

Mathématiques

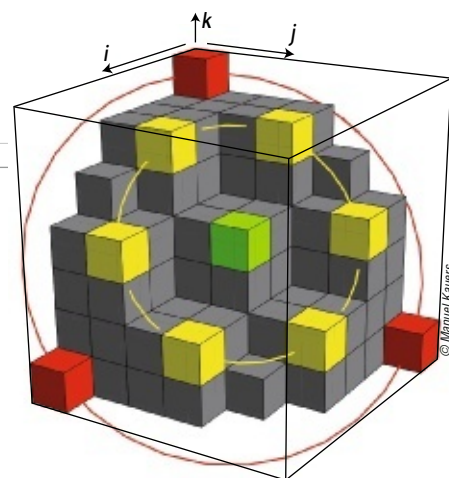
Un théorème pour jeux de cubes

En n'utilisant que l'addition et des entiers positifs, on peut écrire l'entier 4 de cinq façons : 4 , $3 + 1$, $2 + 2$, $2 + 1 + 1$ et $1 + 1 + 1 + 1$. On dit que l'entier 4 a cinq partitions. Dénombrer les partitions d'un entier relève de la combinatoire énumérative. Il en est de même des « partitions planes », une généralisation à deux dimensions des partitions des entiers, mises en jeu dans divers champs des mathématiques et dans des modèles de la physique statistique. Or Manuel Kauers, de l'Université de Linz, en Autriche, et deux collègues aux États-Unis, Doron Zeilberger et Christoph Koutschan, viennent de prouver une conjecture relative à ces partitions, énoncée vers 1983 indépendamment par George Andrews et par David Robbins.

Une partition plane est un tableau d'entiers positifs $P_{i,j}$ ($i = 1, 2, \text{etc.}, j = 1, 2, \text{etc.}$) dont la somme est finie et qui décrois-

sent en passant d'une ligne à la suivante ou d'une colonne à la suivante ; autrement dit, $P_{i,j} \geq P_{i+1,j}$ et $P_{i,j} \geq P_{i,j+1}$. On représente une telle partition plane par un empilement de cubes sur un damier dont chaque case est identifiée par ses coordonnées (i, j) , $P_{i,j}$ cubes étant empilés sur la case (i, j) et la verticale constituant un troisième axe k .

La conjecture démontrée porte sur les « partitions planes totalement symétriques ». Il s'agit des empilements, au sens défini plus haut, dont la forme reste inchangée lorsqu'on permute les axes de coordonnées i, j et k (voir la figure). Dans ce cas, chaque groupe de cubes qui s'échangent entre eux forme une « orbite ». La conjecture devenue théorème fournit le nombre de partitions planes totalement symétriques (de taille maximale N) ayant un nombre donné m d'orbites : il est égal au coefficient c_m de q^m



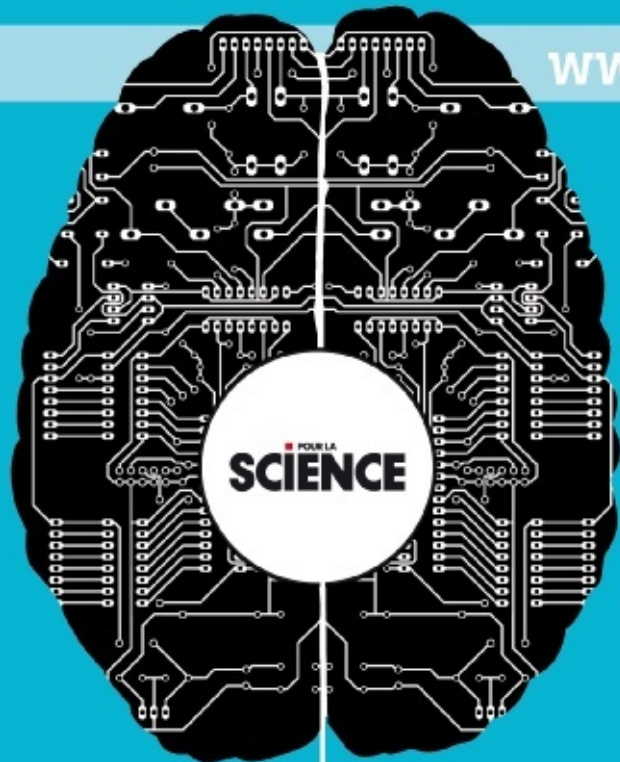
Cette « partition plane », de taille maximale égale à 8, est totalement symétrique : la figure reste identique lorsqu'on permute les axes i, j et k . Sous l'effet de ces permutations, des sous-ensembles de cubes s'échangent. Chaque sous-ensemble est nommé orbite. Trois orbites (en couleurs) sont représentées ici.

obtenu en développant en série entière $(c_0 + c_1q + c_2q^2 + c_3q^3 + \dots)$ le produit des termes $(1 - q^{i+j+k-1}) / (1 - q^{i+j+k-2})$, effectué sur toutes les valeurs $i, j, k \leq N$.

Ce résultat, où des calculs algébriques par ordinateur ont joué un rôle crucial, clot une série de conjectures relatives aux partitions planes totalement symétriques, listée par Richard Stanley en 1986.

→ M. M.

PNAS, prépublication en ligne, 24 janvier 2011



www.pourlascience.fr

Restez en contact
avec l'actualité scientifique.

Retrouvez Pour la Science partout sur le web :

- Rejoignez-nous sur Facebook

<http://bit.ly/pls-facebook>
- Suivez-nous sur Twitter

<http://twitter.com/PourLaScience>
- Abonnez-vous à nos flux RSS

<http://bit.ly/pls-rss>
- Recevez nos lettres d'information

<http://bit.ly/pls-newsletters>
- Visitez notre site Internet

<http://www.pourlascience.fr>

Biologie végétale

De l'engrais-champignon

La plupart des plantes forment une symbiose dite mycorhizienne à arbuscules avec des champignons (des mycorhizes) de l'ordre des Glomales. Ces derniers s'associent aux racines de la plante et favorisent leur apport en eau et en minéraux. Des biologistes et biochimistes français ont identifié et caractérisé des signaux moléculaires, nommés Myc, qui améliorent l'association mycorhizienne et la croissance des racines. Fabienne Maillat et ses collègues ont étudié les interactions du champignon *Glomus intraradices* avec des plantes. Ils ont isolé les facteurs Myc sécrétés par le champignon et déterminé leur structure chimique par spectrométrie de masse. Ce sont des lipochito-oligosaccharides qui, ajoutés à des cultures de légumineuses, d'Asteracées (l'œillet d'Inde) ou d'Apiacées (la carotte), stimulent la formation des mycorhizes et favorisent la croissance des racines des plantes ainsi que leur ramification. Les chercheurs espèrent utiliser ces facteurs, naturels et biodégradables, sur un large spectre de cultures pour améliorer leur apport nutritif et leur résistance à la sécheresse.

→ B. S.-L.

F. Maillat et al., *Nature*, vol. 469, pp. 58-64, 2011

Psychologie

Réduire son anxiété par écrit

Vous êtes anxieux avant un examen ? Écrivez-le : Gerardo Ramirez et Sian Beilock, de l'Université de Chicago, aux États-Unis, ont montré que le fait de mettre par écrit ses inquiétudes concernant un examen augmente les performances au-dit examen. Au laboratoire, les chercheurs ont fait passer un test de mathématiques à plusieurs dizaines d'élèves en classe de troisième, auxquels ils promettaient par exemple des récompenses monétaires en cas de réussite. Avant le test, certains élèves devaient exprimer par écrit pendant dix minutes leurs sentiments, d'autres écrivaient sur un tout autre sujet et une partie des élèves ne faisaient rien. Les élèves qui décrivaient leurs craintes de l'examen réussissaient mieux que tous les autres. Ces expériences ont été répétées en situation réelle dans un collège auprès de plus de 50 élèves, avant un examen important ; les résultats sont les mêmes, notamment pour les élèves qui se disaient particulièrement anxieux.

→ B. S.-L.

G. Ramirez et S. Beilock, *Science*, vol. 331, pp. 211-213, 14 janvier 2011

Biologie cellulaire

Cancer : des cataclysmes chromosomiques ?

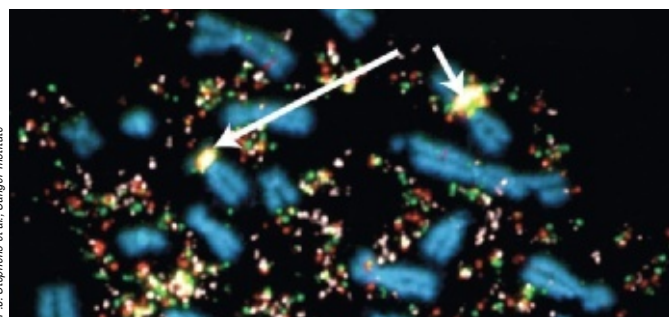
Certaines portions de chromosomes peuvent être pulvérisées en morceaux qui s'assemblent ensuite au hasard, entraînant des mutations cancéreuses, indique l'équipe de Peter Campbell, de l'Institut Wellcome Trust Sanger, en Angleterre. Ces chercheurs ont analysé le génome de dix patients leucémiques. Chez l'un d'eux, ils ont découvert 42 réarrangements, issus de cassures d'ADN, dans le bras long du chromosome 4. Et dans divers types de tumeurs issues de 3 000 personnes, ils ont trouvé, dans 2 à 3 pour cent des cas et jusque dans 25 pour cent des tumeurs osseuses, des dizaines de réarrangements concentrés dans quelques portions de chromosomes. Une des tumeurs colorectales analysées contenait ainsi 239 réarrangements dans un seul chromosome.

Selon P. Campbell et ses collègues, cela ne peut s'expliquer que par un événement cataclysmique unique : des dizaines de cassures d'ADN se produiraient simultanément lors d'une division cellulaire ; certains morceaux du chromosome seraient recollés par la machinerie de réparation de l'ADN en un patchwork n'ayant rien à voir avec l'original, créant des dizaines ou centaines de mutations dans des gènes. La plupart des cellules n'y survivraient pas, mais certaines acquerraient des mutations leur permettant de devenir cancéreuses.

Un tel cataclysme pourrait être provoqué par des radiations ionisantes ou par un dysfonctionnement au niveau des extrémités des chromosomes, les télomères.

→ J.-J. P.

Cell, vol. 144, pp. 27-40, 2011



P.J. Stephens et al., Sanger Institute

Dans certaines tumeurs du poumon à petites cellules, le chromosome 8 est dispersé. Une partie des fragments forment des minichromosomes où l'on peut détecter, grâce à des sondes fluorescentes spécifiques (flèches), l'expression d'un gène de cancérisation qui se trouve amplifié.

DERNIÈRE minute ...

DES VIRUS FLASHÉS AUX RAYONS X

Un consortium international de 20 équipes propose une nouvelle méthode d'imagerie de corpuscules biologiques à une résolution de quelques nanomètres. L'image s'obtient à partir des quelques millions de photons diffusés en soumettant l'échantillon à une impulsion d'un puissant laser à rayons X, le *Linac Coherent Light Source* de Stanford. L'impulsion est si brève (70 femtose-

condes) qu'elle n'a pas le temps d'endommager la particule avant l'acquisition de l'image. La démonstration a été faite sur des nanocristaux de complexes protéiques et sur des gros virus.

UN NOUVEAU VECTEUR DU PALUDISME

Michelle Riehle, de l'Institut Pasteur à Paris, et ses collègues ont découvert un nouveau sous-groupe de moustiques africains *Anopheles gam-*

biae. Vivant plutôt à l'extérieur des habitations, ces moustiques sont génétiquement distincts des autres. L'une des questions est : transmettent-ils plus le paludisme que ceux d'intérieur ?



Retrouvez plus d'actualités et toutes les références sur www.pourlascience.fr

Retour sur des sujets déjà traités dans nos colonnes

→ LE NOYAU DE LA LUNE

Les deux faces de la Lune n'ont pas la même apparence : celle que l'on voit présente de sombres bassins d'impact et celle qui est cachée en est dépourvue. Au moment de sa formation, une grande part de la Lune était en fusion et les roches qui la composent ont toutes cristallisé à partir d'un océan de magma. En réanalysant les données sismiques des missions *Apollo* des années 1960 et 1970 et des données plus récentes d'autres missions lunaires, les spécialistes ont montré que la croûte lunaire est plus épaisse sur la face cachée que sur la face visible. Ces deux phénomènes expliqueraient en partie leur dissemblance (voir *Les deux visages de la Lune*, *Pour la Science*, août 2008, <http://bit.ly/plsoer370>). Mais qu'en est-il des couches plus profondes de la Lune ? Les scientifiques ont analysé à nouveau les données d'*Apollo* avec une méthode traitant les enregistrements sismiques terrestres et ils ont obtenu des résultats concernant le noyau lunaire (*Science*, janvier 2011). À l'instar du noyau de la Terre, celui de la Lune aurait une graine solide interne et une couronne externe en fusion ; mais le noyau externe serait recouvert d'une épaisse couche partiellement fondue. Au total, le noyau de la Lune serait à 60 pour cent liquide. Ces nouveaux éléments sur



La face visible de la Lune présente de vastes « mers » sombres.

la composition lunaire devraient permettre de mieux comprendre sa formation et ses visages.

→ ARRÊTER LA FLORAISON

Beaucoup de plantes ne fleurissent qu'après avoir été soumises à une période de froid – une phase nommée vernalisation – et si le jour a une durée adaptée. Chez l'arabette des dames, la plante modèle des biologistes, les mécanismes de la floraison sont désormais connus : le froid diminue la quantité d'un inhibiteur de la floraison, nommé FLC, et la durée du jour engendre la production du florigène, la pro-

téine FT, qui migre des feuilles vers la pointe de la tige où la fleur apparaîtra (voir *Mais qu'est-ce qui fait fleurir les plantes ?*, *Pour la Science*, juillet 2009, <http://bit.ly/plsoer381>). Mais toutes les plantes ne fonctionnent pas comme l'arabette. Des chercheurs suédois et français ont découvert un mécanisme distinct chez la betterave à sucre (*Science*, décembre 2010), une plante bisannuelle qui produit un tubercule la première année et ne fleurit qu'après le passage de l'hiver. Cette plante possède deux gènes proches de FT : *BvFT1*, qui stimule la floraison comme chez l'arabette, et un autre, *BvFT2*, qui au contraire la bloque. Dans ce cas, le froid de l'hiver abaisse la quantité de protéine BvFT2, permettant ainsi à la plante de fleurir.

→ BÉBÉ D'HIVER OU D'ÉTÉ

L'horloge centrale ou circadienne, contrôlée par la lumière du jour, interagit avec d'autres horloges dans l'organisme et garantit des cycles d'éveil et de sommeil calés sur 24 heures. Elle se situe dans le cerveau, notamment dans les noyaux suprachiasmatiques (voir *Au rythme du jour et des saisons*, *Pour la Science*, novembre 2010, <http://bit.ly/plsoer397>). Mais la durée d'exposition à la lumière après la naissance modifie-t-elle l'activité de cette horloge ? En d'autres termes, les hommes nés en hiver ont-ils une horloge différente de ceux nés en été ? Des neurobiologistes américains ont montré que des souris soumises à une luminosité hivernale après leur naissance présentent à l'âge adulte des dysfonctionnements de leur horloge circadienne, comparées à celles soumises à une luminosité estivale néonatale (*Nature Neuroscience*, décembre 2010). Notamment, l'activité des neurones des noyaux suprachiasmatiques des souris nées en hiver ne s'adapte pas aux changements de luminosité des saisons... ce qui dérègle le rythme de leur sommeil. Reste à savoir si ces perturbations de l'horloge modifient aussi l'humeur ou le risque de développer des troubles anxieux, parfois liés au manque de lumière ou à l'hiver.

→ Bénédicte Salthun-Lassalle

→ ALZHEIMER : UNE MAUVAISE ÉLIMINATION DE PROTÉINES

La maladie d'Alzheimer se caractérise par la présence de plaques dites amyloïdes dans les neurones, et d'amas dits neurofibrillaires dans les ramifications des neurones. La maladie pourrait survenir quand la protéine bêta-amyloïde est produite en trop grande quantité ou sous forme d'une molécule prompte à s'agréger : les plaques se formeraient, altérant le fonctionnement des neurones, voire leur survie (voir *Pour oublier la maladie d'Alzheimer*, *Pour la Science*, août 2006, <http://bit.ly/plsoer346>). Des neurobiologistes de l'École de médecine à Saint-Louis, aux États-Unis, suggèrent que l'accumulation des plaques serait plutôt due à une diminution de l'élimination de la protéine (*Scienceexpress*, décembre 2010). Ils ont comparé la production cérébrale et la clairance – l'élimination – des protéines A bêta 40 et A bêta 42 (constitutives des plaques amyloïdes) chez 24 personnes de plus de 60 ans, dont 12 souffraient de la maladie. Pour ce faire, ils ont injecté un métabolite radioactif aux participants et leur ont prélevé du liquide céphalo-rachidien pendant deux jours pour doser les protéines. Que les participants soient malades ou non, la quantité de protéines bêta-amyloïde produite est la même ; en revanche, la clairance des malades est 30 pour cent plus faible que celle des personnes saines.