

l'information qu'elles sont atteignables en un mouvement. Partant de ces configurations, on opère un mouvement de plus de toutes les façons possibles. On mémorise les configurations nouvelles qu'on vient d'atteindre avec l'information qu'elles sont atteignables en deux mouvements.

On poursuit de la même façon et, de proche en proche, toutes les configurations possibles se trouvent mémorisées avec l'information de la longueur du plus court chemin qui permet d'y arriver (car quand on engendre une configuration pour la première fois, c'est qu'il n'y a pas de suites de mouvements plus courtes y conduisant). Quand une étape nouvelle de calcul n'ajoute plus de configuration, on arrête l'algorithme : on est certain d'avoir toutes les longueurs des plus courts chemins et on connaît donc les configurations du cube de Rubik les plus longues à ranger.

En théorie, cette approche est bien plus rapide que la précédente, car elle exploite au mieux les résultats des calculs déjà faits qu'elle engrange petit à petit. Mais elle est toute aussi impossible à cause de la quantité de mémoire bien trop importante qu'elle exige. C'est la totalité de la mémoire de tous les disques durs des ordinateurs sur Terre, de l'ordre de 10^{21} octets, qu'il faudrait utiliser pour exécuter l'algorithme de calcul progressif de tous les plus courts chemins que nous venons de décrire !

Un exploit algorithmique

Entre trop de calculs et trop de mémoires, il fallait trouver une solution médiane. Tomas Rokicki, H. Kociemba, Morley Davidson et John Dethridge ont su faire ce travail et démontrer que 20 est le nombre de mouvements nécessaires pour ranger le cube de Rubik dans les cas les plus difficiles. La méthode résulte d'une longue recherche et de la mise au point d'une série de perfectionnements pour apprivoiser la complexité du problème et exploiter à la fois la mémoire disponible sur une machine contemporaine et la capacité de calcul qu'elle donne, en s'arrangeant pour ne jamais dépasser les bornes que la technologie fixe aujourd'hui.

Outre l'utilisation des symétries du problème qui permet d'en réduire un peu la taille, l'idée a été de séparer le problème en un grand nombre de sous-problèmes que la mémoire disponible sur un ordinateur permet de traiter globalement par une méthode apparentée à celle progressive évoquée. Le problème a ainsi été découpé en 2 217 093 120 ensembles de 19 508 428 800 configurations chacun. L'utilisation des symétries a ramené le nombre d'ensembles à traiter à 55 882 296.

Une variante de l'algorithme de H. Kociemba exploite l'information que le pire cas ne demande pas moins de 20 mouvements. On sait depuis 1995 que certaines configurations ne peuvent être résolues en moins de 20 mouvements, et donc, dès que pour une configuration donnée, on connaît une solution en moins de 20 mouvements, et même si ce n'est pas la meilleure, on peut se dispenser d'en rechercher une plus courte.

Le long calcul mené pour arriver au résultat que 20 mouvements, même dans le pire cas, suffisent à remettre en ordre un cube de Rubik, a produit d'autres informations intéressantes. En moyenne, le nombre de mouvements nécessaires est 17,7. Les configurations exigeant 20 mouvements sont assez rares : il y en a environ 300 millions, ce qui signifie qu'une configuration prise au hasard a moins d'une chance sur 100 milliards de nécessiter 20 mouvements. Ces informations font maintenant comprendre que les joueurs humains qui réussissent en 22 mouvements réalisent un exploit pas très lointain de l'optimum, chose remarquable. Cependant, malgré tous leurs efforts et tous les entraînements auxquels les joueurs humains se soumettent, ils ne réussissent pas à découvrir les meilleures séquences de mouvements.

Ainsi, ce jeu inventé il y a plus de 30 ans a défié le monde des informaticiens qui n'ont pu que difficilement résoudre le problème de la pire configuration. Le jeu défie aussi la communauté des mathématiciens qui, sur une question simple purement algébrique et abstraite, a dû, pour l'instant, laisser la machine l'emporter en proposant un résultat qu'aucun théoricien ne peut contredire ni valider à la main.

L'AUTEUR



Jean-Paul DELAHAYE est professeur à l'Université de Lille et chercheur au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL).

✓ BIBLIOGRAPHIE

J. Slocum, *The Cube. The Ultimate Guide to the World's Bestselling Puzzle*, Black Dog & Leventhal Publisher Inc., 2009.

T. Rokicki, *Twenty-two moves suffices for the Rubik's cube*, *The Mathematical Intelligencer*, vol.32(1), pp.33-40, 2010. <http://www.springerlink.com/content/q088143tn805k124/fulltext.pdf>

D. Joyner, *Adventures in Group Theory : Rubik's Cube, Merlin's Magic and Other Mathematical Toys*, The Johns Hopkins University Press, 2008.

✓ SUR LE WEB

T. Rokicki et al., *God's Number is 20* [consulté le 11-11-2010], <http://www.cube20.org/>

Cubeland : <http://cubeland.free.fr/indexfr.html>

Francocube : <http://www.francocube.com>

Site officiel du cube de Rubik : <http://www.rubiks.com/>

World Cube Association : <http://www.worldcubeassociation.org/index.php>

Wikipedia : *Optimal solutions for Rubik's Cube* http://en.wikipedia.org/wiki/Optimal_solutions_for_Rubik's_Cube

 ART & SCIENCE

Astronomie dans le décor... à Versailles

La reine des sciences au XVII^e siècle figure en bonne place dans les décors du château de Versailles.

Loïc MANGIN

Le château de Versailles fut résidence royale de 1682 à 1789, durant les règnes de Louis XIV, de Louis XV et de Louis XVI. On associe au palais et à la vie de ses hôtes autant de faste que de drames, tandis que le quotidien de la cour semblait fait essentiellement de divertissements et d'intrigues. Cette vision néglige la place – importante – qu'occupèrent les sciences dans la vie versaillaise. En effet, nombre de savants y présentèrent leurs travaux, y enseignèrent et purent s'y consacrer à l'étude. Plusieurs expériences spectaculaires y furent conduites, telle la décharge électrique qui parcourut, à l'instigation de l'abbé Nollet, le corps de 60 à 240 personnes (selon les récits) dans la galerie des Glaces le 14 mars 1746. Ces liens entre sciences et royauté font l'objet d'une exposition au château de Versailles.

Ces liens apparaissent notamment dans plusieurs décors du palais dont les premières extensions furent bâties à partir de 1661 en prolongement de l'« humble » demeure de Louis XIII. De fait, Jean-Baptiste Colbert, surintendant des Bâtiments depuis 1664, dirigea les programmes iconographiques des décors. Or il fut également le fondateur de l'Académie des sciences en 1666. Cette double responsabilité transparait dans les images peintes.

Intéressons-nous au *Char de Saturne*, commandé au peintre et décorateur français Noël Coypel en 1671 (*voir page ci-contre, une esquisse*). Cette œuvre illustre l'un des faits scientifiques les plus spectaculaires du règne de Louis XIV, la décou-

verte de deux nouveaux satellites de Saturne. Au XVII^e siècle, l'astronomie est en plein essor, notamment grâce à la lunette astronomique de Galilée. Ainsi équipé, le savant italien met en évidence en 1610 les quatre satellites de Jupiter, qu'il dédie à ses protecteurs, les Médicis, en les nommant *Étoiles médicéennes*.

La même année, il braque son instrument vers Saturne, la deuxième plus grande planète du Système solaire après Jupiter

Aujourd'hui, on connaît environ 60 satellites autour de Saturne : le *Char de Saturne* serait submergé de nourrissons joufflus !

et observe les anneaux, sans en comprendre leur nature : il évoque une planète dotée d'« oreilles ».

En 1656, l'astronome néerlandais Christiaan Huygens, pourvu d'une lunette plus puissante (un objectif de 57 millimètres) que celle de son prédécesseur, comprend que la planète est entourée d'un anneau, qu'il pense solide et constitué de roches. Il découvre aussi un astre près de Saturne : ce premier satellite sera nommé Titan. D'un diamètre supérieur à celui de Mercure, Titan est le deuxième plus grand satellite du Système solaire, après Ganymède (autour de Jupiter), et le seul à être entouré d'une atmosphère dense.

En 1666, Huygens devient membre de l'Académie royale des sciences de Colbert et participe à la création de l'Observatoire de Paris. L'établissement est dirigé à la demande de Louis XIV par l'astronome italien Jean-Dominique Cassini. En 1671 et 1672, ce dernier découvre deux autres satellites de Saturne, Japet (dont l'un des hémisphères est brillant et l'autre sombre) et Rhéa. Sur le modèle de ce que fit Galilée, les deux astres furent nommés *Sidera Ludovicea* (Étoiles ludoviciniennes) en hommage au souverain.

Les observations de Cassini obligèrent Coypel à modifier son projet initial. En effet, le peintre prévoyait le char du dieu Saturne, seul, tiré par des dragons. Il dut ajouter alors au premier plan une femme entourée de trois *putti* (un *putto* est un nourrisson joufflu et moqueur) reliés par une guirlande ; ils correspondent à la planète éponyme du dieu et à ses trois satellites connus à l'époque. La guirlande de fleurs symbolise peut-être l'anneau de Saturne. Les satellites sont également représentés autour du dieu dans son char.

Précisons que le décor, destiné au plafond du salon de Saturne, est resté à l'état de projet, car la pièce a été détruite en 1678 lorsqu'il a fallu faire de la place pour la galerie des Glaces. En revanche, le plafond de la salle des Gardes de la reine est bien orné d'un *Char de Jupiter*, du même Coypel, où l'on distingue les quatre satellites-*putti*, d'une part, autour d'une femme-planète au premier plan et, d'autre part, autour de Jupiter dans son véhicule tracté cette fois par des aigles.

Au XVII^e siècle, astronomie et astrologie faisaient encore bon ménage. Coypel a d'ailleurs

représenté le verseau et le capricorne, les deux signes astrologiques associés à la planète Saturne depuis Ptolémée, au premier plan de son œuvre (en bas, à gauche et à droite).

En 1675, Cassini montre que l'anneau de Saturne est constitué de plusieurs petits anneaux, séparés par des divisions, dont la plus large est depuis nommée division de Cassini (on connaît aujourd'hui 13 anneaux de matière et divisions). En 1684, il observe autour de la planète deux nouveaux satellites, nommés Téthys et Dioné.

Jusqu'au milieu du XIX^e siècle, les satellites de Saturne n'étaient désignés que par des numéros, de *Saturne I* à *Saturne V*. Toutefois, en 1847, l'astronome britannique John Herschel, dont le père William ajouta Mimas et Encélade en 1789 à la famille des satellites de Saturne, proposa de les remplacer par les noms de Titans, des divinités primordiales géantes qui auraient précédé les dieux de l'Olympe, et dont Cronos, c'est-à-dire Saturne, est le plus connu.

Ainsi, le plafond de Coypel aurait été obsolète au bout d'une dizaine d'années, le nombre de satellites étant passé de trois à cinq. Aujourd'hui, le peintre n'aurait sans doute pas pu envisager son allégorie planétaire, car on connaît désormais plus de 60 satellites naturels (l'existence de certains est débattue) ! Le char aurait disparu sous les putti...

Sciences et curiosités à la cour de Versailles, au château de Versailles, jusqu'au 27 février 2011.
<http://sciences.chateauversailles.fr>



© RMN (Château de Versailles) / Michèle Bellot

 IDÉES DE PHYSIQUE

Profiter de la houle

Les vagues transportent beaucoup d'énergie. Il n'est cependant pas aisé de la récupérer.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

Les vagues qui se déchainent sur les côtes attirent les rêveurs, les amateurs de sensations fortes et, plus récemment, ceux en quête d'énergie propre et renouvelable : ne peut-on pas tirer profit de la puissance de cette eau en mouvement, comme le fait l'usine marémotrice de la Rance, près de Saint-Malo ? Mais l'énergie des vagues ne se laisse pas facilement domestiquer : l'idée a déjà suscité près d'un millier de brevets dans le monde...

Pourquoi cette difficulté ? Commençons par analyser le phénomène des vagues. La houle a son origine dans les vents qui viennent « frotter » la surface des océans : ils y amorcent des rides, qui s'amplifient jusqu'à devenir des ondulations aptes à parcourir des milliers de kilomètres sans s'atténuer.

L'énergie de la houle est en partie potentielle, en partie cinétique. L'énergie potentielle correspond au fait que l'eau n'est pas étale : de l'énergie est nécessaire pour soulever une partie de l'élément liquide au-dessus du niveau moyen et former ainsi des crêtes et des creux.

L'énergie cinétique correspond aux mouvements de l'eau. Ces mouvements, contrairement à celui des spectateurs dans la ola des stades ou celui de la membrane d'un tambour, ne se limitent pas à des oscillations verticales. La quantité d'eau présente dans une colonne verticale n'est pas constante lorsque sa hauteur varie ; l'eau

étant incompressible, elle se déplace alors vers les colonnes voisines ou inversement : des mouvements horizontaux sont associés aux mouvements verticaux.

Lorsque la longueur d'onde des vagues, c'est-à-dire la distance entre deux crêtes consécutives, est inférieure à la profondeur de l'eau (on dit qu'on est en eau profonde), l'eau décrit un mouvement circulaire (voir la figure 1). À la surface de l'eau, le rayon du cercle du mouvement est égal à

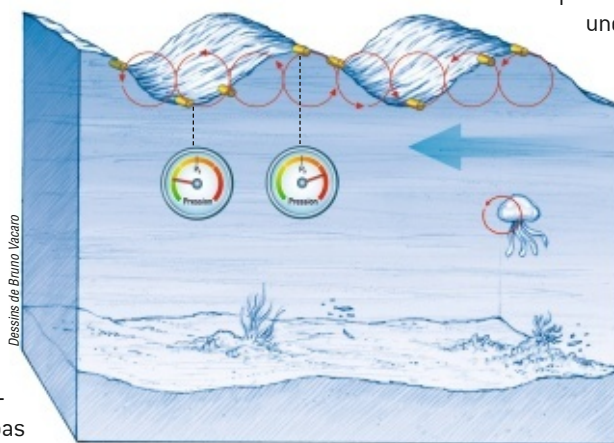
l'amplitude des oscillations, mais le diamètre du cercle décrit diminue rapidement avec la profondeur.

Une puissance considérable

Comme dans toutes les ondes linéaires, l'énergie cinétique des vagues est en moyenne égale à l'énergie potentielle. Il suffit donc d'estimer l'énergie potentielle pour connaître l'énergie totale. Prenons donc une houle de deux mètres d'amplitude.

Pour simplifier le calcul, assimilons le profil de l'ondulation à un créneau. On suppose ainsi que l'eau est abaissée de un mètre sur une demi-longueur d'onde et élevée de un mètre sur la seconde demi-longueur d'onde. Le travail mis en jeu est égal au produit de la masse d'eau déplacée par l'accélération de la pesanteur et par l'élévation ; on calcule qu'il est de cinq kilojoules par mètre carré.

Qu'en est-il maintenant de la puissance de cette houle qui avance vers la côte ? En eau profonde, la vitesse à laquelle cette énergie se propage est proportionnelle à la racine carrée du produit de l'accélération de la pesanteur par la longueur d'onde de la vague. Pour une vague de 64 mètres de longueur d'onde, on obtient une vitesse de cinq mètres par seconde. La puissance par mètre linéaire est donc d'environ 25 kilowatts. C'est considérable : multipliée par 200 kilomètres de côte (cinq pour cent du



1. LA HOULE TRANSPORTE de l'énergie à la fois potentielle et cinétique. L'énergie potentielle est due aux différences de hauteur des colonnes d'eau. L'énergie cinétique provient des mouvements de l'eau, qui s'effectuent non seulement verticalement, mais aussi horizontalement. Ainsi, un bouchon qui flotte effectue un mouvement circulaire. Le rayon de ce mouvement diminue rapidement avec la profondeur. Pour produire de l'énergie, on peut par exemple exploiter les variations de pression en un point donné, la pression hydrostatique étant plus élevée sous une crête, moins élevée sous un creux.