

 ART & SCIENCE

L'erreur de Léonard de Vinci

Un polyèdre à 26 faces, le rhombicuboctaèdre, a défié Léonard de Vinci et un autre peintre de la fin du XV^e siècle, qui ont voulu le représenter. Les deux se sont trompés.

Loïc MANGIN

En 1496, le moine et mathématicien italien Luca Pacioli (1445-1517) arrive à Milan, invité par la puissance locale, le duc Ludovico Sforza (1452-1508). Là, il rencontre Léonard de Vinci (1452-1519) à qui il enseigne les mathématiques. Une solide amitié lie les deux hommes, au point qu'ils partiront ensemble vers Mantoue, en 1499, à la chute de leur protecteur, destitué par les troupes du roi de France Louis XII.

À Milan, Pacioli écrit son grand œuvre *De divina proportione*, publié à Venise en 1509 et dont on connaît trois exemplaires : le premier, dédié à Ludovico, est conservé à Genève, le deuxième est à Milan, le troisième a disparu. Les planches gravées sont de Léonard de Vinci. Dans la première partie de l'ouvrage, *Compendio de divina proportione*, traitant du nombre d'or, on trouve la représentation de 60 types de polyèdres. Le mathématicien et artiste néerlandais Rinus Roelofs s'est récemment intéressé à l'un d'eux et y a découvert une erreur, que le mathématicien belge Dirk Huylebrouck a contribué à rendre publique.

Le polyèdre en question est le rhombicuboctaèdre (voir la figure a, un dessin de Léonard de Vinci qui apparaît dans *De divina proportione*). Il s'agit d'un solide d'Archimède – les faces ne sont pas nécessairement identiques – constitué de 8 faces triangulaires et de 18 faces carrées. En chacun de ses 24 sommets se rencontrent un triangle et trois carrés, et un triangle est toujours entouré de carrés. En outre, le polyèdre est doté d'une symétrie octaédrique, comme le cube. On le nomme *rhombicuboctaèdre*, car 12 de ses faces carrées sont

placées dans les mêmes plans que les 12 faces (en losange) du dodécaèdre *rhombique* qui est le dual du *cuboctaèdre* (huit faces triangulaires et six faces carrées). Rappelons que les sommets du dual d'un polyèdre correspondent aux centres des faces de ce dernier.

À partir de ce polyèdre, on peut en construire un autre, dérivé, en érigeant à partir de chaque face une pyramide qui a donc, outre sa base, trois ou quatre faces. C'est un tel objet qu'a représenté Léonard de Vinci sur une de ses planches de *De divina proportione* (voir la figure d). Un examen attentif révèle

**La pyramide
la plus basse devrait
avoir trois faces visibles
et non quatre.**

l'erreur : la pyramide la plus basse du dessin devrait être à trois faces visibles, et non pas quatre (d, flèche rouge). Un modèle informatique (voir la figure e) et une sculpture de R. Roelofs (voir la figure f, insérée dans la planche originale) confirment le diagnostic. D'autres pyramides (indiquées par des flèches noires) ne semblent pas conformes, mais le doute demeure.

À sa décharge, Léonard de Vinci, qui fut le premier à représenter un tel édifice géométrique, n'avait à sa disposition que les instructions de son ami Pacioli. Il n'avait sans doute pas de modèle, du moins n'en connaît-on aucune trace.

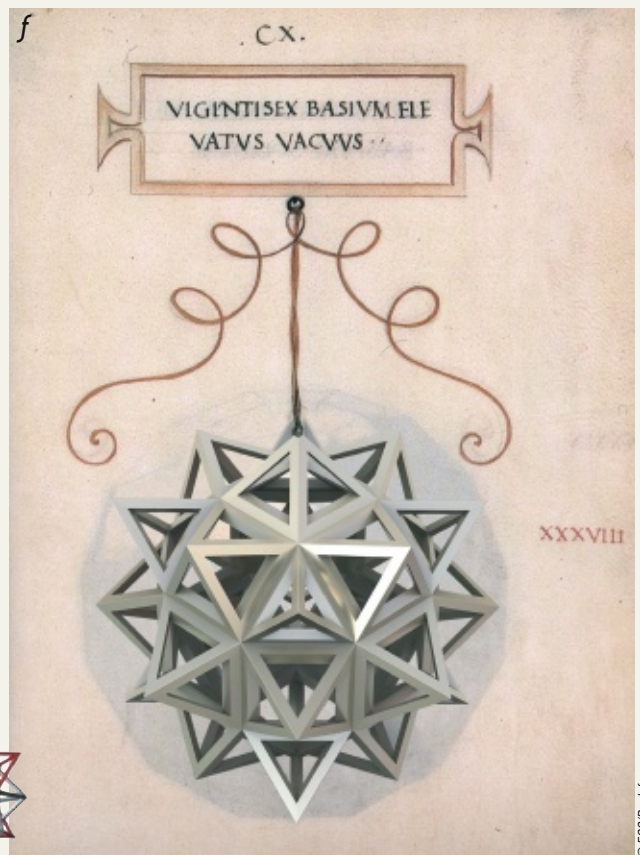
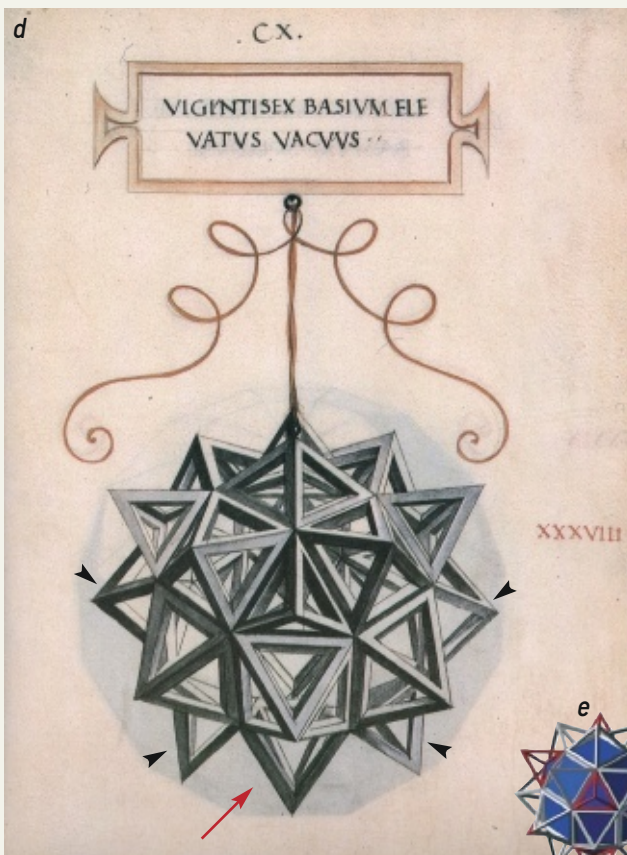
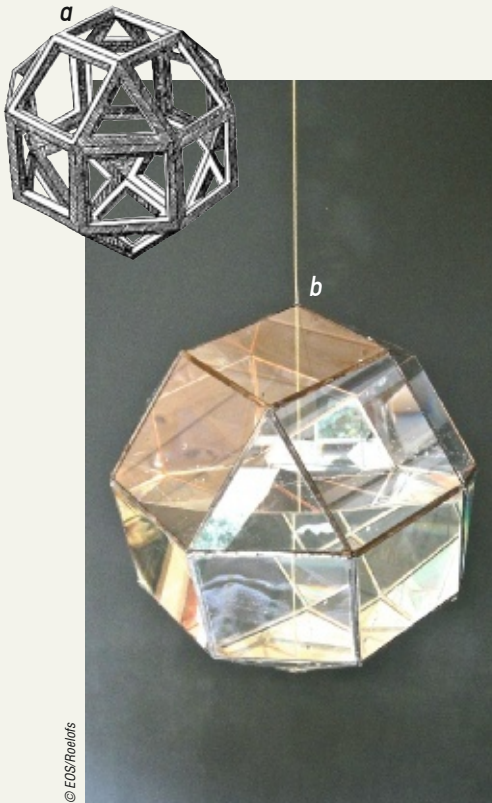
Aucun modèle ? Pourtant, sur le portrait de Luca Pacioli attribué au peintre Jacopo

de' Barbari, le solide suspendu à droite est bien un rhombicuboctaèdre (voir la figure c) ! Regardons de plus près ce tableau, daté de 1495 et dont la paternité est contestée. Pacioli, habillé en franciscain, illustre sur une ardoise marquée « Euclide » un théorème de ce dernier. Sa main gauche est sur les *Éléments* d'Euclide, ouverts au niveau du livre XIII. À droite, sur la table, un dodécaèdre en bois est posé sur un livre, probablement la *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* que Pacioli a publiée en 1494, à Venise. L'identité de l'homme, au second plan, est incertaine : certains reconnaissent Guidobaldo 1^{er} de Montefeltro, 3^e duc d'Urbin, d'autres Albrecht Dürer.

Le rhombicuboctaèdre semble être en verre et devait donc être lourd, d'autant plus qu'il est à moitié plein d'eau. Comment un tel récipient pouvait-il être suspendu par un fil si fin ? Des artisans de cette époque étaient-ils capables de fabriquer des joints étanches pour un objet aussi complexe ? Ces questions jettent le doute sur la réalité de ce modèle. Autre indice, plus probant : le rendu du fil sur la toile, et notamment sa réfraction à travers l'eau et le verre, n'est pas réaliste, la version moderne du rhombicuboctaèdre en attestant (voir la figure b) : le fil devrait paraître coupé, à l'inverse de ce que l'on voit sur le tableau.

Ainsi, tant Barbari que Vinci ont dessiné le rhombicuboctaèdre sans modèle. Rendons-leur justice, pour un solide à 26 faces, c'est plutôt réussi ! ■

D. Huylebrouck, *Een fout van Leonardo da Vinci*, EOS, avril 2011.



IDÉES DE PHYSIQUE

Vitesse de la lumière et four à micro-ondes

Contrairement à ce que d'aucuns affirment, la visualisation des ondes stationnaires dans un four à micro-ondes ne permet pas de mesurer facilement la vitesse de la lumière.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

De nombreux sites Internet francophones ou anglophones proposent de réaliser une expérience sympathique et éclairante avec un four à micro-ondes : visualiser la figure des ondes stationnaires formées dans le four par les ondes électromagnétiques et en mesurer la longueur d'onde, pour en déduire la valeur de la vitesse de la lumière. Cette proposition séduisante repose hélas sur des idées trop simplistes. Il est en effet bien difficile de dépasser le stade qualitatif, en raison de la nature tridimensionnelle des ondes stationnaires – même si, par chance, il arrive parfois que le résultat numérique obtenu ne s'écarte que de quelques pourcents de la valeur attendue...

L'expérience est rapide et facile à faire. Son résultat étonnera petits et grands qui auront passé ensemble un agréable moment en cuisine. Voici la procédure à suivre (en présence d'un adulte). D'abord, retirez le plateau tournant de votre four à micro-ondes et prévoyez quatre cales en carton sur lesquelles reposera une feuille de carton rectangulaire rigide légèrement plus petite que le four.

Disposez sur cette feuille une tablette de chocolat, ou des marshmallow, ou du blanc d'œuf... Les recettes que l'on peut trouver sont fort variées ; il suffit d'utiliser une substance contenant de l'eau et dont l'échauffement provoque une transformation visible. En ce qui nous concerne, afin de répéter l'expérience facilement et pour un coût modeste, nous avons opté pour de l'emmental râpé, que l'on saupoudre sur la feuille de papier ou de carton (voir la figure 1). Lorsque le fromage fond, la matière

grasse qui suinte imbibé le papier, ce qui facilite la visualisation.

Enfin, mettez en route le four et surveillez ce qui se passe par la fenêtre du four ou en ouvrant régulièrement la porte. Pour le gruyère râpé, un chauffage de 30 secondes semble convenir. Vous observerez alors que l'échauffement par les micro-ondes ne se produit qu'à certains endroits, et que la distance caractéristique entre deux endroits fondus (ou cuits) est de l'ordre de quelques centimètres (voir la figure 2).

Expérience simple, explication simpliste

Comment interpréter cette expérience ? Les parois métalliques intérieures sont, pour les micro-ondes produites par le four, comme des miroirs sur lesquels ces ondes

se réfléchissent. Quelle est la résultante de la superposition de toutes les ondes se propageant dans la cavité du four ? La situation est analogue à celle d'une corde vibrante, où l'onde qui se propage dans une direction interfère avec l'onde qui se propage dans la direction opposée.

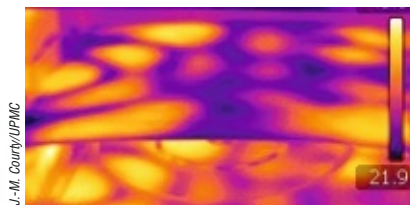
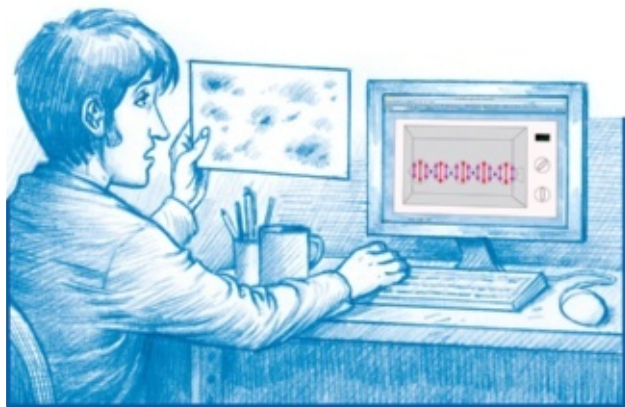
Si la fréquence de ces ondes est appropriée, il y a résonance et la corde exhibe le profil caractéristique d'une onde stationnaire : en certains points, les « ventres », la corde vibre avec une amplitude maximale, tandis qu'à d'autres, les « nœuds », elle est immobile (voir la figure 2). Dans cette situation unidimensionnelle, la distance entre deux ventres ou deux nœuds successifs est égale à une demi-longueur d'onde, tandis que la longueur totale de la corde est égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde.

Il est alors tentant de faire brutalement l'analogie entre corde vibrante et four à micro-ondes, l'amplitude de la vibration de la corde correspondant à l'amplitude d'oscillation du champ électrique de l'onde électromagnétique. Là où elle est maximale (les ventres), le fromage, qui contient un peu d'eau, est davantage chauffé, ce qui fait fondre en premier la matière grasse présente à cet endroit. En mesurant la distance entre deux zones fondues et en multipliant par deux, on obtient la longueur d'onde.

Connaissant la fréquence des ondes créées par le four (2,45 gigahertz), on en déduit la vitesse de la lumière par une simple multiplication (la vitesse d'une onde est égale au produit de sa longueur d'onde par sa fréquence) : ainsi, lorsqu'on mesure une distance de six centimètres, on trouve une vitesse de 294 000 kilomètres par seconde,



1. CECI N'EST PAS UNE RECETTE... de cuisine, mais de physique : commencez par saupoudrer du gruyère râpé sur une feuille de carton rigide qui reposera dans le four à micro-ondes sur quatre cales de carton. Puis...



J.-M. Courty/UPMC

2. LÀ OÙ LE FOUR A LE PLUS CHAUFFÉ, le gruyère a fondu et laissé des taches de gras. Mais la disposition des taches ne correspond pas du tout à ce qu'indiquent certains sites Internet, qui interprètent l'expérience sur la base d'une onde stationnaire établie selon une seule dimension du four. La répartition peu régulière des zones d'échauffement maximal dans un four est confirmée par le cliché pris avec une caméra à infrarouges (*ci-dessus, avec la feuille surélevée dans le four*).

résultat assez proche de la valeur correcte (environ 300 000 kilomètres par seconde).

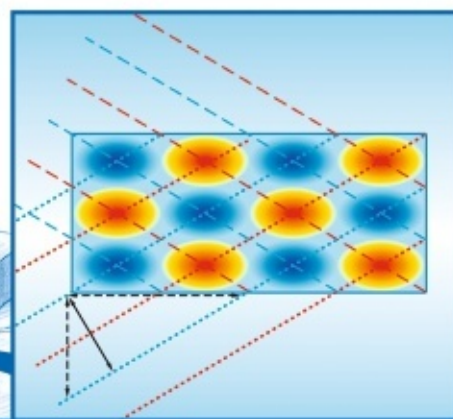
C'est toutefois oublier que la cavité résonnante formée par l'intérieur d'un four à micro-ondes est un volume parallélépipédique à trois dimensions. Il est peu probable que l'onde électromagnétique y forme une onde stationnaire sur une seule des dimensions.

Des ondes 3D, pas 1D

Analysons ce qui se passe dans une section horizontale du four, de forme rectangulaire. Le champ électrique dans les fours à micro-ondes est vertical. Or, au niveau d'une surface conductrice, la composante du champ électrique parallèle à la surface s'annule. Il s'ensuit que le champ électrique est nul sur tout le périmètre du rectangle, lequel constitue donc une ligne nodale (chacun de ses points est un nœud).

Cela suggère que pour un mode résonnant donné, les lignes nodales forment un réseau régulier dans le rectangle et sans doute dans tout le volume. La difficulté est alors de savoir comment relier les trois dimensions du réseau (sa périodicité selon la longueur, la profondeur et la hauteur du four) à la longueur d'onde du rayonnement. Dans le cas d'un four parfaitement parallélépipédique, le calcul – confirmé par les observations des physiciens – montre que la relation entre la vitesse de la lumière, la fréquence de l'onde et la structure spatiale du mode fait intervenir la somme des carrés des inverses des périodes spatiales du réseau.

En pratique, dans un four de cuisine, la situation est plus complexe : les parois



3. EN LABORATOIRE, UN PHYSICIEN PEUT RÉALISER L'EXPÉRIENCE avec précision en utilisant une cavité métallique bien dimensionnée et parfaitement parallélépipédique. L'onde stationnaire à deux dimensions qui se forme dans une section horizontale de la cavité est la superposition de deux ondes stationnaires à une dimension, inclinées par rapport à l'axe du rectangle (*une onde est représentée par des lignes pointillées, l'autre par des lignes à petits tirets ; le rouge indique l'amplitude maximale, le bleu foncé l'amplitude opposée*). La longueur d'onde de la micro-onde est celle de ces ondes unidimensionnelles. Géométriquement, elle correspond à la hauteur d'un triangle rectangle dont les deux côtés (*pointillés noirs*) correspondent aux périodes spatiales mesurées sur le motif bidimensionnel.

du four présentent des irrégularités dues à la présence d'une lampe, d'ouvertures pour la ventilation, etc. Les objets présents dans le four pour réaliser l'expérience sont aussi des sources d'absorption ou de déviation des ondes.

En outre, plusieurs modes de résonance peuvent être excités, chacun avec sa propre structure spatiale : avec un four mesurant $29 \times 29 \times 19$ centimètres cubes, on en dénombre six, dont quatre présentent une, deux ou trois lignes nodales (en plus des parois) sur chacune des directions horizontales, lignes qui délimitent autant de zones de ventres. Si tous ces modes sont simultanément présents, dans des proportions

LES AUTEURS



Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK sont professeurs de physique à l'Université Pierre et Marie Curie, à Paris. Leur blog : <http://blog.idphys.fr>

✓ BIBLIOGRAPHIE

J.-M. Courty et É. Kierlik,
À la chaleur des micro-ondes,
Pour la Science, n° 348,
 octobre 2006 (reproduit
 dans *La physique buissonnière*,
 Belin-Pour la Science, 2010).

M. Vollmer, *Physics
 of the microwave oven*,
Physics Education,
 vol. 39, pp. 74-81, 2004.

 Retrouvez les articles de
 J.-M. Courty et É. Kierlik sur
www.pourlascience.fr

variées, aucune structure spatiale simple ne sera visualisée par les parties fondues et il sera très délicat d'estimer la vitesse de la lumière.

Des coïncidences

Comme on peut le constater sur les photos présentées sur les divers sites Web, il arrive cependant que deux maxima soient séparés de la distance prévue par la théorie (fausse) unidimensionnelle. Dans ce cas, la mesure sera considérée comme une réussite et la personne qui l'a réalisée s'empressera de mettre la photo et le résultat sur son blog !

Cette configuration s'est produite plusieurs fois lors de nos expériences. En effet, dans certaines conditions, notamment en fonction de la quantité de gruyère,

nous avons observé deux bandes parallèles à la paroi du four selon la largeur, situation qui ressemble à celle d'une onde à une dimension.

En revanche, lorsque la valeur mesurée n'est pas celle attendue, l'échec est mis sur le compte d'un raté de l'expérience, d'une mauvaise manipulation ou d'une erreur de mesure. C'est ce qui s'est passé pour tous les collègues ayant tenté l'expérience avec qui nous avons discuté, et pour nous-mêmes avant que nous nous soyons rendu compte des insuffisances de l'analogie unidimensionnelle. Évidemment, dans de tels cas, on n'est pas tenté de poster un billet sur le Web pour dire que cela n'a pas marché... Pour en avoir le cœur net, nous vous invitons à poster les résultats (photos, chiffres...) de vos expérimentations sur notre blog. Tous en cuisine ! ■

Mardi 28 juin 2011 à 18h30
au Palais de la découverte
 Avenue F.-D. Roosevelt • 75008 Paris

Raconte-moi un chercheur

Pour la Science, en partenariat avec le Palais de la découverte, vous convie, chaque mois, à passer une heure avec un scientifique.

Comment est-il devenu chercheur ? Quelles sont les différentes facettes de son métier ? En quoi consiste son travail au quotidien ?

En vous faisant partager leur expérience et en rendant leur métier plus concret, ces chercheurs ont une ambition : vous communiquer leur passion pour la science !

Invité

Jean-Marc Bonnet-Bidaud

Astrophysicien au CEA (Commissariat à l'énergie atomique), à Saclay, Jean-Marc Bonnet-Bidaud travaille au sein du Service d'astrophysique (SAP) de l'Institut de recherche sur les lois fondamentales de l'Univers (Irfu), dans l'Unité mixte de recherche astrophysique interactions multi-échelles (CEA-Université Paris 7-CNRS). Passionné d'astronomie chinoise, il a récemment analysé et daté le plus ancien atlas du ciel étoilé connu à ce jour, l'atlas chinois de Dunhuang.



un lieu
universcience
www.universcience.fr

**POUR LA
 SCIENCE**
www.pourlascience.fr

La sélection SCIENCE

Spécial évolution



La Terre avant les dinosaures

Sébastien Steyer,
illustré par Alain Bénateau

Ce livre répare une injustice ! Il braque l'objectif sur de grands oubliés de la paléontologie : des vertébrés à quatre pattes qui, bien avant le règne des dinosaures, peuplaient notre planète. Retrouvez-les dans cet ouvrage, avec plus de 100 reconstitutions d'animaux pour beaucoup inédites, ainsi que de nombreuses photos de fossiles. Un livre événement pour tous les passionnés des mondes perdus !

978-2-7011-4206-7 • 208 p. • 25,00 €



Guide critique de l'évolution

Sous la direction
de Guillaume Lecointre

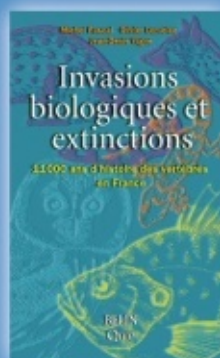
Pourquoi la théorie de l'évolution est-elle si souvent mal comprise du public ? Pourquoi fait-elle l'objet de si nombreuses attaques ? Ces questions sont au cœur de cet ouvrage. Il ne critique pas la théorie contemporaine de l'évolution, mais la façon dont nous en parlons. Il présente le cadre scientifique, épistémologique et historique dans lequel on peut comprendre l'évolution, et donne les clés pour déjouer les pièges que notre langage et nos réflexes premiers nous tendent.

978-2-7011-4797-0 • 576 p. • 35,00 €

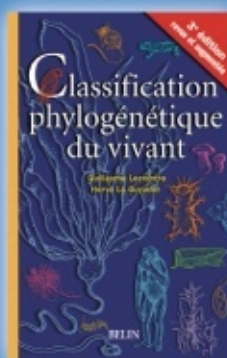


Feuilletez les premières pages de notre sélection de livres en exclusivité et commandez en ligne sur notre site

www.pourlascience.fr



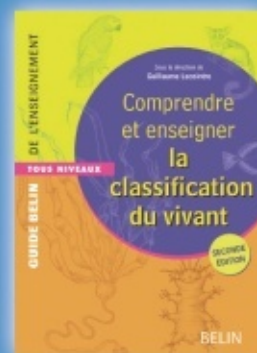
M. Pascal, O. Lorvelec et J.-D. Vigne
978-2-7011-3628-8 • 352 p. • 35,50 €



G. Lecointre et H. Le Guyader
978-2-7011-4273-9 • 560 p. • 41,50 €



A. Meinesz
978-2-7011-4694-2 • 336 p. • 19,50 €



G. Lecointre
978-2-7011-4799-4 • 360 p. • 27,00 €



M. Gargaud, H. Martin, P. López-García,
T. Montmerle, R. Pascal
978-2-7011-4799-4 • 304 p. • 26,50 €



C. Bousquet
978-2-7011-5119-9 • 160 p. • 6,95 €



P. Tassy
978-2-7011-4971-4 • 168 p. • 18,00 €



P. Forterre
978-2-7011-4425-2 • 256 p. • 20,50 €

Prix littéraire
de culture scientifique

SCIENCE & GASTRONOMIE

Cinq fruits et légumes par jour

Les fruits et légumes contiennent des antioxydants parfois bénéfiques, mais leur passage dans le sang dépend de la façon dont les aliments sont cuisinés.

Hervé THIS



La façon de donner vaut mieux que ce qu'on donne, écrivait Corneille. L'abondance de composés antioxydants dans les aliments ne détermine pas nécessairement leurs effets sur l'organisme. La biodisponibilité et la bioaccessibilité sont des facteurs clefs. Les marathoniens préparent ainsi leur course en mangeant du pain ou des pâtes plutôt que du sucre : la digestion libère lentement le glucose dans le sang et les cellules de l'organisme recevront régulièrement leur carburant.

Cela vaut aussi pour les composés antioxydants. Et les polysaccharides désignés sous le nom de « fibres » jouent un rôle dans l'assimilation des antioxydants, comme le montrent des travaux récents.

Les fruits et légumes sont sources de vitamines, de sels minéraux, de fibres, de composés antioxydants. Certaines études épidémiologiques associent ces derniers à des risques réduits de cancers et de maladies cardio-vasculaires : les antioxydants limitent l'endommagement oxydatif de l'ADN ou du LDL-cholestérol, par exemple. Toutefois une corrélation n'est pas une causalité. Les études *in vivo* étant coûteuses et longues, les nutritionnistes ont exploré *in vitro* les effets possibles des composés végétaux bioactifs.

Une question se pose alors : les composés antioxydants les plus abondants et bénéfiques dans les fruits et légumes sont-ils ceux qui se retrouvent en plus fortes concentrations dans les tissus où ils sont actifs ? La biodisponibilité correspond à la partie qui passe dans le sang, seule importante, et l'on se contente souvent de la bioaccessibilité, qui

est la partie qui se dissout dans les fluides du tractus gastro-intestinal.

Plusieurs centaines de composés phénoliques ont été identifiés dans les fruits et légumes. Ce sont souvent des antioxydants qui interviennent notamment dans les défenses contre les ultraviolets, les insectes ou les micro-organismes. Les composés caroténoïdes, différents des composés phénoliques, sont aussi des antioxydants associés à des risques réduits de maladies vasculaires. Dans les végétaux, ils préviennent la dégradation des chlorophylles par les photons solaires.

Tous les composés antioxydants, phénoliques ou caroténoïdes, doivent, pour passer dans le sang, se libérer de la matrice de l'aliment. Les fibres (composés insolubles des parois végétales) jouent un rôle nutritionnel particulier : elles interfèrent avec l'assimilation des composés phénoliques. Or la plupart des études de la biodisponibilité des antioxydants ont été faites à partir de boissons ou d'aliments dont les antioxydants sont aisément libérés. De là des conclusions hâtives sur leurs effets biologiques.

Des études récentes ont toutefois montré que les composés phénoliques étaient plus biodisponibles qu'attendu grâce à l'action d'une enzyme de l'intestin grêle qui sépare ces composés de leur support. On a déterminé aussi comment la nature des composés phénoliques détermine la valeur de l'absorption. Hélas, et cela a trop rarement été pris en considération, les composés phénoliques bénéfiques des aliments ne sont pas toujours ceux qui figurent dans le sang et les tissus !

Quant aux caroténoïdes, ils ne sont solubles que dans les graisses. De ce fait, ils ne sont absorbés qu'après avoir été séparés de leur environnement alimentaire lors de la mastication et de la digestion, qui mettent les caroténoïdes en micelles, de très petites structures sphériques favorisant l'assimilation. L'essentiel de l'absorption des caroténoïdes liposolubles intervient dans l'intestin grêle, où ils sont dissous dans les graisses alimentaires. La préparation culinaire sera donc un élément clef de la biodisponibilité des caroténoïdes.

Les fibres allongent notamment le temps de résidence gastrique et réduisent la libération des composés : les pectines réduisent la biodisponibilité de certains caroténoïdes qui passe de trois pour cent pour les légumes verts à plus de 30 pour cent pour les carottes ; de même, les purées ou concentrés de tomate sont des sources bien plus riches en antioxydants que les tomates crues.

La leçon est limpide : les nutritionnistes ne pourront pas se contenter d'étudier les antioxydants *in vitro*, ni même *in vivo*. Ils devront apprendre... la cuisine pour déterminer avec quelle efficacité les divers composés passent dans le sang.



Hervé THIS est professeur à AgroParisTech, chercheur à l'INRA (Groupe de gastronomie moléculaire) et directeur scientifique de la Fondation Science & Culture Alimentaire (Académie des sciences).



Retrouvez les articles de Hervé THIS sur www.pourlascience.fr