

des derniers championnats du monde d'athlétisme en 2011. Les valeurs établies à Daegu, en Corée du Sud, étaient en effet inférieures de quatre pour cent aux records du monde en vigueur.

Le plafonnement des performances révèle que, malgré le recours aux produits dopants, les performances associées au phénotype humain (l'ensemble des caractères de notre espèce) sont intrinsèquement limitées par nos gènes et par les conditions de leur expression, c'est-à-dire par l'environnement. Si ce dernier se révélait moins favorable dans une ou plusieurs de ses composantes (climatique, économique, démographique ou culturelle), les performances optimales autorisées par le génome humain se restreindraient fortement. De fait, avec leur mesure précise et leur archivage sur plus d'un siècle, les maxima physiologiques, certifiés par le sport de haut niveau, révèlent un processus beaucoup plus global, en cours dans l'ensemble des activités humaines. En effet, les principes qui gouvernent ces progressions limitent

aussi nos taux de croissance actuels – qu'ils soient énergétiques, économiques, agricoles, technologiques ou démographiques. Et si certains frisent le zéro, beaucoup plongent déjà dans le négatif.

IL EST DIFFICILE D'IMAGINER comment progressera la recherche à laquelle se livre l'humanité pour tenter d'accroître encore ses performances.

Dès lors, que va-t-il se passer à court terme ? Un premier recul des performances se produira très probablement dès 2013. Cette cyclicité est en effet observée tous les quatre ans à l'issue de chaque olympiade. Elle traduit le renouvellement des générations sportives autant que la fatigue des meilleurs, une fois récompensés et rassurés dans leur quête de gloire.

Les athlètes continueront cependant d'éprouver leurs limites, mais dans des marges de progression de plus en plus restreintes. Ce stress supplémentaire poussera certains à s'orienter vers de nouveaux procédés illicites et indétectables. Le dopage

génétique (par détournement des thérapies géniques) apparaît comme l'ultime utopie de ces tentatives. Son échec est cependant prévisible tant sa maîtrise est, à ce jour, incertaine. De plus, la multitude des interactions entre les gènes cibles rend très aléatoire le gain de performance espéré, sans parler des déséquilibres physiologiques que ne manquera pas d'occasionner toute altération d'un génome aussi complexe que celui de l'homme. Les nombreux échecs qu'essuient les manipulations génétiques de végétaux en témoignent.

Il est donc difficile d'imaginer comment progressera la recherche à laquelle se livre l'humanité pour accroître encore ses performances sportives. Cette quête est soumise à des contraintes croissantes d'ordre technique, économique, environnemental ou sociopolitique. Une seule chose est certaine ; comme les chercheurs à l'orée d'une découverte ou les politiques à la veille d'une élection, les athlètes vont continuer à mettre tout leur talent en jeu pour atteindre leur objectif : monter sur la plus haute marche dans leur discipline. ■

universcience présente

cité des sciences et de l'industrie

Palais de la Découverte

les conférences

entrée libre

JUSQU'EN DÉCEMBRE 2012

théma La fin des mondes

Est-ce pour 2012 ? D'où vient le mythe ?

Anthropologues, économistes, astrophysiciens, biologistes et même auteurs de SF partageront leur vision de l'avenir.

En partenariat avec

Avec le soutien de

programme complet sur www.universcience.fr

Les limites de la connaissance

Hervé Zwirn

**La science pourra-t-elle tout prévoir,
tout calculer, tout démontrer ? Non.
Depuis le XX^e siècle, les mathématiciens
et les physiciens découvrent
des limites irrémédiables au savoir.**

L'humanité a toujours cherché à comprendre le monde et à accroître ses connaissances. L'invention de l'imprimerie, l'édition d'encyclopédies, la constitution de grandes bibliothèques, puis, plus récemment, l'avènement de l'informatique et de mémoires électroniques permettant de stocker sur un dispositif de la taille d'une main l'équivalent d'une grande bibliothèque nationale, ont révolutionné l'accès au savoir. Pourtant, nous sommes encore loin de tout connaître et tout comprendre. On pourrait se dire que c'est une question de temps et de patience. Mais outre des obstacles d'ordres technique, biologique ou social – par exemple, aucun individu, quelle que soit son intelligence, n'est capable d'assimiler tout le savoir disponible aujourd'hui –, il existe des difficultés plus fondamentales. Comme nous allons le voir, ces dernières ont été mises au jour dans les deux champs scientifiques où l'espoir de parvenir à une connaissance parfaite était pourtant le moins utopique : les mathématiques et la physique.

Ainsi, en 1931, le logicien autrichien Kurt Gödel publia deux théorèmes qui ont brisé le rêve du grand mathématicien allemand David Hilbert de construire une mathématique où tout énoncé serait démon-

L'ESSENTIEL

- Les mathématiques et la physique ne permettront pas de tout comprendre. Certaines théories posent des limites au savoir.
- Les théorèmes d'incomplétude de Gödel sont parmi les premiers exemples de limites fondamentales en mathématiques.
- Il existe des limites cognitives et ontologiques, car il est impossible de calculer certains objets mathématiques et même de savoir si certains existent.
- Les systèmes chaotiques posent une limite prédictive : il n'est pas possible de déterminer l'état du système au-delà d'un avenir limité.

© Zastaf'skiy Victor Leonidovich/shutterstock.com

trable sans ambiguïté. Gödel prouva formellement que, dans tout cadre mathématique, il existe des énoncés qui, bien que vrais, ne pourront jamais être démontrés. Les travaux de Gödel, ainsi que d'autres développements des mathématiques et de la physique, ont eu des conséquences sur la réflexion philosophique sur les limites de la connaissance humaine. Simultanément à de grandes révolutions scientifiques telles que la théorie quantique, les mathématiques et la physique du XX^e siècle ont montré qu'il existe des limites infranchissables au champ du savoir.

L'importance de ce bouleversement ressort davantage lorsqu'on connaît le contexte scientifique de la fin du XIX^e siècle et du début du XX^e siècle. Chez les savants du XIX^e siècle, on trouvait un certain optimisme et l'idée que tout problème pouvait être résolu ; ce n'était qu'une question de temps, de moyens et d'ingéniosité. La plupart des scientifiques pensaient que la science apporterait des réponses à presque toutes les questions possibles sur le monde qui nous entoure. Bien sûr, peu d'entre eux prétendaient que ce stade final était déjà atteint. Mais le cadre théorique de la fin du siècle leur paraissait assez solide pour servir de base aux explications qui seraient développées ultérieurement. La conviction des scientifiques était que les théories existantes, une fois améliorées, seraient suffisantes pour rendre compte de façon satisfaisante de l'ensemble des phénomènes connus ou à découvrir.

Certes, tous ne partageaient pas ce sentiment. Le physiologiste allemand Emil du Bois-Reymond l'a exprimé en 1872 à travers la maxime latine « *ignoramus et ignorabimus* » qui signifie « nous ne savons pas et ne saurons jamais ». Mais sa position n'était pas majoritaire. À l'inverse, le physicien britannique lord Kelvin, vers la fin du XIX^e siècle, prétendait que « la science

physique forme aujourd'hui, pour l'essentiel, un ensemble parfaitement harmonieux, un ensemble pratiquement achevé. Il n'y a plus rien de nouveau à découvrir. Tout ce qui reste à faire, ce sont des mesures de plus en plus précises».

Hilbert ne pensait nullement que les mathématiques étaient achevées puisqu'il proposa, en 1900, une liste de 23 grands problèmes ouverts. Il travailla aussi sur un programme visant à développer une théorie de la démonstration, afin de donner des fondements solides aux mathématiques. Selon lui, toute vérité mathématique devait pouvoir être démontrée, et cela d'une façon qui ne laisse aucun doute quant à la validité de la démonstration.

Éliminer le doute en mathématiques

S'opposant à du Bois-Reymond, Hilbert déclara : «En mathématiques, il ne doit pas y avoir d'*ignorabimus*.» On retrouve ces projets dans le courant de pensée des empiristes logiques du cercle de Vienne, un groupe de philosophes des années 1920

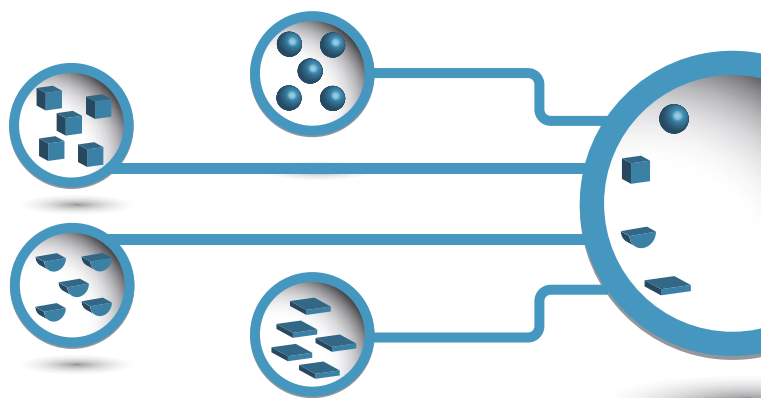


1. KURT GÖDEL (1906-1978), mathématicien autrichien qui prit la nationalité américaine, a énoncé et démontré en 1931 deux théorèmes d'incomplétude. Ils indiquent que toute mathématique suffisamment riche pour contenir l'arithmétique contient des énoncés indécidables, et que la non-contradiction du système est l'un d'eux.

L'AXIOME DU CHOIX

L'axiome du choix stipule qu'en présence de plusieurs ensembles non vides, il est possible de choisir un élément de chaque ensemble pour former un nouvel ensemble. Plus formellement, pour toute famille d'ensembles, il existe une fonction de choix qui associe à chaque ensemble un de ses éléments. Cet axiome est trivial et n'est pas nécessaire pour les ensembles finis. En revanche, il est utile pour des démonstrations mettant en jeu des ensembles infinis. L'axiome du choix est souvent ajouté à l'axiomatique de Zermelo-Fraenkel en théorie des ensembles. Il était d'ailleurs implicitement utilisé jusqu'à la fin du XIX^e siècle, avant d'être rigoureusement formalisé par Ernst Zermelo.

Cependant, cet axiome est controversé. Les mathématiciens intuitionnistes préfèrent ne pas l'utiliser. En effet, l'axiome du choix assure l'existence de certains objets, mais n'en donne pas une méthode de construction, ce qui est peu satisfaisant du point de vue des intuitionnistes.



qui pensaient que le savoir pouvait être assis sur des fondations solides.

Selon cette école de pensée, il devrait être possible de construire le savoir de proche en proche, en s'assurant par vérification, à chaque étape de sa construction, que les théories élaborées sont vraies. L'édifice total ainsi constitué serait une description adéquate de la réalité, non seulement dans ses manifestations empiriques, mais aussi dans sa structure profonde. Par cette méthode, il n'y aurait pas le moindre doute sur la véracité des énoncés. Ainsi, la science serait capable de prévoir qualitativement et quantitativement les événements futurs avec une précision arbitraire et sur une durée infinie.

La science du XX^e siècle a rapidement détruit ces espoirs. Comme nous l'avons vu, Gödel a mis fin au programme de Hilbert à travers la démonstration de ses célèbres théorèmes d'incomplétude. Ces derniers prouvaient que, dans tout cadre mathématique, il existe des énoncés qui sont vrais, mais qu'il est impossible de prouver dans ce cadre.

Par ailleurs, la physique du XIX^e siècle, constituée essentiellement de la mécanique newtonienne, de la thermodynamique et de l'électromagnétisme, a donné naissance à deux révolutions majeures, la théorie de la relativité et la théorie quantique. Ces édifices, auxquels il convient d'ajouter la physique des systèmes non linéaires qui s'est beaucoup développée dans les années 1970-1990, ont porté un coup fatal aux espoirs de Kelvin.

La science construit ses propres limites

L'idée de tout expliquer n'est aujourd'hui plus tenable en raison de la mise en évidence, par la science elle-même, de limites infranchissables à son propre discours. Il est commode de classer ces limites en quatre catégories que nous développerons dans la suite. Les limites *constructives* sont relatives à l'impossibilité de construire un discours scientifique qui échappe à tout doute et qui repose sur des fondements sûrs. Les limites *prédictives* montrent l'impossibilité de prévoir certains phénomènes avec une précision arbitraire sur une échelle de temps indéterminée. On retrouve ce type de limite en physique, par exemple dans la théorie du chaos. Les limites *cognitives* concernent l'existence de domaines qui resteront hors de portée du savoir. De telles

limites apparaissent en mathématiques dans l'étude de nombres parfaitement définis, mais qui ne sont pas calculables – des nombres dont on ne peut déterminer, au mieux, qu'un nombre fini de décimales. Enfin, les limites *ontologiques* éliminent quelques entités conceptuelles en montrant leur inconsistance ou en les situant en dehors du champ d'appréhension du discours scientifique. C'est le cas en mécanique quantique avec le rôle privilégié de l'observateur ou, en mathématiques, avec la question de l'existence ou non de certains objets.

Ces limites se distinguent de celles résultant d'obstacles pratiques. Ces derniers sont par exemple liés à des données trop nombreuses pour être traitées, ou, au contraire, à leur insuffisance ; ils peuvent aussi être liés à des temps de calcul qui seraient beaucoup trop longs. Ces limites peuvent être repoussées (mais probablement pas abolies) par l'amélioration des techniques de mesure et de calcul, ou la collecte de nouvelles données. Les limites dont on traitera ici sont d'un autre type : elles sont intimement liées à la nature et à la construction des théories mathématiques et physiques, et elles ne pourront pas être repoussées par un progrès technique.

Des difficultés liées aux ensembles infinis

Les mathématiques sont par essence la discipline scientifique dont on attend le plus de certitude. Bien que non empiriques, elles ne sont censées dire que des choses vraies et doivent permettre de démontrer tout ce qui est vrai. C'était, en tout cas, le vœu de Hilbert et son refus de tout *ignorabilimus* en mathématiques. Son programme visait à donner à ce champ scientifique une théorie de la démonstration qui ne laisse subsister aucun doute quant à la validité d'une preuve. Cette volonté était motivée par des débats animés parmi les mathématiciens de la fin du XIX^e siècle et le début du XX^e, qui portaient sur certaines démonstrations acceptées par les uns et rejetées par d'autres. Il était notamment question de l'axiome du choix, formalisé par le mathématicien allemand Ernst Zermelo, et sur lequel reposaient de nombreuses démonstrations (voir l'encadré page 46).

Les sujets disputés étaient souvent des résultats faisant appel à des quantités ou des ensembles infinis. Pour éviter ce type de controverses, le programme de Hilbert visait à construire les mathéma-

Le nombre Ω de Gregory Chaitin

Le nombre Ω de Chaitin est défini comme la probabilité qu'une machine de Turing, exécutant un programme tiré au hasard, s'arrête en un temps fini. Un programme aléatoire s'exprime comme une suite binaire de 0 et de 1 où chaque bit est tiré au hasard. Le programme doit être autodélimité, c'est-à-dire contenir un signal de fin de programme, telle une séquence de bits, par exemple 1111. Il est possible d'estimer Ω en répétant plusieurs fois le tirage aléatoire de program-

mes. Mais Ω n'est accessible que théoriquement, car il faudrait pouvoir tirer indéfiniment des programmes. De surcroît, il n'est pas possible de savoir si un programme aléatoire ne s'arrête jamais (c'est un problème indécidable). En pratique, on décide d'un temps d'exécution au-delà duquel on considère que le programme ne s'arrête pas.

Le nombre Ω est une probabilité ; il est donc compris entre 0 et 1, et peut être écrit en une suite binaire infinie de la

forme $0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$. Il est aussi non calculable par un algorithme et ses chiffres, sauf un nombre fini d'entre eux, sont indécidables dans le sens suivant. Un système formel raisonnable peut déterminer des chiffres de Ω , c'est-à-dire démontrer certains énoncés du type « $a_i = 1$ » ou « $a_i = 0$ », mais un système raisonnable ne peut démontrer qu'un nombre fini d'énoncés de ce genre. Pour la plupart des chiffres a_i de Ω , le système ne peut prouver ni un énoncé ni son contraire.

■ L'AUTEUR



Hervé ZWIRN est professeur associé à l'UFR de physique de l'Université Paris-Diderot et président du Collège de physique et de philosophie.

■ BIBLIOGRAPHIE

J.-P. Delahaye, *La logique, un aiguillon pour la pensée*, Belin-Pour la Science, 2012.

Les grands problèmes mathématiques, *Dossier Pour la Science*, n° 74 janvier-mars 2012.

H. Zwirn, *Les systèmes complexes*, Odile Jacob, 2006.

Les chemins de la logique, *Dossier Pour la Science* n° 49, octobre-décembre 2005.

G. Guerreiro, Gödel, *Les Génies de la Science*, n° 20, août-novembre 2004.

H. Zwirn, *Les limites de la connaissance*, Odile Jacob, 2000.

■ SUR LE WEB

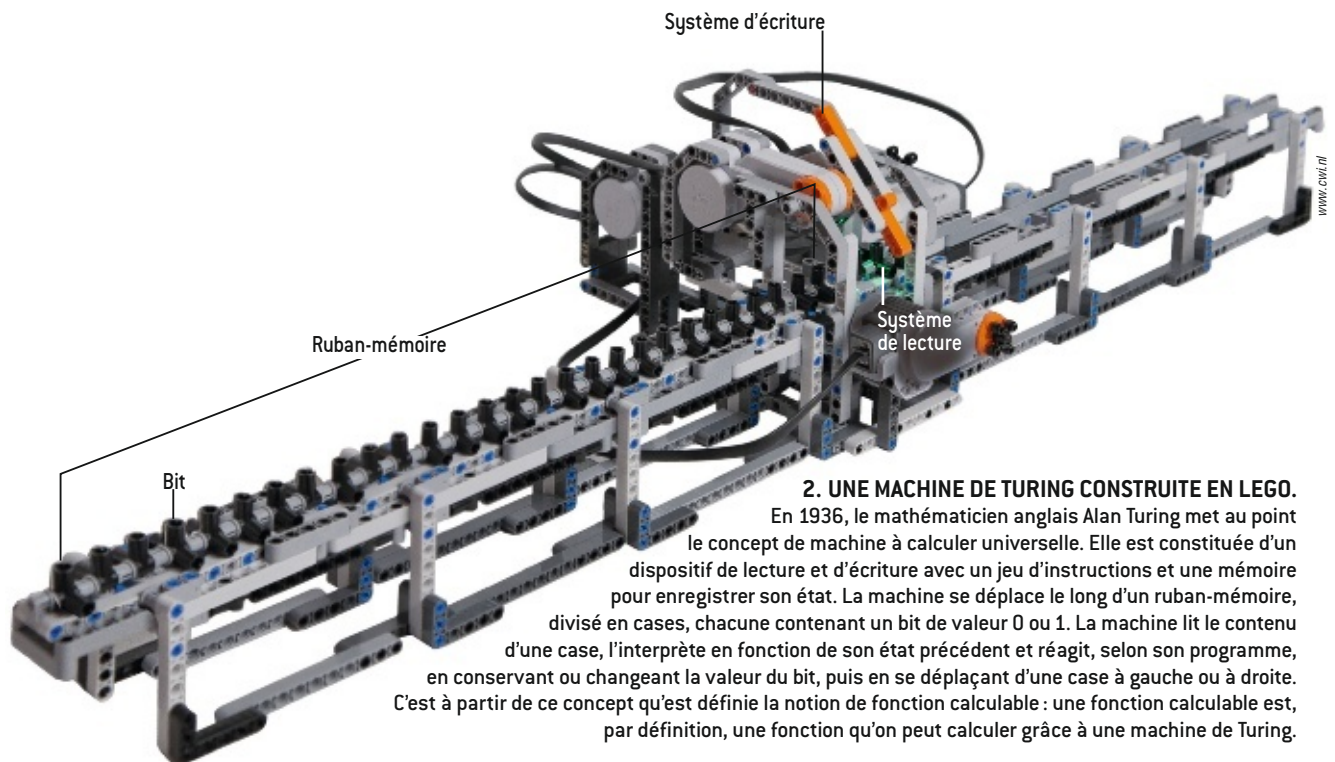
Site décrivant la construction d'une machine de Turing : www.legoturingmachine.org/

tiques sur une théorie de la preuve dite « finitiste » en ce sens qu'elle évitait le recours à tout infini considéré dans sa globalité. Hilbert espérait montrer que dans un tel édifice, toute vérité mathématique aurait été démontrable et cela d'une façon convaincante pour tous les mathématiciens. Cependant, en publiant ses théorèmes d'incomplétude en 1931, Gödel montra que cet espoir était vain.

Le premier théorème montre que dans tout système formel – un ensemble d'objets associé à un nombre fini d'axiomes et de règles de manipulation de symboles – contenant l'arithmétique, il existe des propositions vraies qu'on ne peut ni prouver ni réfuter. On les nomme des indécidables. Le second théorème énonce que la non-contradiction du système – c'est-à-dire que celui-ci ne conduit pas à la fois à une affirmation et à son contraire – est elle-même une proposition indécidable.

Cela signifie qu'il faut renoncer à l'espoir de prouver toute proposition vraie d'un système formel. Tout système formel contiendra des propositions qui, bien que vraies, ne pourront jamais être démontrées. De plus, cela montre qu'il est impossible de démontrer qu'un système formel n'est pas contradictoire en s'appuyant sur des démonstrations ne sortant pas du cadre de ce système. On ne peut donc jamais être sûr que le système formel utilisé n'est pas contradictoire, sauf à tenter de le prouver en s'appuyant sur un système formel plus large ; mais dans ce cas, c'est la non-contradiction du système élargi qui est, à son tour, mise en question.

Ces théorèmes établissent une limite constructive : il est impossible de construire



2. UNE MACHINE DE TURING CONSTRUITE EN LEGO.

En 1936, le mathématicien anglais Alan Turing met au point le concept de machine à calculer universelle. Elle est constituée d'un dispositif de lecture et d'écriture avec un jeu d'instructions et une mémoire pour enregistrer son état. La machine se déplace le long d'un ruban-mémoire, divisé en cases, chacune contenant un bit de valeur 0 ou 1. La machine lit le contenu d'une case, l'interprète en fonction de son état précédent et réagit, selon son programme, en conservant ou changeant la valeur du bit, puis en se déplaçant d'une case à gauche ou à droite. C'est à partir de ce concept qu'est définie la notion de fonction calculable : une fonction calculable est, par définition, une fonction qu'on peut calculer grâce à une machine de Turing.

un système mathématique formel non contradictoire permettant d'exprimer la totalité des mathématiques, et tel que tout énoncé vrai exprimable dans le système (en particulier sa propre non-contradiction) soit démontrable dans le système.

Une autre difficulté, liée aux raisons invoquées par Hilbert pour motiver son programme, provient de l'ambiguïté du terme « exister » pour un objet mathématique. Pour Hilbert, un objet mathématique existe s'il est non contradictoire. Pour les mathématiciens dits intuitionnistes, un objet mathématique n'existe que s'il est possible d'en donner un procédé effectif de construction. Par exemple, un ensemble est dit bien ordonné si toute partie non vide possède un plus petit élément. L'axiome du choix permet de montrer l'existence d'un bon ordre sur l'ensemble des nombres réels. Pour Hilbert, ce bon ordre existe. Ce résultat est naturel pour les nombres entiers, mais il est impossible d'explicitier un procédé effectif de construction dans le cas d'un intervalle ouvert de nombres réels. Pour les intuitionnistes, ce bon ordre n'existe donc pas.

De plus, même si l'on refuse les restrictions trop fortes des intuitionnistes, il est souvent difficile de se prononcer sur l'existence de certains objets. Dans la théorie des ensembles, on utilise des nombres dits cardinaux pour quantifier le nombre d'éléments d'un ensemble. Si l'ensemble en question est infini, le nombre cardinal est transfini – notion introduite par le mathé-

maticien allemand Georg Cantor. L'existence de certains de ces nombres, les « grands cardinaux », n'est pas universellement acceptée, même lorsqu'elle ne conduit à aucune contradiction. Pour certains mathématiciens, l'argument de non-contradiction n'est pas suffisant pour justifier leur existence.

Des énoncés indécidables

Il n'existe et n'existera sans doute jamais de raison contraignante déterminant de façon définitive quels sont les objets mathématiques qui existent et ceux qui n'existent pas. Cette limite ontologique sur l'existence d'un objet mathématique provient du fait que le formalisme mathématique lui-même ne peut imposer cette existence. Pour les intuitionnistes, seules existent les entités qui peuvent être construites. Pour les autres mathématiciens, l'inclusion d'un objet résulte d'un choix personnel fondé sur des considérations de naturalité, de fécondité ou d'efficacité. Il faut donc renoncer à trancher de façon définitive la question de l'existence des objets mathématiques.

Même en considérant un formalisme rigoureusement défini, il est impossible de déterminer de façon non ambiguë les propriétés de certains objets. Ainsi, l'axiomatique de Zermelo-Fraenkel, sur laquelle les mathématiciens fondent généralement la théorie des ensembles, est suffisante pour

une grande partie des mathématiques actuelles. En revanche, elle ne nous dit rien sur la vérité de l'axiome du choix. Cet énoncé est indécidable : il ne peut être ni prouvé ni réfuté dans l'axiomatique de Zermelo-Fraenkel. Il en est de même pour l'existence des grands cardinaux. L'axiomatique de Zermelo-Fraenkel est compatible avec l'affirmation et avec la négation de ces énoncés. L'intuition n'est pas d'un grand secours pour décider de leur vérité. Il en résulte qu'il devient difficile d'accepter le point de vue selon lequel il existe de « vrais ensembles » pour lesquels ces propriétés sont soit vraies, soit fausses.

La découverte récente de nouvelles propositions indécidables, en particulier dans le domaine de l'informatique théorique, a fait reculer encore plus loin la prétention de pouvoir trouver la réponse à toute interrogation mathématique. Le mathématicien argentin-américain Gregory Chaitin s'est intéressé aux équations diophantiennes, équations polynomiales à coefficients entiers et dont les inconnues sont des nombres entiers également. Il a construit une telle équation contenant 17 000 variables et un paramètre unique noté n . En fonction de la valeur de n , l'équation a un nombre fini ou infini de solutions. Pour une valeur de n donnée, les solutions sont-elles en nombre fini ? G. Chaitin a prouvé qu'aucun système formel ne pouvait déterminer la finitude ou non du nombre de solutions de cette équation pour plus qu'un nombre fini

de valeurs de n . Cela signifie que, quel que soit le système formel dans lequel on se place, il est impossible de répondre de façon générale à la question « cette équation a-t-elle un nombre fini ou infini de solutions pour telle valeur de n ? ».

Ce problème est lié aux travaux de G. Chaitin sur les machines de Turing universelles, sortes d'ordinateurs théoriques capables de mener tout type de calcul (voir la figure 2). G. Chaitin a défini le nombre Ω (oméga) comme la probabilité que la machine s'arrête au bout d'un temps fini quand on lui donne à exécuter un programme aléatoire écrit en code binaire, c'est-à-dire dont chaque bit (0 ou 1) est tiré au hasard (voir l'encadré page 47). Le nombre Ω est bien défini, mais n'est pas calculable. Un système formel est capable de calculer au plus un nombre fini de bits de cette probabilité, écrite dans le système

binaire. Le problème de l'équation diophantienne de paramètre n revient aussi à calculer un nombre du type de Ω pour savoir si le nombre de solutions entières est fini. Chaque bit correspond à une valeur de n et indique si les solutions sont en nombre fini (par exemple, le bit en question est égal à zéro si les solutions sont en nombre fini, et égal à un sinon).

Une infinité d'énoncés indémontrables

Les nombres de type Ω n'étant pas calculables, il en résulte la limite cognitive suivante: quel que soit le système formel utilisé, il existe une infinité d'énoncés vrais qu'il est impossible de démontrer – si on énonce pour chaque bit la valeur qu'il peut prendre, nécessairement certains énoncés sont vrais. De plus, les énoncés de ce type, dont

la résolution est irrémédiablement hors de portée, sont infiniment plus nombreux que ceux qu'il est possible de traiter.

Quant aux limites identifiées en physique, elles sont souvent de nature prédictive. Il n'est, en général, pas possible de fournir mieux qu'une probabilité sur une future mesure, en raison de la nature chaotique ou quantique des phénomènes. L'étude des systèmes dynamiques non linéaires en mécanique classique, dont le comportement est régi par des équations différentielles non linéaires, a mis au jour des propriétés surprenantes. Leur comportement est déterministe: la donnée de leur état initial suffit, en principe, pour calculer leur état à tout instant. De tels systèmes devraient donc être parfaitement prévisibles. On a cependant mis en évidence la propriété de « sensibilité aux conditions initiales », selon laquelle

L'irréductibilité computationnelle

Une autre limite prédictive provient de la propriété d'irréductibilité computationnelle. Elle concerne les systèmes tels qu'il n'existe aucun autre moyen de savoir l'état dans lequel ils seront à un instant ultérieur que de les simuler, c'est-à-dire de reproduire leur comportement, pas à pas, sur un ordinateur et de laisser ce comportement se dérouler jusqu'à l'instant en question. Cela signifie qu'il n'existe aucun raccourci pour connaître cet état, par exemple une formule permettant de calculer directement l'état correspondant à un instant donné. Le seul moyen est de laisser se dérouler toutes les étapes qui précèdent.

Cette propriété a été mise en avant d'abord dans le contexte des automates cellulaires. Ces automa-

tes fonctionnent par itération. Partant d'une configuration initiale d'une grille dont les cellules sont dans divers états, des règles simples indiquent comment la configuration suivante est obtenue. Ainsi, la situation des cellules au temps $n + 1$ dépend de la configuration au temps n .

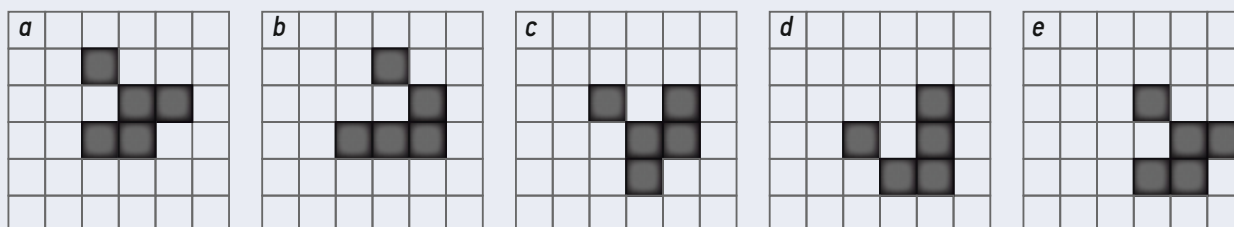
L'exemple le plus connu est le *Jeu de la vie* du mathématicien britannique John Conway. Pour certaines situations initiales, les configurations suivantes sont aisément prédictibles. C'est le cas, par exemple, lorsqu'un comportement périodique apparaît ou bien lorsqu'un mouvement régulier des cellules caractérise le passage de la configuration n à la configuration $n + 1$. Mais certaines situations de départ défient toute tentative pour prévoir leur évolution et le seul moyen pour savoir ce qu'el-

les deviennent, après par exemple une centaine de pas, est de passer par les 99 étapes intermédiaires.

On peut même montrer que connaître le destin ultime d'une configuration initiale est un problème indécidable: il n'existe aucun algorithme général capable de prévoir, quand on lui propose une configuration en entrée, si elle va finir par s'éteindre ou si elle va conserver des cellules indéfiniment.

Devoir, lors du calcul, passer par le même chemin que suit le système réel sans avoir la possibilité de couper court pour connaître directement l'état qui nous intéresse est une forme d'imprévisibilité un peu particulière. Il ne s'agit pas ici d'une impossibilité de connaître cet état, puisqu'en simulant le système on y parvient. Il s'agit de l'impossibilité

d'aller « plus vite que le système » pour savoir où il va. D'une certaine façon, cela signifie que le seul moyen de le savoir est d'observer le système lui-même ou son clone simulé sur un ordinateur. Cela peut devenir une véritable impossibilité si on cherche à savoir ce que devient le système à long terme, car la simulation peut prendre un temps qui excède nos capacités pratiques. L'irréductibilité computationnelle apporte un point de vue utile pour tenter de comprendre certains phénomènes qualifiés d'émergents. Il faut préciser que, bien que l'on soupçonne que de nombreux systèmes soient computationnellement irréductibles, prouver rigoureusement qu'un système donné possède bien cette propriété reste aujourd'hui un problème mathématique ouvert.



Dans le *Jeu de la vie* de J. Conway, des règles simples définissent l'évolution des cases d'une étape à la suivante. Une cellule morte (blanche) devient vivante (noire) si elle est entourée de trois cellules vivantes et une cellule reste vivante si elle est entourée de deux ou trois cellules

vivantes. Dans la séquence ci-dessus, l'évolution est périodique et le premier motif (a) se retrouve dans le dernier (e) translaté d'une ligne et d'une colonne. À l'exception de cas particuliers, il est difficile de prévoir l'évolution d'une configuration sans en calculer chaque étape.

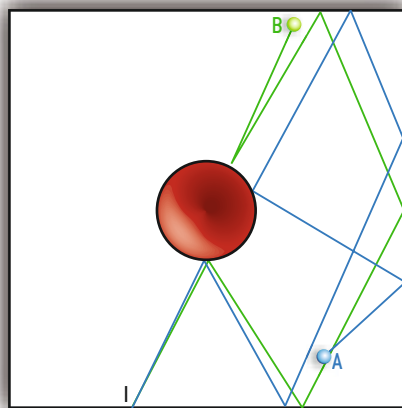
une toute petite différence entre deux états initiaux s'amplifie de façon exponentielle avec le temps (voir la figure 3).

Ce constat, annoncé par le Français Henri Poincaré dès la fin du XIX^e siècle, a été popularisé par le fameux « effet papillon » d'Edward Lorenz. En 1963, ce météorologiste américain a montré, sur un système de trois équations différentielles non linéaires simples, que deux états initialement aussi proches que l'on veut (la différence étant indiscernable au degré de précision adopté), peuvent évoluer de telle façon que, au bout d'un certain temps, ils n'aient plus rien en commun. Conséquence : il est impossible de faire des prévisions au-delà d'un certain horizon temporel, malgré le fait que les lois régissant l'évolution du système soient déterministes. On parle dans ce cas de chaos déterministe, le système donnant l'impression d'évoluer de façon aléatoire, en dépit du fait qu'il soit déterministe. Ce chaos traduit notamment notre incapacité à spécifier un état initial de façon infiniment précise.

Un horizon de prévision pour les systèmes chaotiques

L'horizon temporel des prévisions dépend du système chaotique considéré. Il est possible de décrire jusqu'à quelques secondes le mouvement d'une boussole placée dans deux champs magnétiques, l'un fixe et l'autre tournant. La détermination des trajectoires des planètes du Système solaire s'étend sur plusieurs centaines de millions d'années. Mais au-delà de ces horizons, la plus infime variation initiale peut conduire à des états très différents.

Cette sensibilité aux conditions initiales, à laquelle sont sujets la plupart des systèmes dynamiques, impose une limite de principe sur nos capacités prédictives. En améliorant la précision sur les conditions initiales, il est possible de repousser cet horizon, mais sans pouvoir le faire disparaître. Pour de tels systèmes, on renonce à décrire en détail leur dynamique. On s'intéresse plutôt aux propriétés asymptotiques du système, c'est-à-dire à son évolution qualitative à long terme, et aux caractéristiques communes qu'il partage avec d'autres systèmes de même type. On parle dans ce cas de propriétés générales et l'on doit se contenter de décrire



3. LE BILLARD DIT DE SINAI fournit un exemple simple de chaos déterministe. Au centre d'un billard carré est placé un obstacle circulaire sur lequel rebondissent les boules de billard A et B. Celles-ci partent du même point initial I dans des directions quasi identiques. Au bout d'un certain temps, les deux trajectoires sont très différentes. Il est possible en théorie de prévoir la position des boules à tout instant, mais, en pratique, la grande sensibilité aux conditions initiales l'interdit. L'inévitable incertitude sur la condition initiale s'amplifie très vite avec le temps et brouille la connaissance qu'on peut avoir de la trajectoire.

ce qui se passe en moyenne sur un grand nombre de ces systèmes. Les prévisions deviennent alors probabilistes.

La physique quantique, elle, fait apparaître un type d'indéterminisme plus radical, où les probabilités proviennent de l'essence même des phénomènes et non plus de notre ignorance ou de notre incapacité à spécifier suffisamment un état. Par exemple, même lorsque l'état d'un électron est connu aussi parfaitement qu'il est théoriquement possible de le connaître, il est impossible de prévoir le résultat de la mesure de certaines de ses propriétés autrement que de façon probabiliste. La position, l'impulsion ou le spin de cet électron pourront prendre différentes valeurs qui ne se détermineront qu'avec la mesure, et cela de façon intrinsèquement probabiliste. Il s'agit encore une fois d'une limite prédictive, car il est impossible de prévoir à coup sûr le résultat de ce type de mesure.

Mais la physique quantique est encore plus radicale dans sa remise en cause de nos conceptions intuitives habituelles consistant à penser qu'il existe une réalité indépendante de tout observateur et ressemblant à ce que nous en percevons. L'impossibilité d'exprimer la théorie quantique sous une forme objective forte (c'est-à-dire ne faisant mention à aucune mesure ni à aucun observateur) est un argument important contre cette position. La mécanique quantique ne décrit pas la réalité en soi, mais seulement la réalité empirique des phénomènes. La plupart des tentatives visant à décrire une éventuelle réalité telle qu'elle est, grâce à des formalismes alternatifs, ont échoué. On est ainsi contraint de se contenter d'une description de l'apparence de la réalité à travers les phénomènes empiriques et de renoncer à décrire la réalité en soi. Dans cette limite ontologique, seule la réalité empirique phénoménale est accessible.

Toutes les limites évoquées ici résultent de démonstrations provenant de la science elle-même. Leur découverte est un phénomène fascinant, car elle s'est faite simultanément avec une progression inédite des connaissances apportées par la science. En nous permettant de connaître de mieux en mieux les territoires qu'elle explore, la science a fait apparaître de vastes contrées inaccessibles dont nous ne soupçonnions pas l'existence. Cette découverte, souvent ignorée, est sans doute l'une des plus remarquables de la science contemporaine sur le plan épistémologique. ■



SOUTENEZ

LA FONDATION POUR LA RECHERCHE MÉDICALE ET BÉNÉFICIEZ D'AVANTAGES FISCAUX

Organisme indépendant, la Fondation pour la Recherche Médicale agit grâce à la générosité de plus de 400 000 donateurs.

Il existe plusieurs possibilités de soutenir la Fondation : **en faisant un don, une donation, une donation temporaire d'usufruit, une succession, en souscrivant une assurance-vie en faveur de la Fondation... Vous bénéficierez ainsi d'avantages fiscaux*.**

Depuis 65 ans, la Fondation pour la Recherche Médicale lutte contre toutes les pathologies, sans distinction.

En choisissant d'être à ses côtés vous agissez pour votre santé et celle de vos proches et vous jouez un rôle essentiel dans le maintien, en France, d'une recherche de très haut niveau.

*Pour les personnes assujetties à l'impôt de solidarité sur la fortune (ISF), réduction d'impôt de 75% du don dans la limite de 50 000 euros (loi Tépa). Hors ISF, la réduction d'impôt est de 66% du montant du don dans la limite de 20% du revenu imposable. Si les dons dépassent cette limite, l'excédent est reportable sur les 5 années suivantes.



Depuis sa création par le Pr Jean Bernard en 1947, la Fondation soutient la recherche médicale dans tous les domaines : cancers, maladies neurologiques, maladies infectieuses, maladies cardiovasculaires, maladies des os, maladies du système immunitaire, maladies du sang...

Son Conseil scientifique composé de 32 chercheurs de haut niveau, représentant toutes les disciplines médicales et scientifiques, sélectionne les projets qui seront soutenus.

Chaque année, la Fondation finance, en moyenne, plus de 750 recherches.

La Fondation s'engage à rendre compte de ses activités, met à disposition son rapport d'activité sur son site, envoie ses comptes à l'ensemble de ses donateurs. Ses comptes sont certifiés par un commissaire aux comptes indépendant.



La Fondation pour la Recherche Médicale est agréée par le Comité de la Charte du don en confiance et reconnue d'utilité publique.

**Pour plus
d'informations**

▶ Stéphanie Clément-Grandcourt
Responsable philanthropie
01 44 39 75 96 • stephanie.clement-grandcourt@frm.org

▶ Céline Ponchel-Pouvreau
Responsable libéralités et succession
01 44 39 75 67 • celine.ponchel@frm.org

FONDATION POUR LA RECHERCHE MÉDICALE, 54 RUE DE VARENNE 75007 PARIS - www.frm.org

Coupon à retourner à **Fondation pour la Recherche Médicale**

☐ Je fais un don de.....

☐ Je souhaite recevoir, sous pli confidentiel, la brochure philanthropie

☐ Je souhaite recevoir, sous pli confidentiel, la brochure sur les legs, donations et assurances-vie

Ces demandes ne m'engagent en aucune façon.

Nom : Prénom :

Adresse : Code postal :

Ville : Téléphone :

Conformément à la loi du 6/01/1978, vous disposez d'un droit d'accès, de rectification et d'opposition aux informations vous concernant, en vous adressant à la Fondation. Par notre intermédiaire, vous pouvez être amené à recevoir des propositions d'autres organismes. Si vous ne le souhaitez pas, vous pouvez cocher la case ci-jointe. ☐

L'avènement d'Internet et de ses « réseaux sociaux » transforme les relations sociales. Et la surabondance d'informations véhiculées suscite chez les individus des réactions cognitives diverses.

Nicolas Auray



L'homme en réseau

En octobre 2012, Melissa Chow, ancienne étudiante du MIT devenue créatrice de vêtements, a conçu un gilet qui se gonfle dès que son propriétaire reçoit un « J'aime » sur son compte Facebook (voir la figure 2).

En mai 2010, la première place du palmarès de la musique de variétés japonaise était occupée par Miku Hatsune, une star entièrement virtuelle. Cette jeune créature de manga aux longs cheveux bleus se produisait en concerts sous forme d'images de synthèse, et sa voix, fondée sur celle de la chanteuse réelle Saki Fujita, chantait ce qu'un logiciel créait, à partir des accords de mélodie et des indications de syllabes à jouer sur chaque note. La raison du succès de Miku Hatsune (« son du futur » en japonais) ? La société qui l'a développée en 2007 avait autorisé les fans à composer des paroles et musiques et des mouvements de chorégraphie grâce à des logiciels libres d'édition et d'animation. Les clips ont été diffusés sur les sites de partage de vidéos. Certains de ces derniers ont acquis une

grande popularité, ce qui a fait du cyborg Miku Hatsune une cyberdiva.

Comme l'illustrent les deux exemples décrits, le couplage entre le réseau Internet et les objets numériques personnels (micro-ordinateurs, mais aussi téléphones portables, navigateurs GPS, tablettes, etc.) est en train de bouleverser notre rapport au temps et à l'espace, en contractant ces derniers. Parmi les approches anthropologiques qui abordent ces transformations, oscillent des thèses extrêmes.

Internet rend-il malin ou bête ?

D'un côté, par exemple, le philosophe Michel Serres pointe que cette nouvelle réticularité numérique rend les humains plus puissants et plus malins. Par le téléphone cellulaire, les « digital natives » (ou natifs numériques, c'est-à-dire ceux qui baignent depuis leur naissance dans un monde équipé et connecté) ont mis le monde au bout de leur pouce : ils accèdent à n'importe quelle personne ;

L'ESSENTIEL

- Les nouvelles technologies de la communication modifient la structure et la nature des liens sociaux, ainsi que notre rapport à l'information et au savoir.
- D'un monde juxtaposant des collectivités unies chacune par des liens forts, on passe à un individualisme en réseau, structuré par des liens faibles.
- Face à la surabondance d'informations et de sollicitations, différentes réactions et régimes d'attention sont possibles.