu'on appelle la première génération de fermions ; ils ont des doubles de deuxième et de troisième génération, des particules de charge identique, mais pourvues de masses beaucoup plus élevées. Pourquoi ? Et que sont la matière noire cosmique et l'énergie sombre ? Une théorie unifiée des interactions devrait être capable de répondre à ces questions et à d'autres. La première étape vers une telle théorie est l'unification des interactions forte et électrofaible.

Bien que les interactions électrofaible et forte puissent toutes deux être décrites au moyen d'espaces fibrés, leurs fibres sont distinctes. Les physiciens se sont demandé s'il n'existait pas une fibre unique qui englobe les deux. Au lieu de groupes de Lie différents pour chaque interaction, on aurait un seul groupe de Lie plus vaste, qui les contient tous. Un argument de poids va dans ce sens : à très courte distance (ou à très haute énergie), les intensités des inter-

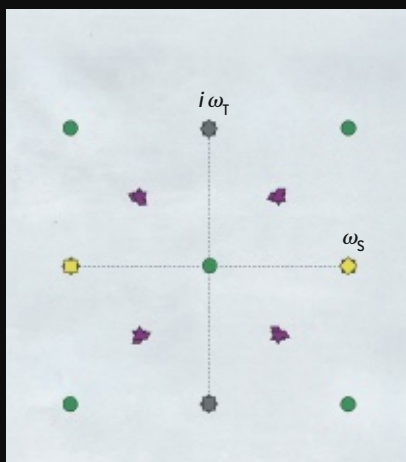
LES AUTEURS



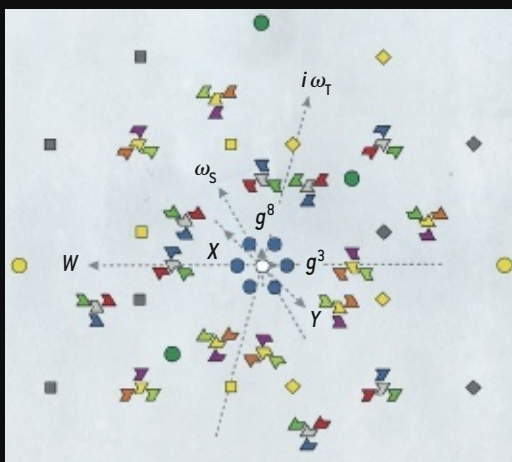
Garrett LISI, physicien, se partage entre la recherche et le surf, et travaille à fonder un institut des sciences à Hawaii.
James Owen WEATHERALL, physicien et philosophe, se consacre actuellement à un livre sur l'histoire des idées, de la physique à la finance.



THÉORIE E_6 : une façon de pousser le processus d'unification plus loin consiste à considérer que les bosons médiateurs des interactions et les particules de matière peuvent tous être associés à une fibre unique. La fibre correspondant au groupe de Lie E_6 remplit ce cahier des charges, mais la structure qui en résulte n'incorpore ni les bosons de Higgs ni l'interaction gravitationnelle.



GRAVITATION : pour l'intégrer dans le schéma d'unification, il faut tenir compte de ses « charges » caractéristiques : le spin spatial [ω_S] et le spin temporel [ω_T], liés aux translations et aux rotations. Sur le diagramme, les particules des cadrans supérieur gauche et inférieur droit se vrillent dans l'espace comme un tire-bouchon tournant à gauche.



GRAVITATION ET MODÈLE STANDARD : la combinaison des diagrammes de poids du modèle standard et de la gravitation en produit un autre qui contient toutes les particules connues. Un boson de Higgs supplémentaire apparaît dont le rôle est d'unifier les bosons de Higgs avec la gravitation. La forme spécifique du diagramme de poids combiné résulte du fait que seuls les fermions d'hélicité gauche ont une charge faible.

actions électromagnétique, faible et forte deviennent à peu près égales, ce qui suggère que l'on a affaire à différents aspects d'une même force. Une théorie de grande unification doit décrire cette force, reproduire le modèle standard, et conduire à des prédictions testables.

Des théories de « grande unification »

Cette façon de faire rappelle le succès obtenu dans le passé avec le tableau périodique des éléments. Quand les chimistes ont mis au point ce tableau, ils ont commencé à anticiper les propriétés que devraient avoir les éléments qui y figureraient et à prédire l'existence possible d'éléments inconnus jusqu'alors. De même, les physiciens des particules essaient aujourd'hui de comprendre pourquoi le diagramme des poids du modèle standard présente ce motif particulier, et une fois qu'ils y seront parvenus, ils pourront expliquer les propriétés des particules connues et prédire d'éventuelles particules nouvelles.

La première tentative en vue d'une telle théorie a été proposée en 1973 par Howard Georgi et Sheldon Glashow. Ces physiciens

ont remarqué que la combinaison de groupes de Lie du modèle standard constitue un sous-groupe du groupe de Lie $SU(5)$. La théorie de grande unification fondée sur $SU(5)$ ainsi obtenue conduit à quelques prédictions spécifiques. Tout d'abord, les fermions y ont exactement les hypercharges qu'ils ont en réalité, ce qui est remarquable. Ensuite, l'angle de mélange faible devrait valoir 38 degrés, en bon accord avec l'expérience. Enfin, en plus des 12 bosons du modèle standard (8 gluons, 3 bosons faibles et le photon), 12 nouveaux bosons médiateurs de force apparaissent, nommés bosons X et Y.

Ce sont ces bosons X et Y qui ont mis la théorie en difficulté. Ces nouvelles particules permettraient aux protons de se désintégrer en particules plus légères, ce qui n'est pas possible dans le modèle standard. Malgré des expériences de grande ampleur, comme la traque de la désintégration du proton dans 50 000 tonnes d'eau dans une ancienne mine japonaise, la désintégration d'un proton n'a jamais été observée. Les physiciens ont dû écarter la théorie de grande unification fondée sur $SU(5)$.

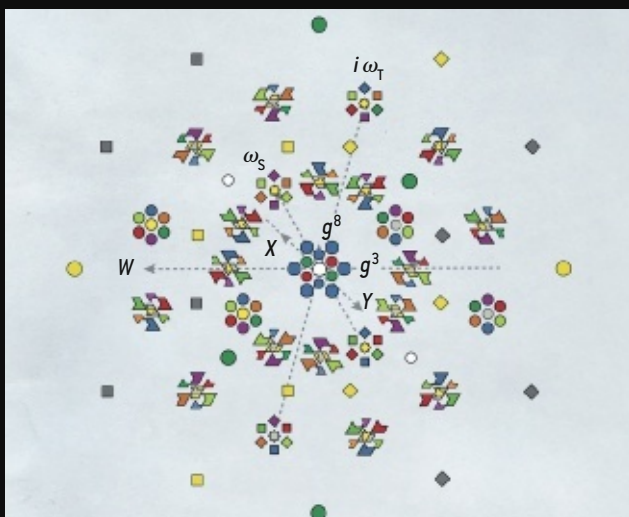
Malgré cet échec, les succès de la théorie $SU(5)$ indiquent que la voie empruntée

par H. Georgi et S. Glashow est intéressante. Une théorie de grande unification apparentée, développée à peu près au même moment, est fondée sur le groupe de Lie noté $Spin(10)$. Elle fournit les mêmes valeurs des hypercharges et de l'angle de mélange faible que $SU(5)$, et prédit en outre l'existence d'une nouvelle interaction, très semblable à l'interaction faible, mais plus faible encore.

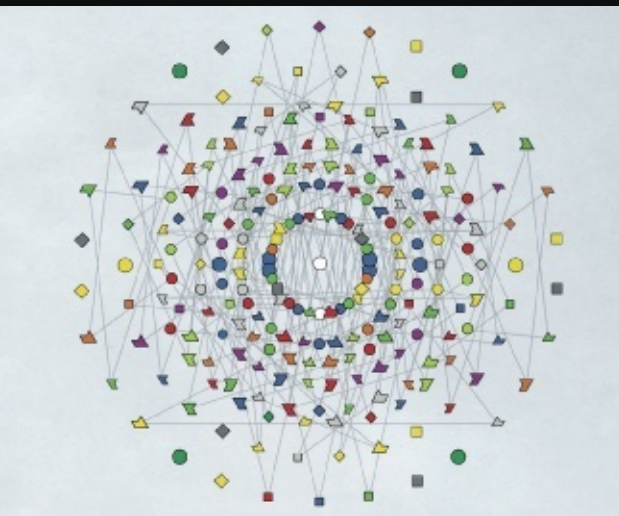
D'autres interactions ?

Les médiateurs de cette interaction plus faible sont similaires aux bosons médiateurs de l'interaction faible ; on les note W'^+ , W'^- et W'^3 . Ils interagissent avec les fermions d'hélicité droite, ce qui restaure ainsi la symétrie gauche-droite de l'Univers aux très courtes distances. Bien que cette théorie implique une abondance de bosons X (une bonne trentaine), elle suggère aussi que la désintégration du proton se produit à un taux inférieur à celui de la théorie $SU(5)$. Elle reste donc viable à ce jour.

Tracé d'une façon appropriée, le diagramme des poids de la théorie de grande unification fondée sur $Spin(10)$ montre que les charges des particules s'alignent en quatre cercles concentriques, un motif d'une



INTÉGRATION DANS E_8 : l'étude du diagramme de poids partiellement assemblé du modèle standard et de la gravitation montre que les charges de toutes les particules peuvent se ranger dans une structure complexe, qui correspond au groupe de Lie exceptionnel E_8 . Cette structure implique l'existence de particules exotiques, tels des fermions images des fermions existants (symbolisés en plus petit) et de nouveaux bosons médiateurs d'interactions à ce jour inconnues.



THÉORIE E_8 : l'intégration de toutes les particules dans la fibre correspondant à E_8 suggère que toutes les fibres associées à toutes les interactions et à toutes les particules connues, ainsi qu'une série de particules supplémentaires qui correspondent peut-être à la matière noire cosmique, pourraient se ranger au sein de ce remarquable diagramme de poids. Une symétrie, la «trialité», en relie les éléments ; elle pourrait expliquer pourquoi les fermions se présentent en trois familles. La théorie E_8 est-elle la théorie du Tout ?

rare élégance (voir l'encadré ci-dessus, à gauche). L'équilibre que présente ce diagramme a une cause profonde : le groupe de Lie Spin(10), avec ses 45 bosons ainsi que sa représentation de 16 fermions et leurs 16 antifermions, font en fait partie d'un seul groupe de Lie très particulier, le groupe de Lie exceptionnel E_6 . Les «groupes exceptionnels» jouent un rôle éminent en mathématiques. Comme il n'existe qu'un nombre limité de façons d'enrouler des cercles les uns autour des autres, il n'y a qu'une poignée de types de groupes de Lie différents. Les mathématiciens ont achevé leur classification il y a un siècle. Nous en avons déjà vu deux, de types SU et Spin, qui se rencontrent assez souvent en physique. Et parmi les groupes de Lie, il y a cinq cas exceptionnels qui se distinguent : G_2 , F_4 , E_6 , E_7 et E_8 . Ces groupes de Lie ont des structures particulièrement complexes et des liens profonds avec de nombreux domaines des mathématiques.

Le fait que les bosons et les fermions de Spin(10) et du modèle standard collent parfaitement à la structure de E_6 , avec ses 78 générateurs, est remarquable. Cela suscite une idée radicale. Jusqu'à présent, les physiciens ont toujours pensé que les bosons et les fermions étaient complètement dif-

férents. Les bosons sont représentés par des «fibres de force» laissées invariantes par les groupes de Lie associés aux interactions, tandis que les fermions sont représentés par des fibres de type différent qui s'enroulent autour des fibres bosoniques. Et si les bosons et les fermions faisaient partie d'une même fibre ? C'est ce que suggère l'intégration de la théorie Spin(10) dans E_6 . La structure de E_6 inclut les deux types de particules. Autrement dit, les bosons et les fermions peuvent être combinés en tant que parties d'un champ de superconnexion, ce qui constitue une unification radicale des forces et de la matière.

Bien que cette idée ait été critiquée par plusieurs personnes, parce qu'elle combine les bosons et les fermions d'une façon qui paraît fondamentalement incohérente au premier abord, elle a un ancrage mathématique solide. Et la courbure de cette superconnexion, qui décrit l'enroulement de E_6 dans l'espace-temps, reproduit succinctement la dynamique et les interactions des bosons et des fermions dans le modèle standard. Mais E_6 n'inclut ni les bosons de Higgs ni la gravitation.

Einstein a initialement décrit la gravitationnelle comme une courbure de l'espace-temps. Son approche mathématique

était à la pointe de ce qui se faisait au début du XX^e siècle. Mais depuis, les chercheurs ont peu à peu adopté une description plus moderne de la gravitation, physiquement équivalente, mais fondée sur les espaces fibrés.

Un groupe pour la gravitation

En chaque point de l'espace-temps, on peut imaginer un référentiel, c'est-à-dire trois règles perpendiculaires et une horloge. Sans ce référentiel, l'espace-temps ne serait qu'un tissu quadridimensionnel sans notions d'orientation ni de distance. Lorsqu'on se déplace de point en point dans l'espace-temps, le jeu de règles et d'horloge varie, notre référentiel d'origine subissant une rotation. Cette rotation peut être une rotation ordinaire dans l'espace ou bien, puisqu'Einstein a montré que l'espace et le temps sont unifiés, une rotation de l'espace dans le temps. La manière dont le référentiel effectue sa rotation de point en point est déterminée par la «connexion spinorielle», plus connue sous le nom de champ gravitationnel.

Le groupe de Lie des rotations possibles en trois dimensions d'espace et une

Une théorie prometteuse et controversée

Le groupe de Lie E_8 , dont Garrett Lisi veut faire le groupe d'unification, fascine les physiciens depuis longtemps.

Ainsi, dans l'une des théories des cordes (la théorie des cordes hétérotiques), une version fait jouer le rôle de groupe de symétrie de jauge à la combinaison $E_8 \times E_8$. Le groupe E_8 apparaît aussi dans les réductions dimensionnelles des théories dites de supergravité, qui sont les limites à basse énergie des théories des cordes.

De façon plus générale, le groupe E_8 est considéré comme un groupe prometteur en physique des particules. En effet, comme l'évoque G. Lisi, il contient d'une façon naturelle une série de sous-groupes souvent considérés dans le cadre des théories de grande unification. Cette idée, si l'on utilise le symbole d'in-

clusion $\subset$, peut se résumer par la hiérarchie :

$$U(1) \times SU(2) \times SU(3) \\ \subset SU(5) \subset SO(10) \subset E_8.$$

La proposition faite par G. Lisi en 2007 dans un article mis en ligne, très médiatisé, s'inscrit donc dans cette dernière mouvance, mais en utilisant une formulation qui lui permet d'inclure les symétries de l'espace-temps (c'est-à-dire le groupe de Lorentz).

Pour autant, la théorie prometteuse promue par G. Lisi doit encore franchir nombre d'épreuves avant de pouvoir être considérée comme une alternative viable à la théorie des cordes. Parmi elles, on notera notamment que :

- la théorie E_8 de G. Lisi n'explique pas l'asymétrie gauche-droite dans la nature, c'est-à-dire pourquoi seules les parti-

cules dont le spin est aligné sur la vitesse (hélicité gauche) interagissent. Ce phénomène a une traduction expérimentale connue sous le nom de violation de la parité.

- cette théorie annonce l'existence de fermions miroirs (aux nombres quantiques opposés) encore inconnus, ainsi que nombre de nouvelles particules et interactions, et il faut soit les découvrir, soit expliquer leur invisibilité.

- la dynamique quantique, c'est-à-dire l'évolution des champs quantiques associés aux particules et aux interactions décrite par les équations de la théorie n'est pas comprise, et semble pour l'instant entrer en conflit avec un théorème général de la physique des particules.

Emilian Dudas,

CNRS-École polytechnique, Palaiseau

Il n'y a maintenant plus qu'à mettre les morceaux ensemble. Avec la gravité décrite par $Spin(1, 3)$ et la théorie de grande unification privilégiée décrite par $Spin(10)$, il est naturel de les combiner en un unique groupe de Lie, $Spin(11, 3)$. Cela débouche sur une théorie gravitationnelle de grande unification, qu'ont introduite en 2010 Roberto Percacci, de l'École internationale d'études avancées de Trieste, en Italie, et Fabrizio Nesti, de l'Université de Ferrare. C'est un pas important sur la voie d'une théorie complète du Tout.

La théorie fondée sur le groupe $Spin(11, 3)$ inclut des blocs de 64 fermions et prédit leur spin ainsi que leurs charges électrofaible et forte. Elle inclut aussi un ensemble de bosons de Higgs. La courbure de l'espace fibré $Spin(11, 3)$ décrit correctement la dynamique de la gravité, les autres interactions et les bosons de Higgs. Elle inclut même une constante cosmologique qui explique l'énergie sombre cosmique. Tout s'éclaire.

L'espace-temps né d'une symétrie brisée ?

Les sceptiques ont objecté qu'une telle théorie devrait être impossible. Elle semble violer un théorème de la physique des particules, le théorème de Coleman-Mandula, qui interdit de combiner la gravité avec les autres interactions en un seul et même groupe de Lie. Mais le théorème a une faille importante : il ne s'applique que lorsque l'espace-temps existe. Dans la théorie $Spin(11, 3)$ (et dans la théorie E_8), la gravité n'est unifiée avec les autres interactions qu'avant la brisure de symétrie du groupe de Lie complet, et à ce stade, l'espace-temps n'existe pas encore. Notre Univers commence quand la symétrie se brise, une direction particulière devenant privilégiée dans le groupe de Lie unificateur. À cet instant, la gravitation devient une force indépendante, et l'espace-temps émerge soudain. Ainsi, le théorème reste satisfait. L'avènement du temps correspond ainsi à la brisure d'une symétrie parfaite.

Le diagramme des poids de la théorie $Spin(11, 3)$ est finement structuré et équilibré. Sa symétrie, comme celle de la théorie de grande unification fondée sur $Spin(10)$, pointe vers des structures mathématiques plus profondes. Ce motif élégant de particules fait partie de ce qui est peut-

de temps est $Spin(1, 3)$ – c'est le groupe de Lie de la gravitation. Nous ressentons la force de gravité parce que le champ de connexion spinorielle fait tourner notre référentiel quand nous nous déplaçons dans le temps, ce qui nous attire vers le centre de la Terre.

Des charges de spin

De même que les particules ont différents types de charge décrivant comment elles interagissent *via* les forces du modèle standard, elles ont un type de charge décrivant comment elles se comportent dans l'espace. Considérons ce qui se passe lorsqu'on fait tourner une règle de 360 degrés dans l'espace : elle revient à son état de départ. Cette règle (et le référentiel) a une charge de spin spatial égale à +1 ou -1. Mais si nous faisons tourner de 360 degrés dans l'espace un fermion tel qu'un électron, il ne revient pas dans son état initial. Pour ce faire, on doit le faire tourner de 720 degrés : l'électron a une charge de spin de +1/2 ou -1/2.

La charge de spin joue un rôle en gravitation parce que la gravité, par l'intermédiaire du référentiel et de la conne-

xion spinorielle, est liée à la géométrie de l'espace-temps. Comme nous l'avons fait pour les autres interactions, nous pouvons tracer un diagramme des poids pour la gravitation fondée sur le spin (*voir le diagramme correspondant page 74*). La charge de spin spatial d'une particule est son moment cinétique intrinsèque, et sa charge de spin temporel est liée à son mouvement dans l'espace. Les fermions dont le spin spatial et le mouvement sont alignés (*représentés en haut à droite et en bas à gauche du diagramme*) décrivent un tire-bouchon d'hélicité droite en se déplaçant dans l'espace. Les fermions avec un mouvement et un spin spatial de sens opposés sont d'hélicité gauche.

Ce qui est étrange, c'est que la charge de spin a aussi une pertinence inattendue pour l'interaction faible. Seules les particules d'hélicité gauche et les antiparticules d'hélicité droite ont une charge faible et sont soumises à l'interaction faible. Le fait que l'interaction faible soit sensible à la charge de spin suggère que la gravité et les autres forces, pour différentes qu'elles paraissent de l'extérieur, pourraient bien en fait être profondément liées.

être la structure la plus belle de toutes les mathématiques, le plus grand groupe de Lie exceptionnel simple, E_8 .

De la même façon que E_6 contient la structure de la théorie de grande unification Spin(10), avec ses 16 fermions, le groupe E_8 contient la structure de la théorie gravitationnelle de grande unification Spin(11,3), avec ses 64 fermions, spins compris. Ainsi, la gravité et les autres forces connues, les bosons de Higgs et une génération de fermions du modèle standard font tous partie du champ de superconnexion unifié d'un espace fibré E_8 .

Un chantier inachevé

Le groupe E_8 , avec ses 248 générateurs, a une structure riche et complexe (voir le schéma correspondant page 75). En plus de la gravité et des particules du modèle standard, E_8 inclut de nombreuses autres particules, dont certaines pourraient expliquer la matière noire cosmique, et d'autres qui pourraient rendre compte des particules des deuxième et troisième générations du modèle standard.

Cette nouvelle théorie fondée sur E_8 , groupe sur lequel plusieurs physiciens travaillent, est prometteuse, mais il reste beaucoup de travail à faire. Nous devons comprendre comment trois générations de fermions émergent, comment ils se mélangent et interagissent avec les bosons de Higgs pour acquérir leur masse, et exactement comment la théorie E_8 fonctionne dans le contexte de la théorie quantique.

Si la théorie E_8 est correcte, il est vraisemblable que le LHC détectera certaines des particules prédites. Mais si ce collisionneur détecte des particules qui ne correspondent pas au motif de E_8 , cela pourrait porter un coup fatal à la théorie. Dans un cas comme dans l'autre, les mêmes outils géométriques utilisés pour développer la théorie E_8 seront utiles pour comprendre les résultats du collisionneur. Toute particule que les expérimentateurs découvriront prendra sa place dans un diagramme de poids, et nous rapprochera un peu plus de la structure géométrique profonde de la nature. Et que la théorie E_8 soit la bonne ou pas, elle nous aura fait quand même progresser vers la théorie du Tout. ■

✓ BIBLIOGRAPHIE

R. Gilmore, *Lie Groups, Physics, and Geometry*, Cambridge University Press, 2008.

A. G. Lisi, *The beauty of particle physics*, www.ted.com/index.php/talks/garrett_lisi_on_his_theory_of_everything.html

A. G. Lisi, *An exceptionally simple theory of everything*, <http://arxiv.org/abs/0711.0770>

L. Smolin, *Des atomes d'espace et de temps*, *Pour la Science*, n° 316, 2004.

H. Bernstein et A. Phillips, *Les espaces fibrés et la théorie quantique*, *Pour la Science*, n° 47, 1981.

H. Georgi, *Une théorie unifiée des particules élémentaires et des interactions*, *Pour la Science*, n° 44, 1981.



le collège universcience
à la Cité des sciences et de l'industrie

Conférences
Le mardi à 18 h 30

Les deux infinis

Entre l'infiniment petit et l'infiniment grand, physiciens des particules et cosmologistes travaillent désormais la main dans la main pour mieux comprendre la matière et l'Univers. Quatre d'entre eux nous expliquent pourquoi et comment.

—

1^{er} mars
Dans l'immensité du cosmos
Jean-Loup Puget, astrophysicien, directeur de recherche au CNRS, membre de l'Académie des sciences.

8 mars
Au plus intime de la matière
Michel Davier, physicien, professeur à l'université Paris-Sud Orsay, membre de l'Académie des sciences.

—

15 mars
L'infiniment petit, clé de l'Univers ?
Pierre Binétruy, directeur du laboratoire AstroParticule et Cosmologie (APC), CNRS-université Paris-Diderot.

—

22 mars
Le LHC, projection dans les infinis
Michel Spiro, président du Conseil européen pour la recherche nucléaire (CERN).

universcience.fr

Avec le soutien de







Le bananier, un enjeu mondial

André Lassoudière

Le bananier est l'une des principales ressources alimentaires de la planète. Depuis une vingtaine d'années, une agriculture raisonnée et durable de la banane est mise en place pour répondre à des besoins toujours croissants.

« Quel fruit se mange, produit de l'alcool, des médicaments, du papier, de la corde, de la ficelle, du fil, des objets artisanaux variés, des parapluies, des assiettes "biologiques" jetables, des contenants à cuisson, de la colle, de la teinture, du savon? » Comme le souligne ce slogan du Réseau international d'amélioration de la banane et de la banane plantain (INIBAP), le bananier est une plante dont chaque élément est utilisé. En Inde, le cultivar Kalpatharu (un cultivar est une variété obtenue à partir d'une sélection dans un champ) en est un exemple: le fruit est consommé en dessert et préparations culinaires; les feuilles servent d'assiette; le bourgeon mâle est cuit comme un légume, les racines servent en décoction médicinale, et les animaux mangent diverses parties de la plante. La sève est utilisée comme encre indélébile, les résidus de culture en compost. Les feuilles servent aussi à réaliser des produits artisanaux. Et de nouveaux usages apparaissent encore: les fibres de la tige sont un absorbant de haute porosité et capillarité, dont on développe l'utilisation dans des systèmes naturels de purification de l'eau ou pour l'absorption de l'huile.

Après le riz, le blé et le maïs, la banane est l'une des plus importantes cultures

L'ESSENTIEL

- ✓ On produit plus de 116 millions de tonnes de bananes par an.
- ✓ Entre 1890 et 1990, leur culture intensive, couplée à l'usage croissant de pesticides, a dégradé l'environnement et favorisé la résistance des parasites.
- ✓ Depuis 20 ans, biologistes et agriculteurs élaborent des stratégies de culture bananière plus respectueuses des sols et des hommes.
- ✓ Ils cherchent notamment à maintenir une diversité indispensable pour la lutte contre les parasites, mais peu favorisée par la nature : le bananier est une herbe qui se multiplie par rejets identiques au pied-mère.

Sauf mention contraire, les figures sont de A. Lassoudière

vivrières de par le monde; 90 pour cent de la production sont consommés sur place, notamment dans les pays les plus pauvres d'Afrique, d'Amérique latine et d'Asie. Dans certaines régions, la banane est même la base de l'alimentation humaine depuis des siècles. Elle a fait son apparition dans la consommation des régions tempérées beaucoup plus récemment – vers 1870 en Amérique et en Europe. Le commerce international s'est accéléré au début du XX^e siècle, avec le développement du transport maritime réfrigéré.

Pour répondre à des besoins toujours croissants, le marché de la banane a connu une expansion considérable, entraînant une culture intensive, peu soucieuse de l'environnement. Vers 1990, nous allons le voir, le constat était désastreux: dégradation des sols, pollution de l'eau, impact sur la santé... Mais depuis, s'inspirant des propriétés de cette plante étonnante – c'est une herbe géante qui produit des fruits généralement sans graines –, les chercheurs et les producteurs de différentes régions (de Martinique et de Guadeloupe, notamment) mettent au point de nouvelles stratégies favorisant une culture raisonnée, tout aussi productive, mais respectueuse de l'environnement. Ce sont ces stratégies que nous présentons ici.