

DÉTECTEUR À RAYONNEMENT DE TRANSITION

Rôle : Distinguer les particules de faible masse des particules de masse importante.

Conception : Un empilement de 20 couches de laine de fibres de polyéthylène et de tubes remplis de gaz (un mélange xénon- CO_2).

Fonctionnement : Une particule de faible masse traversant la couche de fibres émet un rayon X, qui est détecté par l'ionisation du gaz dans l'un des tubes disposés en dessous.

PARTICULES CHARGÉES POSITIVEMENT

PARTICULES CHARGÉES NÉGATIVEMENT

COMPTEUR D'ANTICOÏNCIDENCES

Rôle : Identifier les particules pénétrant par les côtés.

Conception : Un cylindre composé d'éléments en polymère transparent qui scintillent quand ils sont traversés par une particule chargée.

Fonctionnement : Pour que les données nécessaires à l'analyse des propriétés d'une particule soient complètes, il faut que celle-ci traverse tout l'instrument. Ce compteur permet donc d'éliminer les signaux créés dans les autres instruments par les particules venues de côté.

SYSTÈME DE MESURE DU TEMPS DE VOL (2)

DÉTECTEUR DE RAYONNEMENT CHERENKOV

Rôle : Mesurer la vitesse et la charge des particules.

Conception : Aérogl (solide ultraléger) et fluorure de sodium entourés de capteurs de lumière.

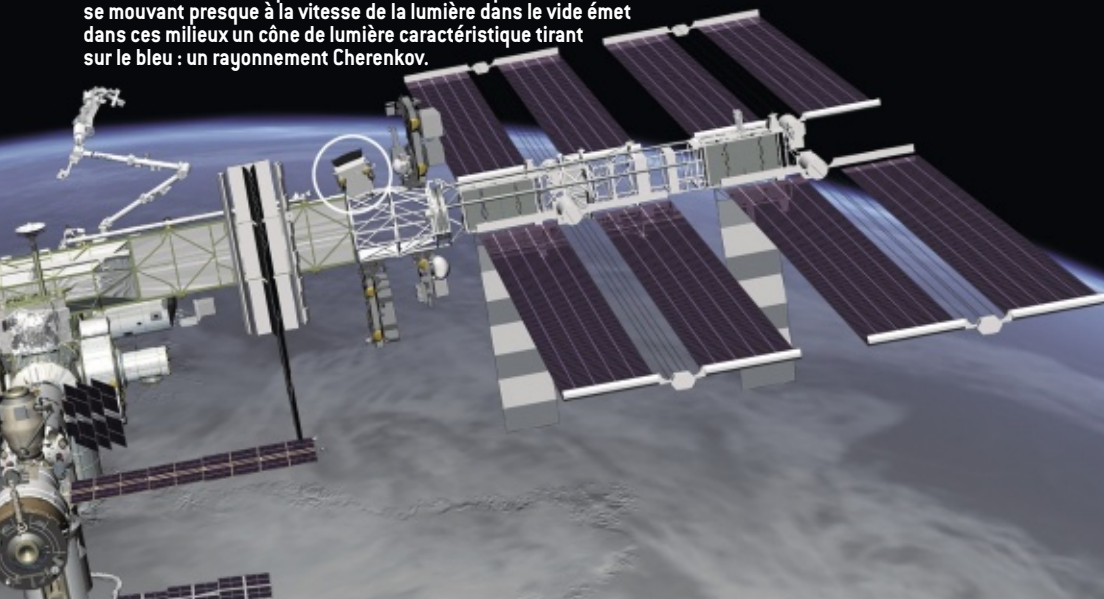
Fonctionnement : La vitesse de la lumière dans l'aérogel est cinq pour cent inférieure à celle dans le vide ; dans le fluorure de sodium, elle est 23 pour cent inférieure. Une particule se mouvant presque à la vitesse de la lumière dans le vide émet dans ces milieux un cône de lumière caractéristique tirant sur le bleu : un rayonnement Cherenkov.

CALORIMÈTRE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Rôle : Déterminer le type de particules et leur direction.

Conception : Un empilement de feuilles de plomb couvertes d'époxy et incorporant des fibres optiques.

Fonctionnement : La traversée du matériau par une particule déclenche une gerbe de particules secondaires ; l'amplitude et la forme de la gerbe permettent d'identifier la particule et de mesurer son énergie, même si la particule est neutre.



 LOGIQUE & CALCUL

La logique de la perfection

Les logiciens ne manquent pas de culot. Ils se permettent de raisonner sur d'hypothétiques êtres omnipotents ou omniscients et concluent, de façon presque catégorique, à l'impossibilité de leur existence.

Jean-Paul DELAHAYE

La logique, par essence universelle, veut tout envisager. Toutefois, contrairement à la poésie et à certaines formes de philosophie, elle s'impose une rigueur aussi parfaite que possible, qu'elle prétend atteindre par la formalisation. Or certains domaines ne se laissent pas enfermer dans des règles en nombre limité et n'utilisant qu'un nombre fini de composants : comment les traiter ?

Les questions concernant les êtres parfaits, l'omnipotence et l'omniscience sont délicates. Elles touchent à des sujets que la théologie aimerait tenir éloignés des logiciens et des mathématiciens ergoteurs qui risquent de produire des conclusions déplaisantes et contraires aux traditions. Le souhaite, et sans doute la nécessité, de ne professer que des théories solides et la volonté d'y argumenter sans risquer d'incohérences ont cependant conduit les théologiens à préciser des arguments, aussi serrés que possibles, sur les êtres tout-puissants ou dont le savoir recouvre tout. Thomas d'Aquin et bien d'autres se sont occupés de ces sujets, et les ont ouverts à la discussion rationnelle.

Nous aurons un regard sur des questions considérées comme hors du champ des sciences. Qu'est-ce qu'un esprit rigoureux permet de formuler sur l'omnipotence et l'omniscience ?

Un être omnipotent peut-il exister ? Vieille question ! Il est délicat de trouver une définition de l'omnipotence qui résiste à l'analyse logique, car l'idée d'omnipotence amène des contradictions.

Le premier paradoxe de la toute-puissance est le paradoxe de la pierre. Il semble être connu depuis le XII^e siècle et a été discuté par Averroès (1126-1198) et Thomas d'Aquin (1224-1294). Il s'exprime sous la forme d'une question : *Un être tout-puissant peut-il créer une pierre si lourde qu'il ne puisse la soulever ?* S'il ne peut créer une telle pierre, c'est qu'il n'est pas tout-puissant. S'il le peut, alors, puisqu'il ne pourra pas soulever la pierre créée, c'est qu'il n'est pas tout-puissant. Conclusion : il n'existe pas d'être tout-puissant.

Un être tout-puissant est-il soumis aux lois de la logique ?

Thomas d'Aquin répond que ce type de paradoxe se fonde sur une incompréhension de la toute-puissance. Un être tout-puissant ne l'est que dans la mesure où ses actes ne s'opposent pas à la logique, c'est-à-dire ne sont pas des absurdités : « Ce qui implique contradiction ne tombe pas sous la toute-puissance de Dieu. » Créer un « cercle carré » est logiquement impossible. Cela n'a aucun sens de demander une telle chose à un être tout-puissant. Être tout-puissant, c'est seulement disposer du pouvoir de faire tout ce qui ne s'oppose pas à la logique. Qu'un être tout-puissant crée une pierre qu'il ne pourra pas soulever est un non-sens puisque, en faisant cela, il nierait son omnipotence ;

d'après Thomas d'Aquin, il n'y a pas à se poser la question.

La discussion n'est cependant pas terminée, car la réponse de Thomas d'Aquin conduit à s'interroger sur ce que signifie « logiquement impossible ». Le philosophe anglais contemporain Tzachi Zamir soutient que la toute-puissance inclut la possibilité de ne plus l'exercer et qu'un être tout-puissant peut décider à tout moment, puisqu'il est libre, de ne plus l'être : un charpentier peut décider de construire un bateau si lourd qu'il sera incapable de le soulever une fois terminé. Dieu peut faire de même : il n'y a donc pas de contradiction en soi dans la question de la lourde pierre.

Certains philosophes ont défendu l'idée que le dieu de la Bible, réputé omnipotent, pouvait s'opposer à la logique. Descartes, par exemple, attribue au dieu des chrétiens le pouvoir extrême de changer des vérités qui nous semblent nécessaires, y compris les vérités mathématiques. Les spécialistes se disputent encore aujourd'hui sur cette omnipotence extrême. Descartes explique sa position dans une lettre au père Mersenne datée du 15 avril 1630 :

« Ceux qui n'ont point de hautes pensées, peuvent aisément devenir athées ; et parce qu'ils comprennent parfaitement les vérités mathématiques, et non pas celle de l'existence de Dieu, ils ne croient pas qu'elles en dépendent. Mais ils devraient juger au contraire, que puisque Dieu est une cause dont la puissance surpasse les bornes de l'entendement humain, elles sont quelque

chose de moindre, et de sujet à cette puissance incompréhensible. »

Dans la même lettre, il précise même que Dieu aurait pu « faire qu'il ne fût pas vrai que toutes les lignes tirées du centre de la circonférence fussent égales ».

Quand Descartes renonce à son propre entendement

Jacques Bouveresse, dans le tome V de ses essais (éditions Agone), nous aide à saisir cette étonnante conception du défenseur de la théorie physique des tourbillons : « Nous savons que les vérités auxquelles nous

sommes conduits par la démonstration sont bien celles que Dieu a décidé de créer. Mais il aurait pu en créer d'autres, et s'il avait décidé, par exemple, de créer un monde dans lequel il n'est pas vrai que 2 et 2 fassent 4, ce devrait être aussi un monde dans lequel nous ne pouvons pas démontrer que $2 + 2 = 4$. Il est évident que, tout comme Dieu aurait pu créer d'autres vérités éternelles, il aurait pu créer aussi une autre relation de conséquence logique et aurait même nécessairement dû le faire dans ce cas-là. Si on accepte la doctrine de la création des vérités éternelles, on doit admettre qu'il aurait pu faire, par exemple, que de "A" et "Si A, alors B", on ne puisse pas déduire "B", mais plutôt, par exemple, "non-B". »

À l'opposé des idées de Descartes sur le pouvoir supposé de son dieu de changer même les mathématiques, saint Augustin (354-430) dans *La cité de Dieu* définit l'omnipotence comme la possibilité de faire tout ce que nous voulons, et non tout ce que nous pouvons imaginer qu'un être pourrait vouloir.

La solution de saint Augustin

Une telle définition minimale résout sans doute le paradoxe de la pierre : un être omnipotent n'est pas gêné par la question posée dans le paradoxe, tout simplement parce qu'il ne souhaite pas créer une pierre si lourde qu'il ne puisse la soulever.



Clarence Abiathar Waldo (1852-1926)



René Descartes (1596-1650)



Thomas d'Aquin (1224-1274)

1. EXISTE-T-IL UN POUVOIR QUI DICTERAIT SA LOI À LA LOGIQUE ?

La proposition de loi « pi » faillit être adoptée en 1897 par l'Assemblée législative de l'Indiana. C'est l'une des tentatives les plus connues pour établir une vérité scientifique par un accord législatif. La proposition visait à valider la quadrature du cercle du mathématicien amateur Edwin Goodwin qui annonçait la valeur 3,2 de π . La loi n'a jamais été adoptée grâce à l'intervention d'un professeur de mathématiques, Clarence Abiathar Waldo, appelé à la rescousse (a). Le problème est posé : la loi peut-elle imposer une contre-vérité mathématique ? Plus encore : Dieu peut-il, dans sa toute-puissance, enfreindre les lois mathématiques ? Écoutons René Descartes (b) dans sa lettre à Mersenne du 27 mai 1630 : « Je sais que Dieu est l'auteur de toutes choses et que ces vérités [les vérités éternelles, dont celles des mathéma-

tiques] sont quelque chose et par conséquent qu'il en est l'auteur. [...] Vous demandez [...] qui a nécessité Dieu à créer ces vérités ; et je dis qu'il a été aussi libre de faire qu'il ne fût pas vrai que toutes les lignes tirées du centre de la circonférence fussent égales, comme de ne pas créer le monde. » Thomas d'Aquin (c) pense que ce qui est impossible ou contradictoire n'existe pas et est en dehors de la volonté de Dieu. « Quant aux objets qui impliquent contradiction, ils ne sont pas compris dans la toute-puissance divine, parce qu'ils ne peuvent pas avoir raison de possible. Pour cette raison, il convient de dire d'eux qu'ils ne peuvent pas être faits, plutôt que de dire : Dieu ne peut pas les faire. Et cette doctrine ne contredit pas la parole de l'ange : "Rien n'est impossible à Dieu." Car ce qui implique contradiction ne peut être un concept, nulle intelligence ne pouvant le concevoir. »

2. L'omniscience peut être un handicap

L'omniscience n'est pas toujours un avantage. Le jeu du poulet (*chicken game*) est la situation où deux adversaires sont dans une compétition telle que si aucun ne cède, une catastrophe se produit, alors que si l'un cède, il perd mais évite la catastrophe.

L'exemple type d'une telle situation a été rendu populaire par le film de 1955 mis en scène par Nicolas Ray *La fureur de*

vivre, avec James Dean. Deux voitures foncent vers un précipice. Celui qui se jette hors de la voiture en premier est traité de lâche et a perdu, l'autre a le temps de sauter. Si aucun des deux ne cède, ils périssent tous les deux. Celui qui abandonne perd la partie, mais sauve sa vie... et celle de son adversaire.

Aux États-Unis, une telle situation s'est produite en juillet 2011 entre les démo-

crates et les républicains à propos de la question du relèvement du plafond de la dette américaine : si aucun des partis ne cédait, l'État américain était mis en faillite. Dans un tel jeu, celui qui ne peut ou ne veut pas comprendre la gravité de la situation se crée un avantage, car l'autre, se pensant seul informé du risque de catastrophe imminente, acceptera de perdre. Un être omniscient qui sait ce que vous allez faire est donc gravement handicapé dans une telle situation : face à lui, ne sautez pas de la voiture, car il sait que vous ne céderez pas et donc lui sautera.

La prise en considération d'hypothétiques êtres idéaux introduit toutes sortes de situations nouvelles en théorie des jeux. Elles ont été étudiées par Steven Brams dans son livre (voir la bibliographie).

JE SAVAIS QU'IL N'Y AURAIT JAMAIS DE "LA FUREUR DE VIVRE 2" !...



Cette solution n'est guère satisfaisante : pour être omnipotent, il suffit de ne rien vouloir ! Chacun peut devenir tout-puissant en limitant ses désirs à ce qu'il lui est facile d'obtenir. C'est certes très sage, mais ne fait pas des adeptes d'une telle philosophie des êtres omnipotents au sens habituel !

Notons que les théologiens sont confrontés à d'autres paradoxes de l'omnipotence. Il y a le paradoxe du libre arbitre :

(1) S'il existe des êtres disposant du libre arbitre, ils possèdent une certaine capacité d'action autonome ; (2) si un être possède une certaine capacité d'action autonome, il dispose alors du pouvoir de ne pas obéir à son créateur ; (3) si un être dispose du pouvoir de ne pas obéir à son créateur, alors celui-ci n'est pas tout-puissant. Conclusion : si nous disposons du libre arbitre, sans lequel le péché n'a pas de sens, le créateur de toute chose, s'il y en a un, n'est pas omnipotent.

Le paradoxe suivant est lui aussi sujet à débat : si le dieu des chrétiens est infiniment bon et omnipotent, pourquoi le mal existe-t-il ?

Mathématicien omnipotent ?

Oublions maintenant Descartes et admettons avec Aristote que certains absolus logiques comme le principe de non-contradiction ne peuvent jamais être négligés, et que donc même un être omnipotent, s'il en existe, y est soumis. Que penser alors du pouvoir d'un être omnipotent sur des problèmes de nature mathématique ? Voici quelques questions et tentatives de réponse sur ce thème.

Un être tout-puissant peut-il changer les décimales de π et faire que $\pi = 3,2$, comme une loi envisageait de l'imposer dans l'État de l'Indiana aux États-Unis en 1897 ?

Non, ce serait contraire au principe de non-contradiction, car si on suppose par exemple que $\pi = 3,2$, alors en quelques pas de déduction mathématique on tombe sur $0 = 1$, d'où l'on peut démontrer toute proposition et ainsi que sa négation : en logique, une seule contradiction a pour conséquence que tout est vrai et faux à la fois, ce qui

3. L'impossibilité de Newcomb

Un être omniscient capable de connaître le futur me propose le jeu suivant.

« Une boîte A contient 1 000 euros ou rien. La boîte B contient 1 euro. Tu vas ouvrir et prendre pour toi le contenu des deux boîtes A et B, ou seulement de la boîte A. Je remplis la boîte A selon deux règles. (1) Si je prédis que tu vas ouvrir les deux boîtes, je ne mets rien dans A. (2) Si je prédis

que tu vas ouvrir seulement la boîte A (et donc renoncer à l'euro qui est dans B), je mets 1 000 euros dans A. J'ai rempli les deux boîtes et je n'y touche plus. À toi de jouer. » Un raisonnement s'impose.

— Je ne vais ouvrir que la boîte A, car l'être omniscient qui remplit les boîtes sait ce que je vais faire, et donc si j'ouvre les deux boîtes, d'après la règle (1) je ne gagnerais

qu'un euro, alors que j'en aurai 1 000, d'après la règle (2), si j'ouvre seulement la boîte A.

Pourtant un autre raisonnement parfaitement logique est aussi possible.

— Quoi que l'être omniscient ait fait au moment où je me trouve devant les boîtes remplies (à cet instant, leurs contenus ne peuvent plus changer), j'ai intérêt à ouvrir les deux plutôt qu'une, car il est toujours vrai que : (contenu de A) + (contenu de B) vaut un euro de plus que (contenu de A). Donc, je vais ouvrir les deux boîtes.

Cette contradiction montre qu'un être omniscient capable de prédire le futur de manière parfaite ne peut pas exister.



A



B

rend alors sans intérêt les mathématiques et même tout raisonnement. Vouloir ajouter $\pi = 3,2$ aux axiomes mathématiques, ou même changer la cent milliardième décimale de π (ce qui conduirait aussi à $0 = 1$), n'est pas envisageable. Tout être, aussi puissant soit-il, est donc contraint de mener un calcul pour connaître π , sans avoir la possibilité de décider quoi que ce soit le concernant. Et il en va ainsi de pratiquement tous les énoncés mathématiques.

L'Olympe n'a pas de roi

Une autre question se pose : un être tout-puissant peut-il résoudre un problème indécidable ?

Un problème indécidable est un problème qu'aucun algorithme ne peut résoudre. Aucun algorithme ne peut par exemple indiquer, pour toute équation de la forme $P=0$, où P est un polynôme à coefficients entiers, si oui ou non elle possède des solutions en nombres entiers ($x^2 - y^3 = 1$ en possède une, $x = 3, y = 2$; $x^2 + 3y^4 = 1$ n'en possède pas). L'indécidabilité de ces équations dites diophantiennes, thème du dixième problème de Hilbert, a été démontrée par Youri Matijasevich en 1970. Un autre résultat d'indécidabilité a été prouvé par Alan Turing dès 1936 : aucun algorithme ne peut déterminer quels sont les programmes qui s'arrêtent et ceux qui calculent indéfiniment.

Un être tout-puissant pourrait-il s'affranchir de cette indécidabilité et résoudre toute équation diophantienne qu'on lui soumettrait, ou identifier sans erreur les programmes qui ne s'arrêtent pas ? En stricte logique, rien ne s'oppose à une telle idée. On peut en effet imaginer un être supérieur qui sache résoudre le problème des équations diophantiennes, car rien ne l'oblige à résoudre le problème par une procédure mécanisable. Au contraire, l'idée qu'on a d'un être omnipotent implique assez naturellement qu'il ne soit pas limité à des algorithmes, comme l'est un ordinateur.

Les mathématiciens se sont amusés à imaginer ces êtres « surpuissants ». Dans la théorie de la calculabilité, Turing et Emil

4. L'ensemble des parties et l'omniscience

Patrick Grim a inventé un argument indirect montrant que l'omniscience n'existe pas. Cet argument est qualifié de cantorien, car il utilise le résultat de Georg Cantor que l'ensemble des parties d'un ensemble (même infini) est strictement plus grand que l'ensemble lui-même.

S'il y avait un ensemble V des vérités (mathématiques ou autres), alors pour chaque partie E de V (par exemple pour la partie {La tour Eiffel est à Paris, les hauteurs d'un triangle se croisent en un point, il y a une infinité de nombres premiers}) et pour chaque vérité v de V (par exemple : le *Titanic* a heurté un iceberg), on pourrait considérer la question : est-ce que v est dans E ?

Deux réponses sont possibles : v est dans E , v n'est pas dans E . L'une est une vérité. Il y a donc au moins autant de véri-

tés que de parties de V . D'après le théorème de Cantor, cela n'est pas possible.

À cet argument qu'il n'existe pas d'ensembles de toutes les vérités, et qu'en conséquence l'omniscience (la connaissance de l'ensemble de toutes les vérités) est inconcevable, les philosophes ont proposé diverses réponses... La situation est assez confuse à propos de cet argument cantorien. Elle l'est sans doute plus encore dans le cadre des théo-

ries alternatives des ensembles où le théorème de Cantor n'est plus vrai. En effet, dans de telles théories, il ne serait plus absurde d'envisager un ensemble de toutes les vérités.

Reste que l'argument de P. Grim est particulièrement simple et qu'il se fonde sur la version de la théorie des ensembles aujourd'hui universellement pratiquée : l'omniscience, qui consiste à connaître tous les éléments de l'ensemble de toutes les vérités, est donc difficile à concevoir.



L'ensemble V des vérités



L'ensemble des parties de l'ensemble V des vérités

Post ont introduit la notion de « machine avec oracle » : c'est, par définition, un mécanisme de calcul, qui a accès à une base de données infinie lui fournissant la réponse à une famille infinie de questions. Cet accès rend l'oracle plus puissant que tout autre machine et lui permet alors de résoudre des problèmes indécidables.

Une machine disposant d'un oracle lui indiquant les programmes qui s'arrêtent et ceux qui bouclent est ainsi en position de résoudre toute équation diophantienne. Pour chaque équation E qu'on lui soumet, la machine à oracle, construit le programme PrE qui énumère toutes les solutions envisageables (éventuellement en nombre infini) de l'équation étudiée et s'arrête dès qu'une solution est trouvée. Plutôt que de faire fonctionner ce programme PrE, la machine à oracle interroge sa base de données infinie au sujet de PrE qu'elle vient de construire. Si elle obtient la réponse « oui, le programme PrE s'arrête », alors elle lance le calcul et

fini par trouver au moins une solution. Sinon, elle répond : équation sans solution. Ainsi disposer de l'oracle qui indique l'arrêt permet de résoudre le problème indécidable des équations diophantiennes. On montre que l'inverse est vrai : un oracle qui indique les équations diophantiennes ayant des solutions serait en mesure de résoudre le problème de l'arrêt.

Chacune des machines à oracle dispose d'une puissance qui lui est propre, et on compare les puissances des diverses machines à oracle. Si la machine à oracle A sait résoudre tous les problèmes que la machine à oracle B résout, mais que A en résout que B ne résout pas, la machine A est plus puissante que la machine B. Toutes les machines à oracle ont-elles la même puissance (comme c'est le cas pour celle des équations diophantiennes et celle de l'arrêt) ? Existe-t-il une machine omnipotente dans le sens « au moins aussi puissante que toutes les autres machines à oracle » ?

La réponse à ces questions mathématiques est connue. Il y a plusieurs niveaux chez les oracles et il n'y a pas d'oracle omnipotent. En effet, les techniques permettant de traiter ce type de questions conduisent au résultat suivant : pour toute machine M à oracle, il existe une machine à oracle M' strictement plus puissante que M . (La démonstration utilise la même idée que celle permettant de démontrer qu'il existe des problèmes indécidables.)

Une multitude de questions ont été résolues concernant la structure de la relation d'ordre entre machines à oracle. Cette théorie mathématique étudie la hiérarchie entre les êtres « surpuissants » que sont les machines à oracle : c'est une étude sociologique de l'Olympe. Les divers niveaux dans cette hiérarchie se dénomment les degrés

de Turing et ils constituent une échelle qui détermine la gravité de l'indécidabilité des problèmes indécidables.

En plus de savoir qu'il n'y en a pas de plus grand (pas d'être omnipotent dans cet Olympe mathématique), on sait par exemple qu'entre deux degrés différents, il y en a toujours une infinité de degrés intermédiaires. On sait aussi qu'entre deux degrés donnés différents M et M' , avec $M < M'$, il en existe deux qui ne sont pas comparables, N et N' : N a une puissance intermédiaire à celle de M et de M' , de même que N' , mais N n'est pas supérieur à N' , ni N' supérieur à N .

Parmi les questions qu'on peut se poser concernant l'omnipotence mathématique, celles concernant le continu des nombres réels viennent à l'esprit.

Par exemple, peut-on envisager l'existence d'un être tout-puissant qui manipule les nombres réels comme nous manipulons les entiers ?

Omnipotence et nombres réels

Là encore, rien ne semble s'y opposer et les mathématiciens ont étudié la théorie de ces êtres hypothétiques surpuissants qui calculent avec les nombres réels aux développements décimaux infinis comme s'il s'agissait de nombres entiers : ils peuvent multiplier sans erreur deux nombres réels ou les comparer, ce qu'un mathématicien humain ne peut pas faire en général.

Dernière question à propos de l'omnipotence mathématique : Est-il envisageable

5. Paradoxes de Moore et de Frederic Fitch

Les deux paradoxes que nous présentons ici ont donné lieu depuis dix ans à un nombre considérable de travaux dont deux livres et une thèse. Ils ne s'appuient ni sur des autoréférences (qu'on considère interdites) ni sur une capacité supposée à connaître le futur (que l'on considère impossible). On utilisera deux raccourcis d'écriture : **pos** : il est possible que... **connu** : il est connu que...

Pour **connu**, on ne précise pas qui connaît, mais cela pourrait être la CIA, vous, moi ou Dieu pour ceux qui sont croyants.

Paradoxe de Moore

On suppose qu'il est connu qu'une certaine affirmation p est vraie, mais qu'elle n'est pas **connue**. On va démontrer que cela conduit à une contradiction.

(1) **connu** (p et **non connu** p).
On a d'après la règle évidente **connu** ($A \text{ et } B$) $\Rightarrow$ (**connu** A et **connu** B) :
(2) **connu** p et **connu** (**non connu** p).

Maintenant, on s'appuie sur la règle que ce qui est connu est vrai : (**connu** $p \Rightarrow p$). Là encore, c'est un

axiome raisonnable pour manipuler le symbole **connu**. La formule (2) donne alors :

(3) **connu** p et **non connu** p .

La formule (3) est une contradiction. L'avoir obtenue signifie qu'il n'est pas possible de connaître une affirmation p en même temps qu'on sait qu'on ne la connaît pas. C'est ce qu'on dénomme le paradoxe de Moore. Peut-être n'est-ce pas vraiment paradoxal : après tout, personne de sensé ne dira : « Il pleut, mais je ne sais pas qu'il pleut. »

Paradoxe de Fitch

Le paradoxe de Fitch (qui utilise la conclusion de Moore) est plus ennuyeux. Il va montrer que, si l'on accepte l'idée que « Tout ce qui est vrai est connaissable », alors « Tout ce qui est vrai est connu ».

On part de l'hypothèse suivante (parfois dénommée axiome de la connaissabilité) :

$p \Rightarrow$ **pos** (**connu** p), soit tout ce qui est vrai est connaissable.

On va maintenant établir qu'il ne peut pas exister de proposition p qui soit vraie en même temps que

non connue (ce qui signifie que la CIA, vous, moi et Dieu nous sommes omniscients).

D'après l'axiome de la connaissabilité qu'on applique en remplaçant p par (p et **non connu** p) :

(4) (p et **non connu** p) $\Rightarrow$ **pos** (**connu** (p et **non connu** p)).

D'après le raisonnement de Moore, **connu** (p et **non connu** p) entraîne une contradiction. Il n'est donc pas possible que

connu (p et **non connu** p).

Dit autrement, il est faux que **pos** (**connu** (p et **non connu** p)), c'est-à-dire :

(5) **non pos** (**connu** (p et **non connu** p)).

La règle logique de contraposition indique :

($A \Rightarrow B$) $\Leftrightarrow$ (**non** $B \Rightarrow$ **non** A).

En l'utilisant à partir de (4) et (5), on en tire :

(6) **non** (p et **non connu** p),

ce qui est logiquement équivalent à :

(7) $p \Rightarrow$ **connu** p .

Le passage de (6) à (7) se justifie par la suite d'équivalences :

non (A et **non** B) $\Leftrightarrow$

(**non** A ou **non non** B) $\Leftrightarrow$

(**non** A ou B) $\Leftrightarrow$ ($A \Rightarrow B$).

En conclusion, l'utilisation de principes logiques, tous d'une parfaite évidence, et d'un raisonnement en sept étapes conduit à l'affirmation que si « tout ce qui est vrai est connaissable », alors « tout ce qui est vrai est connu ». C'est inattendu (d'où les nombreux travaux récents sur ce raisonnement). Cela a en particulier une grave conséquence pour l'idée d'être omniscient. En effet :

A. Soit il existe des vérités non connaissables, et il n'y a alors pas d'être omniscient.

B. Soit toute chose vraie est connue, et alors non seulement Dieu est omniscient, mais la CIA, vous et moi nous le sommes aussi.

Il est clair que ni la CIA, ni vous, ni moi nous ne sommes omniscients, donc B est faux et il existe par conséquent des vérités inconnaissables : il n'existe pas d'être omniscient. Notons bien que, cette fois, l'impossibilité de l'omniscience ne provient pas de la capacité supposée d'un être omniscient à voir le futur, comme c'est le cas avec le paradoxe de Newcomb.