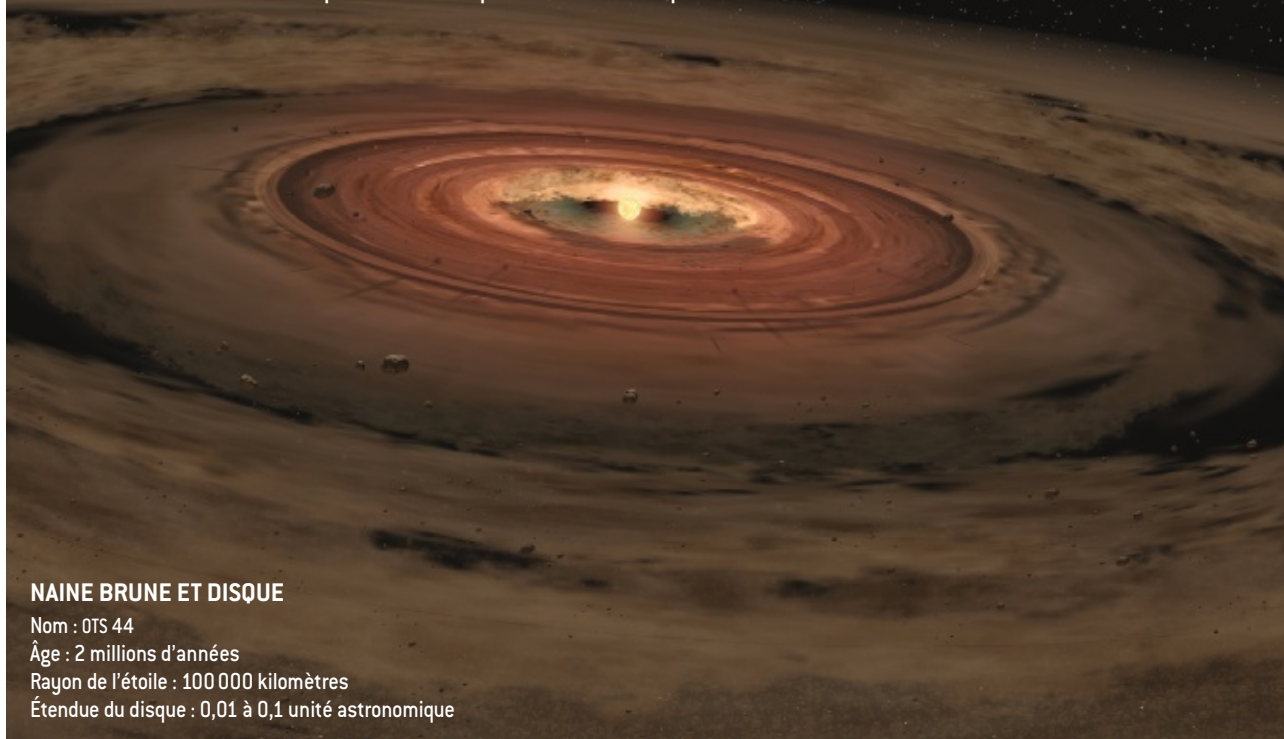


De nombreuses naines brunes possèdent un disque au sein duquel des planètes pourraient se former. C'est le cas de la naine brune OTS 44, âgée d'environ deux millions d'années – l'âge auquel on pense que les planètes du Système solaire ont commencé à se former. Son disque contient assez de matériau pour former l'équivalent d'Ura-

nus ou de Neptune. Le fait que des planètes puissent se former dans un environnement aussi peu propice que les abords d'une naine brune, d'une naine blanche ou d'une étoile à neutrons indique que la formation planétaire est un processus beaucoup plus robuste que ne le pensaient les astronomes.



NAINES BRUNES ET DISQUE

Nom : OTS 44

Âge : 2 millions d'années

Rayon de l'étoile : 100 000 kilomètres

Étendue du disque : 0,01 à 0,1 unité astronomique

NASA/JPL-Caltech/T. Pyle/Spitzer Science Center

étoile à neutrons, des astéroïdes et des comètes autour de plus d'une douzaine de naines blanches, et des indices des premières étapes de formation planétaire autour de naines brunes.

À terme, l'étude de ces systèmes extrasolaires a deux objectifs. Tout d'abord, en apprendre davantage sur notre Système solaire, en particulier sur son évolution et sa structure à grande échelle, des caractéristiques difficiles à étudier étant donné les limites de notre perspective temporelle et spatiale. On espère aussi replacer le Système solaire dans son contexte. Est-il représentatif ou fait-il figure d'exception ? La diversité des systèmes planétaires cache-t-elle des processus de formation communs ? La similarité entre la composition des astéroïdes du Système solaire et celle du matériau qui tombe sur les naines brunes suggère que oui.

Le second objectif est de déterminer dans quelle mesure la vie pourrait être répandue dans l'Univers. Dans notre voisinage galactique, les naines brunes sont

à peu près aussi nombreuses que les étoiles. « L'étoile » la plus proche du Soleil est-elle une naine brune qui reste à découvrir ? Les planètes extrasolaires les plus proches sont-elles en orbite autour d'une naine brune ? Le satellite WISE (*Wide-field Infrared Survey Explorer*), lancé par la NASA en décembre 2009, découvrira sans doute dans les années à venir des naines brunes très proches. Les éventuelles planètes telluriques autour des naines brunes n'élargissent pas simplement la gamme des habitats possibles, elles laissent aussi imaginer une vie extraterrestre qui se développe à la faible lueur rougeoyante d'une naine brune.

De même, la présence d'astéroïdes et de comètes autour de naines blanches suggère que les planètes peuvent survivre à la mort d'une étoile de type solaire. Si la vie pouvait s'adapter à de tels changements de conditions, peut-être se maintiendrait-elle dans l'environnement de ces étoiles mortes. Le spectacle des naines blanches ne serait alors pas aussi désespérant. ■

✓ BIBLIOGRAPHIE

I. Cognard et G. Theureau, **Les pulsars, des astres à planètes**, *Dossier Pour la Science* n° 64, juillet-septembre 2009, http://bit.ly/dossier64_pulsars

B. Zuckerman et al., **The chemical composition of an extrasolar minor planet**, *Astrophysical Journal*, vol. 671, n° 1, pp. 872-877, 10 décembre 2007. En ligne sur : <http://arxiv.org/abs/0708.0198>

M. Jura et al., **Externally-polluted white dwarfs with dust disks**, *Astrophysical Journal*, vol. 663, n° 2, pp. 1285-1290, 2007. En ligne sur : <http://arxiv.org/abs/0704.1170>

M. Werner, **L'héritage de Spitzer**, *Pour la Science* n° 388, février 2010, http://bit.ly/pls388_spitzer

D. Ardila, **Les débris des systèmes planétaires**, *Pour la Science* n° 399, mai 2004, http://bit.ly/pls319_ardila

HISTOIRE DES SCIENCES

Un théorème géométrique parmi les *Pensées* de Pascal

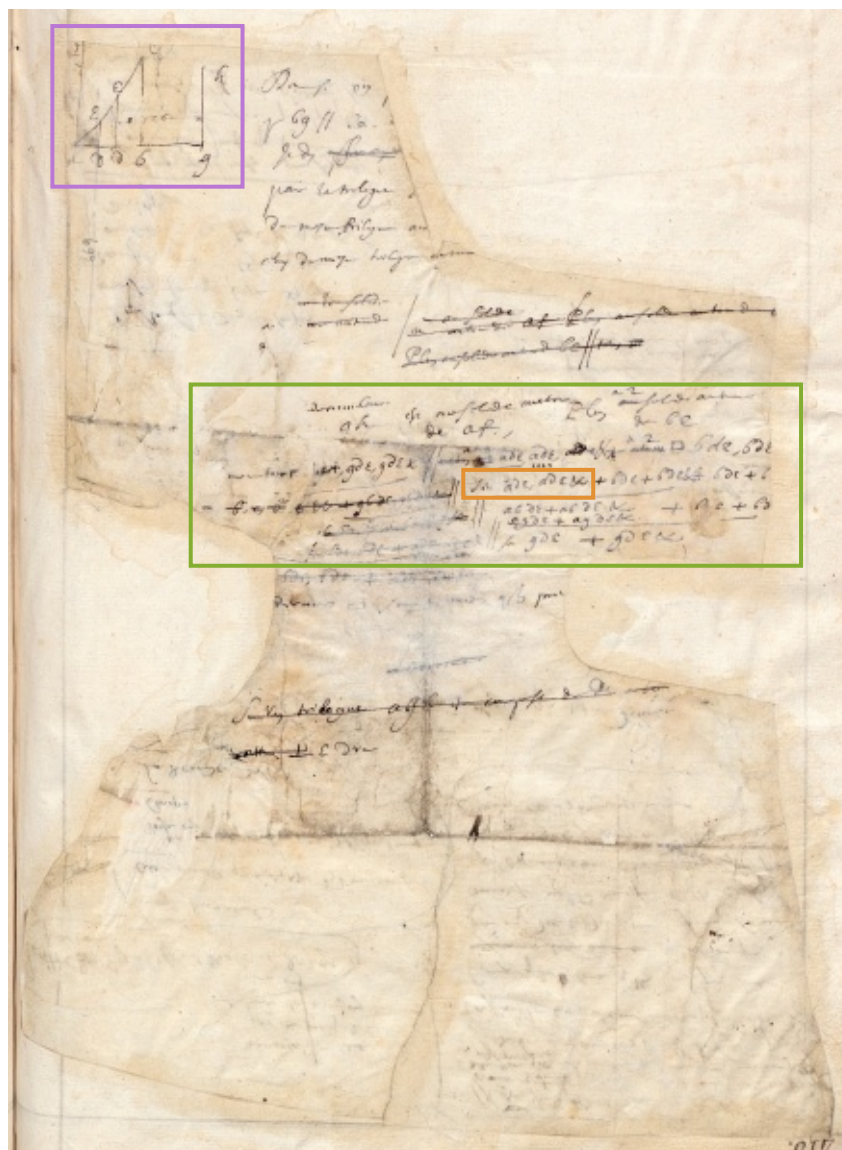


Des notes de géométrie de Pascal ont été retrouvées au verso d'un feuillet des Pensées, révélant les coulisses d'un de ses ouvrages mathématiques, les Lettres de A. Dettonville.

Dominique DESCOTES

L'œuvre mathématique de Blaise Pascal (1623-1662) ne nous est connue que de manière partielle. Rien ne subsiste des manuscrits originaux de son grand traité sur les coniques – intersections d'un plan et d'un cône – ni de sa correspondance avec Pierre Fermat sur la « géométrie du hasard », réflexions sur les jeux de hasard qui annoncent le calcul des probabilités. Surtout, les manuscrits de ses ouvrages imprimés au XVII^e siècle, le *Traité du triangle arithmétique* et les *Lettres de A. Dettonville*, ont été détruits. Dans le premier, Pascal étudie les propriétés du triangle arithmétique, organisation des nombres entiers en triangle rectangle qui facilite le calcul de sommes de suites d'entiers ; le second est en partie consacré à la cycloïde, une courbe décrite par un point fixé au bord d'une roue lorsque celle-ci roule sans glisser le long d'une droite (voir la figure 2). Comme la plupart des traités mathématiques de l'époque, ces deux ouvrages ne nous offrent qu'un produit pour ainsi dire achevé : ils sont entièrement rédigés sous forme rhétorique, voire littéraire. Jusqu'à présent, faute de tout manuscrit original autographe, nous ne disposons d'aucune trace de la manière dont Pascal préparait son texte, et on admettait couramment qu'il n'avait jamais employé d'écriture symbolique, de quelque type qu'elle soit.

Paradoxalement, c'est le *Recueil* des manuscrits originaux des *Pensées* de Pascal, déposé à la Bibliothèque nationale de France, et surtout connu parce qu'il contient les grands textes religieux et moraux de Pas-



cal, qui a permis de lever un pan du voile qui couvre les méthodes de rédaction de notre géomètre. Le *Recueil des Pensées* se présente comme un gros volume relié, sur les feuillets duquel ont été collés les papiers autographes de Pascal, retrouvés après sa mort. Les travaux en cours depuis une dizaine d'années sur ce document en vue de la réalisation d'une édition électronique des *Pensées* m'ont amené à remarquer, parmi les 496 pages du gros volume, un autographe négligé, malgré son intérêt considérable pour l'histoire des sciences.

Le document ne doit d'avoir été préservé qu'au fait qu'il porte au recto, page 409, des notes elliptiques prises en vue de la rédaction des *Provinciales*. Publiées en 1656-1657, ces lettres écrites « à un provincial par un de ses amis » visaient à défendre le théologien augustinien Antoine Arnauld, qu'une machination conduite par les ennemis du monastère de Port-Royal (monas-

L'AUTEUR



Dominique DESCOTES, professeur à l'Université Blaise Pascal (Clermont II), est chercheur au Centre international Blaise Pascal (CERHAC-CIBP, UMR 5037, CNRS-Université Blaise Pascal).

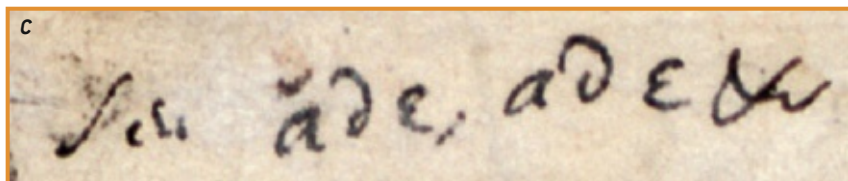
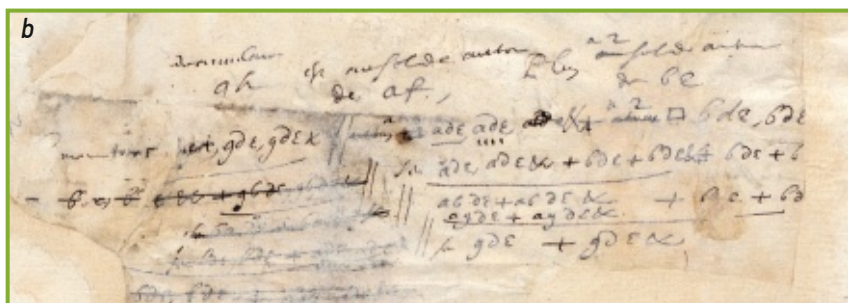
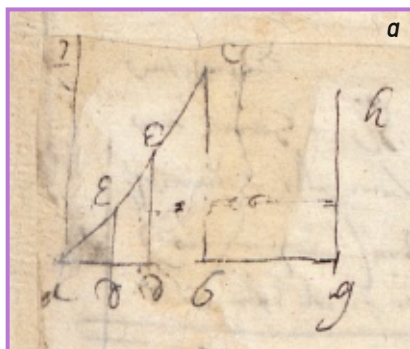
tère de la haute vallée de Chevreuse où se sont rassemblés les disciples de saint Augustin] avait privé de son titre de docteur de Sorbonne. Pascal avait griffonné les notes de la page 409 du *Recueil des Pensées* sur un papier de réutilisation, mais il n'avait pas eu l'occasion de les exploiter dans la composition d'un ouvrage, et il avait par conséquent conservé le document. Or au verso, sur la page 410 du *Recueil*, apparaît, à travers une fenêtre découpée dans la feuille du cahier, le brouillon autographe d'une proposition de géométrie qui a jusqu'à présent complètement échappé aux éditeurs des *Pensées*, et n'a par conséquent fait l'objet d'aucune publication.

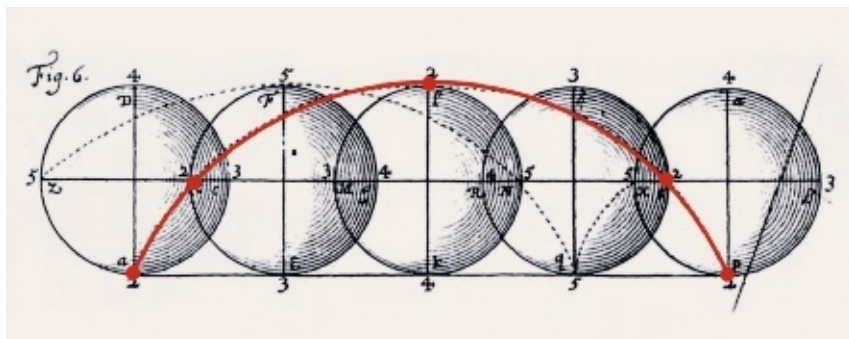
Au dos d'un brouillon des *Provinciales*

Le document a, en quelque sorte, été victime de la séparation des disciplines qui caractérise la recherche et l'enseignement en France : préoccupés avant tout de déchiffrer les textes d'ordre apologétique et religieux, les éditeurs des *Pensées* n'ont pas jugé cette page digne d'être reproduite et, de leur côté, les historiens des sciences n'ont jamais eu l'idée d'aller chercher une proposition de géométrie dans les brouillons de l'*Apologie de la religion chrétienne*. Placé sous les yeux de tout le monde et jamais regardé, le théorème attendait vainement qu'on s'aperçoive de son existence depuis le XVIII^e siècle...

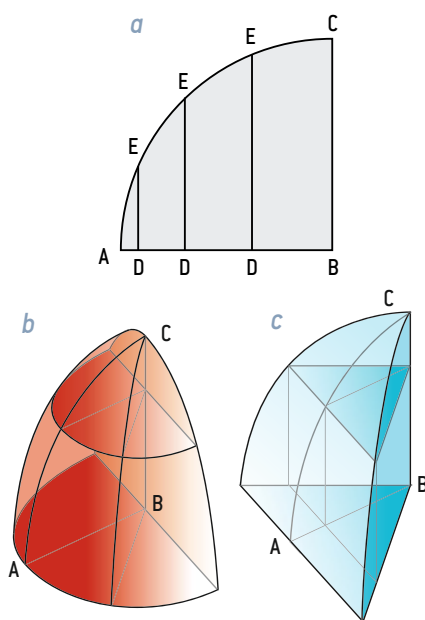
La page 409 permet de dater approximativement la partie mathématique qui figure au verso : la campagne des *Provinciales* a lieu de début 1656 à 1657. Or le brouillon du verso est antérieur (il est mutilé par un découpage de Pascal lui-même, alors que le texte au recto est épargné). Il doit donc remonter à 1655 ou 1656. À cette époque, Pascal a une activité intense de polémiste contre les jésuites qui attaquent les disciples de saint Augustin ; il commence aussi à élaborer son *Apologie de la religion chrétienne*, dont nous connaissons les fragments sous le titre de *Pensées*. Il n'abandonne cependant pas les sciences pour autant : en 1654, il a fait imprimer son *Traité du triangle arithmétique* et des ouvrages de physique, et, en juin 1658, il proposera

1. LE MANUSCRIT DE GÉOMÉTRIE découvert au dos d'un feuillet des *Pensées* de Pascal (page ci-contre). Le savant y étudie le volume engendré par la rotation d'un triligne abc autour d'un axe gh (a). Très brouillon et abîmé, le manuscrit énonce un théorème dans une notation symbolique (b). Les traits horizontaux, par exemple, séparent les étapes du raisonnement, et les doubles barres verticales représentent l'égalité entre des sommes. Pour indiquer la somme de tous les trilignes ade qui composent le triligne abc , notamment, Pascal utilise le symbole S (c). Le calcul intégral n'est plus très loin...





2. LE DÉFI DE LA ROULETTE consistait à étudier les propriétés de la cycloïde (en rouge), courbe décrite par un point fixé à une roue, lorsque celle-ci roule le long d'une droite horizontale. Il s'agissait notamment de déterminer les caractéristiques du solide engendré par la rotation de la courbe autour de son axe de symétrie, notamment son volume, sa surface courbe et son centre de gravité. Pascal lança ce concours en 1658 par circulaire, avec une récompense de 60 pistoles – l'équivalent du loyer annuel d'une maison à Paris. Publiées en 1659, les *Lettres de A. Dettonville* sont la solution que propose Pascal, sous un pseudonyme, à ce défi.



3. POUR CALCULER LE VOLUME du solide engendré par un triline ABC (a) tournant autour de son axe BC (b), Pascal construit un autre solide, l'« ongle », qui épouse lui aussi la forme du triline, mais dont la base est un triangle rectangle isocèle de bissectrice AB (c). En sommant les tranches d'onglet parallèles à cette base (des triangles rectangles isocèles elles aussi), Pascal détermine le volume de l'onglet. Connaissant par ailleurs le rapport des volumes des deux solides (c'est le rapport des surfaces de leurs bases), il en déduit le volume du premier solide. Le théorème du manuscrit généralise cette méthode à d'autres solides engendrés par diverses rotations d'un triline.

publiquement un concours à tous les mathématiciens d'Europe, les défiant de résoudre une liste de problèmes sur la roulette, c'est-à-dire sur la courbe qu'elle engendre – la cycloïde. En octobre, personne n'ayant complètement satisfait au défi, il publiera ses résultats sous le titre de *Lettres de A. Dettonville*.

Un théorème sur le calcul de volumes

Le brouillon mathématique qui nous intéresse, page 410 du *Recueil des Pensées*, est lié à ces travaux. Placé tête-bêche, il n'est visible que parce que les ouvriers qui, au XVIII^e siècle, ont confectionné le *Recueil* des originaux, ont percé dans le folio une fenêtre qui permet de voir le côté du papier collé sur le feuillet support (voir la figure 1).

De quoi est-il question dans ce document ? D'abord, on constate que, contrairement aux textes imprimés, il est écrit sous forme symbolique, et non rhétorique : c'est la preuve que Pascal possédait son propre symbolisme. Celui-ci n'a rien à voir avec le nôtre ni avec celui de l'algèbre cartésienne. Les larges coups de plume horizontaux qui séparent les différentes expressions du raisonnement, par exemple (voir la figure 1b), ne sont pas des barres de rapports : elles séparent les temps successifs du raisonnement, et les transformations des expressions symboliques. Les doubles barres obliques symbolisent l'éga-

lité entre des sommes de corps géométriques. Ensuite, Pascal y traite, dans un langage qui est celui de la *méthode des indivisibles*, ancêtre de ce qui deviendra le calcul différentiel et intégral, de corps géométriques qu'il étudiera dans les *Lettres de A. Dettonville*. Si elles ont été rédigées pour apporter une solution au « défi de la roulette », ces lettres ont en effet une portée bien plus vaste : Pascal y propose des méthodes générales de calcul de la dimension et des centres de gravité des solides et des surfaces planes et courbes.

La figure tracée sur le document (voir la figure 1a) représente ce qu'il appelle un *triline*, la surface limitée par deux droites perpendiculaires et une ligne courbe monotone. Un des problèmes du défi de la roulette est la détermination du volume sous la cycloïde, lorsque celle-ci tourne autour de son axe de symétrie. Dans les *Lettres de A. Dettonville*, pour résoudre ce problème, Pascal part du cas général d'un triline ABC quelconque (voir la figure 3). Tourné autour de son axe BC, celui-ci engendre un demi-solide de rotation, dont il cherche le volume, la surface courbe et le centre de gravité. Il le compare pour cela à un autre solide, l'« ongle », construit sur le même triline, mais de volume plus simple à calculer.

L'originalité du théorème dont Pascal donne ici la démonstration, c'est qu'il concerne des solides un peu différents, tel celui construit par rotation du triline ABC autour de la parallèle à BC passant par A (voir la figure 1a). Le théorème de Pascal, démontré sous sa forme rhétorique dans les *Lettres de A. Dettonville*, donne le volume de ce solide en le comparant à celui engendré par la rotation du triline ABC autour de GH, parallèle à l'axe BC et perpendiculaire à la base AB du triline.

Une notation autre que celle de Descartes

Mais le plus nouveau est le système symbolique utilisé. Pour désigner une somme indéfinie de lignes ou de surfaces (l'ancêtre de ce que nous appelons une intégrale), par exemple pour désigner la « somme » de « tous les trilignes ADE », Pascal emploie le symbole S suivi de « des », et des lettres qui désignent les éléments sommés (voir la figure 1c).

Ainsi, « S des ade, ade &c » signifie : la « somme indéfinie des trilogues ADE ». Les lecteurs de Leibniz [1646-1716] ne manqueront pas d'être frappés par la ressemblance de ce S avec le symbole $\int$ rendu célèbre par l'inventeur du calcul intégral.

L'intérêt de cette symbolique est qu'elle n'est pas de même nature que l'écriture algébrique de la *Géométrie* cartésienne. Il s'agit de la symbolique d'un géomètre écrivain. Elle schématise bien la progression du raisonnement et permet de suivre les opérations successives qui constituent la démonstration, mais c'est surtout une manière d'écrire qui prépare une transition sûre vers la rédaction d'un texte clair, rigoureux et compréhensible par le lecteur, le texte définitif des *Lettres de A. Dettonville*. Car tout abrégées qu'elles soient, les expressions sont conçues pour être transformées en une rédaction étoffée.

Par exemple, à partir du brouillon, qui porte l'expression « 2 $\square$ bde, bde », Pascal n'a qu'à traduire « le double des carrés BD.DE, BD.DE » [BD.DE étant le produit des côtés BD et DE] pour aboutir sans difficulté à la rédaction rhétorique, débarrassée de toute expression symbolique, que l'on trouve dans les *Lettres de A. Dettonville*.

De l'amont et de l'aval de cette proposition, nous ne savons rien. À quoi servait-elle ? Quel type de problème permettait-elle de résoudre ? Elle témoigne du fait que Pascal, loin d'avoir publié toutes ses recherches mathématiques, en a conservé beaucoup, aujourd'hui détruites ou perdues. Il faut se résoudre à tout ignorer des recherches que Pascal avait entamées sur ce sujet. À moins que de nouveaux documents n'arrivent au jour, notre ignorance risque bien d'être définitive.

✓ BIBLIOGRAPHIE

D. Descotes, *An unknown mathematical manuscript by Blaise Pascal, Historia Mathematica*, vol. 37, n° 3, pp. 503-534, 2010.

D. Descotes, Pascal. *Le calcul et la théologie, Les génies de la science*, n° 16, 2003.



LES { Partagez les savoirs } RENDEZ-VOUS DU MUSÉUM

2011, ANNÉE INTERNATIONALE DES FORÊTS

Dans le cadre de cet événement, le Muséum vous propose des cycles de conférences et de films.

DÉTAILS SUR WWW.MNHN.FR, RUBRIQUE « ÉVÈNEMENTS »

LES COURS PUBLICS, LES JEUDIS À 18H

Assurés par les chercheurs du Muséum, ils s'adressent à tous

Cycle « Anatomie comparée » / 1^{re} partie : J.-P. Gasc

27/01 Ordre naturel et romantisme

03/02 L'intégration darwinienne et l'anatomie comparée

Grand Amphithéâtre du Muséum

57 rue Cuvier, Paris 5^e - Métro : Jussieu

LES LUNDIS DU MUSÉUM, 18H

Cycle de conférences « La forêt : son rôle, son état, ses habitants » :

28/02 Les forêts françaises (M. Hermeline, ONF)

07/03 Forêt, climat et cycle du carbone (D. Lousteau, INRA, Bordeaux)

LE MUSÉUM FAIT SON CINÉMA ! (CYCLE DE FILMS)

Cycle de films « L'usage des forêts »

Samedi 12/02, 16h

L'homme qui plantait des arbres (animation, F. Back, Canada, 1987, 34')

Les hommes de la forêt 21 (documentaire, Julien Samani, France, 2007, 52')

Lundi 14/02, 18h

Voyage vers la forêt (expérimental, J. Staeger, Allemagne, 2008, 7')

L'origine de la pomme ou le Jardin d'Eden retrouvé (documentaire, C. Peix, France, 2009, 52')

Auditorium de la Grande Galerie de l'Évolution

36 rue Geoffroy Saint-Hilaire, Paris 5^e

Métros : Gare d'Austerlitz - Jussieu



 LOGIQUE & CALCUL

Le Rubik's Cube : pas plus de 20 mouvements !

Le cube de Rubik est le numéro un de tous les casse-tête. Trente ans après son invention, on continue à y jouer et à résoudre les problèmes qu'il pose.

Jean-Paul DELAHAYE

Le cube de Rubik (ou *Rubik's Cube*) est le plus étonnant des casse-tête jamais inventés. D'abord, aucun jeu n'a suscité autant d'intérêt et conduit à la publication d'autant d'articles et de livres. Ensuite, il est difficile et intéressante pourtant des millions de gens, en donnant lieu à toutes sortes de compétitions et d'exploits... plus ou moins étranges et de plus en plus fous. De plus, il est à l'origine de centaines d'autres casse-tête mécaniques souvent aussi intéressants que lui, et qu'on peut aujourd'hui pratiquer virtuellement avec tout ordinateur. Enfin, le problème des configurations les plus difficiles a résisté pendant 30 ans et a exigé l'emploi d'un puissant réseau informatique avant qu'on en vienne à bout il y a quelques mois.

Nous allons reprendre ces quatre points et en particulier donner quelques informations sur la preuve récemment obtenue que 20 mouvements suffisent toujours pour reconstituer les faces colorées du cube.

Ingénieux mécanisme

En août 1980, dans le n° 34 de *Pour la Science*, Emmanuel Halberstadt publiait un article intitulé *Le cube hongrois et la théorie des groupes* où il décrivait le cube de Rubik et indiquait un moyen pratique de le remettre en ordre, fondé sur l'analyse de la structure mathématique associée au cube.

Cet article contribua au succès du cube en France, succès qui, comme partout dans

le monde, fut d'une ampleur considérable et d'une rapidité sidérante.

Le cube inventé six ans plus tôt par le sculpteur et professeur d'architecture Ernő Rubik est un bloc de 26 petits cubes rendus solidaires par un ingénieux mécanisme permettant à chaque face de 9 cubes (3×3) de pivoter autour d'un axe parallèle aux arêtes et passant par le centre de chaque face. L'emplacement du cube central, qui compléterait le tout et donnerait un empilement de $3 \times 3 \times 3$ cubes, est occupé par le système de pivots qui donne sa cohésion à l'ensemble et le met en mouvement. La configuration initiale est telle que chaque face est colorée uniformément avec six couleurs : bleu, rouge, orange, vert, jaune et blanc. En opérant quelques rotations des faces, on mélange les couleurs et le problème posé est alors de reconstituer la configuration initiale.

Quelques instants de manipulation conduisent à comprendre les premiers éléments de la structure du casse-tête.

— Les cubes centraux des faces tournent sur eux-mêmes, mais restent toujours en place ; ils déterminent donc la couleur de chaque face et permettent d'orienter le cube d'une manière fixe.

— Un cube de coin (il y en a huit) sera toujours un cube de coin. Chacun d'eux a trois faces visibles de couleurs différentes qui, en prenant en compte les centres des faces, indiquent précisément la position qu'il doit occuper dans le cube remis en ordre.

— Les 12 cubes restants sont ceux des milieux des arêtes. Ils ont chacun deux faces

visibles de couleurs différentes qui, comme pour les cubes de coin, déterminent précisément leur position dans la configuration à atteindre.

Un succès planétaire

D'apparence simple, la remise en ordre se révèle particulièrement coriace, et une fois mélangé, sans aide ou sans étude très approfondie du problème mathématique que pose le cube, vous ne réussirez jamais à le remettre en ordre. Le casse-tête est réellement difficile et son succès reste mystérieux.

On évalue que 350 millions de cubes de Rubik ont été fabriqués et vendus depuis que les premiers exemplaires ont été proposés au public hongrois en 1977. Cela fait de lui le casse-tête le plus vendu de tous les temps, à l'exception peut-être du Taquin (dénommé aussi 15-puzzle) dont il est impossible de comptabiliser les exemplaires (fabriqués selon des milliers de modèles différents) depuis son invention en 1879. Bien que le cube de Rubik ait été copié sans vergogne par l'industrie de la contrefaçon, Ernő Rubik, l'inventeur du cube, a fait fortune grâce à son casse-tête qui lui a valu la gloire et... lui a permis de consacrer le reste de sa vie à la mise au point d'autres casse-tête.

Une multitude de livres et d'articles ont été publiés au sujet du cube, de sa théorie et des méthodes pour le résoudre. Sur Internet, un grand nombre de pages lui sont consacrées. Le nombre de documents différents