

ART & SCIENCE

Le crochet, le corail et la géométrie

La forme du corail est l'une des manifestations de la géométrie hyperbolique. L'un des seuls moyens de représenter concrètement les espaces correspondant à cette géométrie est une activité surannée : le crochet.

Loïc MANGIN

Le crochet a mauvaise réputation : cet avatar de la dentelle ne serait pratiqué que par des femmes, plutôt âgées, réunies dans des clubs. Cette image désuète est fautive, au moins en partie. Depuis quelques années, l'art du crochet est redevenu à la mode et l'on ne compte plus les blogs dédiés. Mieux, de la science se cache dans ces ouvrages en mailles qui ornent les fauteuils et le dessus des téléviseurs.

Cet aspect a été exploré en 2005 par Margaret et Christine Wertheim, fondatrices de l'*Institute for Figuring* (IFF), à Los Angeles. Cette institution promeut l'esthétique et les dimensions poétiques de la science et des mathématiques sans recourir à la manipulation de concepts abstraits.

Leur premier projet, nommé *Crochet coral reef*, fut la confection en crochet d'un récif corallien ! L'idée semble saugrenue, elle est pourtant pertinente. Voyons pourquoi. Dans le monde vivant, beaucoup de formes sont crénelées, dentelées, frisées... Citons les algues, les feuilles de laitue, les limaces de mer... et les coraux. Ces surfaces relèvent de la géométrie hyperbolique, l'un des trois types de géométries qui existent.

Une façon de les décrire est fondée sur le postulat des parallèles. Selon Euclide, par un point extérieur à une droite donnée ne passe qu'une parallèle à cette droite. Pendant quelque 2 000 ans, on a tenu ce postulat pour incontournable. Pourtant, au XIX^e siècle, des mathématiciens (Riemann, Lobatchevski...) s'en sont

affranchis. Dans la géométrie sphérique, le nombre de parallèles à une droite donnée est nul ; dans la géométrie hyperbolique, il est infini.

Ainsi, depuis des millions d'années, des organismes exhibent, souvent avec moult couleurs, des concepts découverts il y a moins de 200 ans ! Cependant, alors que les géométries euclidienne et sphérique sont facilement modélisables par un objet physique, respectivement un plan et la surface d'un ballon, la géométrie hyperbolique a longtemps résisté aux tentatives. L'idée est de représenter graphiquement et de façon cohérente une géométrie et ses propriétés.

Depuis des millions d'années, des organismes vivants exposent en couleurs des concepts découverts il y a moins de 200 ans.

Pour la géométrie hyperbolique, la difficulté est telle que beaucoup en ont conclu que cette représentation était impossible.

Plusieurs modèles ont certes été proposés, par exemple celui de Klein-Beltrami et le disque de Poincaré (plusieurs œuvres d'Escher sont fondées sur cette représentation), mais ils restaient trop conceptuels. Le mathématicien William Thurston avait créé un modèle en papier, mais il était très fragile. Puis, en 1997, Daina Taimina, mathématicienne à l'Université Cornell, montra que le crochet pouvait relever le défi.

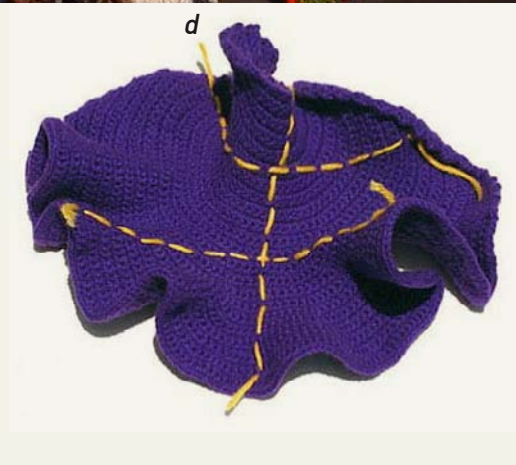
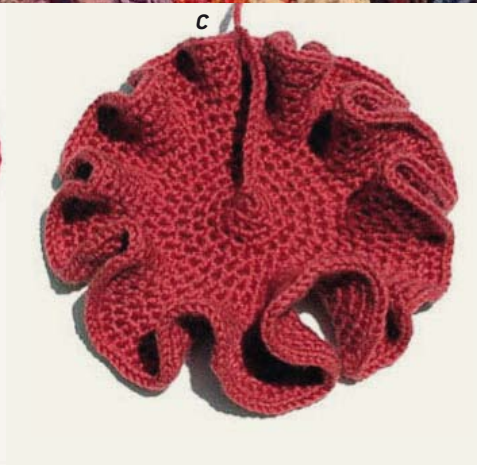
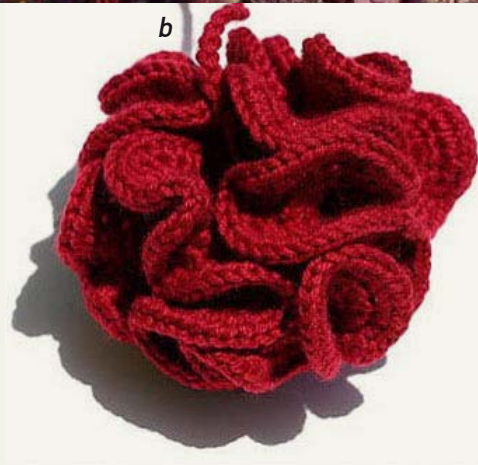
De fait, le principe du crochet, selon lequel on augmente progressivement le nombre

de mailles des rangs, coïncide avec une propriété de la géométrie hyperbolique : la circonférence d'un cercle augmente de façon linéaire avec le rayon sur un plan euclidien, mais de façon exponentielle sur un plan hyperbolique. Ainsi, la géométrie hyperbolique, dont le corail est une des représentations, peut être confectionnée au crochet !

Plus encore, selon la règle suivie, on obtient des modèles différents. Par exemple, on augmente d'une maille à chaque rang dans la figure *b* et tous les trois rangs dans la figure *c*. La figure *d* montre des droites (*en jaune*) cousues sur un plan hyperbolique.

Le projet de l'IFF a commencé par une petite annonce pour recruter des « crocheteurs ». Il a pris de l'ampleur et rassemble aujourd'hui des milliers de participants de par le monde. Le musée Andy Warhol, de Pittsburg, en Pennsylvanie, fut parmi les premiers intéressés par le projet : l'institution exposa un premier récif corallien en laine (*voir la figure a*) dans le cadre de son exposition consacrée au réchauffement climatique.

Puis ce fut Chicago, où une galerie de 300 mètres carrés fut remplie, ensuite New York, Londres... Aujourd'hui, le résultat de cette œuvre participative est visible à Denver et à Copenhague. À chaque fois, une antenne locale de l'IFF est créée afin de fédérer les bonnes volontés de la région. Le *Crochet coral reef* est sans doute devenu l'un des plus grands projets associant l'art et la science. ■



IDÉES DE PHYSIQUE

Être à la même heure que les autres

De la puce au Web, le développement des communications ultrarapides nous rappelle que mettre sa montre à l'heure est un problème... de relativité.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

Les transactions financières, le transport aérien, certains calculs effectués par les ordinateurs, etc. exigent un temps extrêmement précis et fiable. Comment être certain d'avoir la même heure que les autres alors qu'ils sont distants et que les échanges d'informations se font, au mieux, à la vitesse de la lumière ? Si, dans l'imaginaire collectif, cela évoque l'instantanéité, nous avons tous aujourd'hui dans la poche ou sur le bureau des dispositifs assez rapides pour nous rappeler que cette vitesse a une valeur finie : en une nanoseconde, durée du cycle correspondant à une cadence de microprocesseur de un gigahertz, la lumière ne parcourt guère que 30 centimètres... Derrière les difficultés pratiques qui apparaissent se cache une question bien plus fondamentale : la synchronisation des horloges et la construction de l'espace-temps tel que l'a pensé Albert Einstein en 1905.

De la téléphonie GSM aux puces électroniques

Un premier exemple concerne la téléphonie mobile. Les téléphones GSM (pour *Global System for Mobile communications*) transmettent la voix numériquement codée sous la forme d'ondes radio, plus précisément des micro-ondes de fréquence 0,9 ou 1,8 gigahertz environ. Chaque téléphone s'adresse à l'antenne la plus proche, mais une antenne peut prendre en charge simultanément huit téléphones : sur une trame régulière de 4,615 millisecondes, chaque téléphone dispose tour à tour d'une fenêtre temporelle d'un huitième de cette période, soit 577 microsecondes (voir la figure 1).

Pour un bon fonctionnement, il faut assurer la parfaite coordination temporelle des émissions et réceptions des informations entre l'antenne et les téléphones. Tant que les distances sont courtes, nul besoin de se soucier de la durée de propagation de l'onde radio entre le téléphone et l'antenne. Mais en zone rurale, lorsque les distances peuvent atteindre 30 kilomètres et plus, cette durée dépasse les 100 microsecondes, soit un cinquième environ de l'intervalle temporel disponible pour communiquer. Pour être à l'heure et éviter les chevauchements des créneaux, le téléphone doit ainsi envoyer son signal en avance. Ce délai est déterminé par le serveur de l'antenne émettrice, qui calcule la distance du téléphone en mesurant le temps des allers et retours des signaux.

Dans les réseaux de télécommunication par fibres optiques, le problème devient encore plus sensible, car le débit de transmission et les distances parcourues sont plus grands. Fixer un même temps pour tous est analogue au problème de la coordination d'un grand nombre de gymnastes répartis dans un stade et devant effectuer un même mouvement. Comme il faut 0,3 seconde pour que le son parcoure 100 mètres, si tous les gymnastes suivent le tempo d'un même haut-parleur, le décalage entre eux sera visible. La solution est de multiplier les haut-parleurs de proximité.

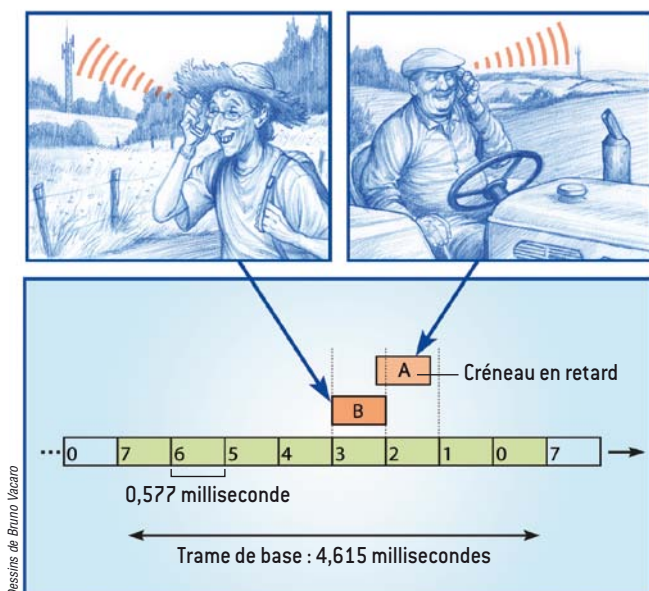
De façon analogue, dans les réseaux, on équipe les nœuds principaux d'horloges atomiques extrêmement précises et stables dont l'information temporelle est transmise à des horloges dites esclaves. Ces dernières sont capables de régénérer cette informa-

tion pour alimenter les horloges de niveau inférieur dans l'arborescence et continuer à fournir le temps exact si l'horloge primaire est en panne.

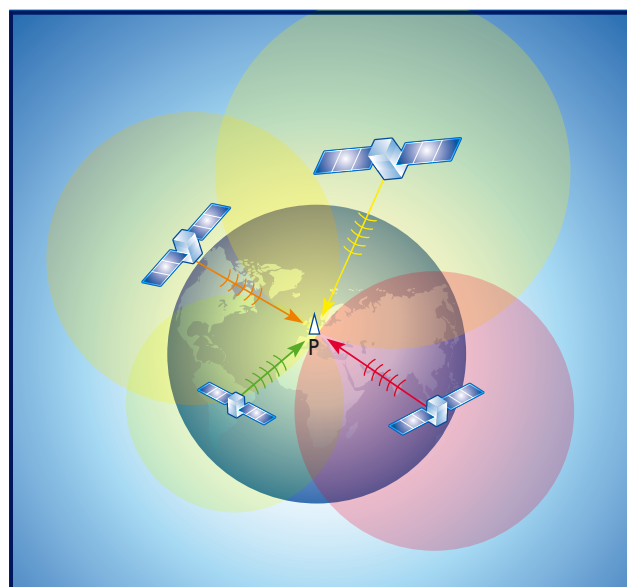
Il reste toutefois indispensable de mettre à l'heure les différentes horloges principales, c'est-à-dire de les synchroniser. Par ailleurs, si cette approche fonctionne dans un réseau organisé en étoile, elle devient plus problématique dans un réseau très ramifié tel qu'Internet, où la propagation peut passer par des chemins différents, avec des temps fluctuants de transfert entre nœuds. Cela impose des protocoles de communication de plus en plus élaborés.

Cette question de synchronisation se pose même à l'intérieur d'une puce électronique ou dans les gros supercalculateurs : en une nanoseconde, le signal électrique parcourt moins d'un centimètre à la surface d'une puce ; or il est essentiel que les signaux d'entrée d'un élément logique arrivent en même temps pour que les calculs s'effectuent correctement.

Derrière toutes ces questions pratiques ou techniques se pose une question fondamentale : comment définir un même temps pour tous ? Comment synchroniser des horloges localisées en des points différents de l'espace ? C'est par une telle réflexion sur le temps et l'espace que débute l'article d'Einstein de 1905 sur la relativité. Einstein constate que, en raison notamment de la valeur finie et absolue (indépendante de l'observateur) de la vitesse de la lumière, il ne peut exister un temps absolu. Einstein construit alors l'espace et le temps uniquement à partir d'objets physiques : des horloges et des ondes électromagnétiques.



1. DANS LE SYSTÈME GSM DE TÉLÉPHONIE MOBILE, chaque antenne peut prendre en charge les signaux de huit téléphones en même temps. À chacun de ces téléphones est attribué un créneau de 0,577 milliseconde [qui peut transmettre jusqu'à 148 bits d'information] dans chaque tranche temporelle de 4,615 millisecondes. La distance antenne-téléphone doit être prise en compte pour ajuster les instants d'émission. Sinon, le créneau d'un téléphone se trouvant par exemple à 30 kilomètres de l'antenne serait décalé, à la réception par celle-ci, de 0,1 milliseconde et chevaucherait le créneau suivant reçu d'un téléphone proche de l'antenne.



2. LA GÉOLOCALISATION PAR SATELLITES nécessite un ensemble d'au moins quatre satellites dont les horloges sont bien synchronisées. La mesure de la distance à trois satellites suffit en principe pour déterminer la position de l'appareil de localisation (P), mais la mesure de ces distances par P, déterminée par les durées des allers et retours des signaux, exige que P ait la même heure que les satellites. Or cet ajustement de l'horloge de P nécessite la présence d'un quatrième satellite : les quatre satellites fournissent ainsi les données requises pour déterminer les quatre coordonnées (trois d'espace, une de temps) de l'appareil P.

Ce que l'on nomme un référentiel d'espace-temps est ainsi une collection d'horloges identiques placées en chaque point de l'espace. Une horloge détermine sa distance avec ses voisines en mesurant la durée nécessaire à un signal électromagnétique, c'est-à-dire de la lumière, pour faire l'aller et retour, comme le fait une antenne GSM avec un téléphone mobile.

Le temps construit avec des objets physiques

Elles peuvent ensuite se synchroniser, toujours par échanges de signaux électromagnétiques : deux horloges A et B sont dites synchronisées si, lorsque l'horloge B renvoie à l'horloge A le signal reçu de cette dernière, l'heure t_B de ce renvoi selon l'horloge B est la moyenne de l'heure d'envoi t_A et de l'heure de retour t_A' sur la première horloge A (c'est-à-dire si $t_B = (t_A + t_A')/2$).

C'est cette philosophie de construction de l'espace-temps qui est mise en œuvre dans les systèmes de géolocalisation par satellites tels que le GPS américain ou le futur *Galileo* européen. Le référentiel GPS est ainsi construit à partir d'horloges atomiques embarquées dans une constellation de satellites et synchronisées, par la procédure décrite plus haut, avec des horloges de référence situées au sol.

Cependant, les horloges sont en mouvement et évoluent dans le champ de gravité de la Terre, ce qui modifie les rythmes relatifs et complique beaucoup la situation. En pratique, des corrections sont effectuées de telle façon qu'à chaque instant, l'heure indiquée par chaque satellite soit identique à l'heure qu'indiquerait une horloge immobile située au même endroit et en l'absence de champ de gravitation.

C'est ce système de référence temporelle qui, aujourd'hui, permet à chacun

LES AUTEURS



Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK sont professeurs de physique à l'Université Pierre et Marie Curie, à Paris. Leur blog : <http://blog.idphys.fr>

Retrouvez les articles de J.-M. Courty et E. Kierlik sur www.pourlascience.fr



BIBLIOGRAPHIE

T. Kawalec, *Should we bother with the speed of light in everyday life ? A closer look at GSM technology*, *Physics Education*, vol. 47(5), pp. 579-583, 2012.

Ph. Matherat et M.-T. Jaekel, *Relativistic causality and clockless circuits*, *ACM Journal of Emerging Technologies in Computing Systems*, vol. 7(4), article 20, 2011 (<http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00389739/fr/>).

de se localiser facilement et rapidement, où qu'il soit. Chaque satellite émet régulièrement un signal daté. Notre récepteur, qu'il s'agisse d'un appareil dédié ou d'un téléphone mobile, compare cette heure avec l'heure de référence de son horloge et en déduit le temps que le signal a mis pour lui parvenir, donc la distance avec le satellite émetteur. En mesurant ainsi les distances qui séparent notre appareil d'au moins trois satellites, on détermine sans ambiguïté notre position sur la Terre (voir la figure 2).

Mais cela suppose que notre appareil soit synchronisé ! Or il ne dispose pas d'une horloge capable de conserver le temps à une dizaine de nanosecondes près (durée pendant laquelle la lumière parcourt trois mètres). En fait, on peut se contenter d'une

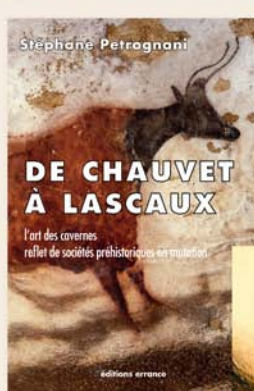
horloge de qualité bien inférieure, à condition qu'elle soit mise à l'heure en permanence, en utilisant les signaux reçus des satellites. En un lieu et à un instant donnés de réception, il suffit d'utiliser les informations reçues de quatre satellites différents, soit quatre données, pour reconstituer les quatre coordonnées spatio-temporelles de l'événement de détection (trois coordonnées de position, une coordonnée de temps). En plus d'indiquer notre position, le système de localisation remet donc constamment à l'heure l'horloge de notre appareil et nous fournit ainsi l'heure « exacte ».

On le saura : la vitesse finie à laquelle se propage la lumière et la synchronisation des horloges sont, aujourd'hui, les deux mamelles de la communication et de la géolocalisation. ■

Nouveautés



e editions errance



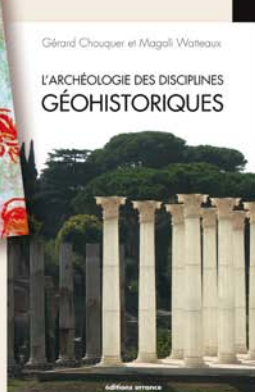
DE CHAUVET À LASCAUX
L'art des cavernes
reflet de sociétés préhistoriques en mutation



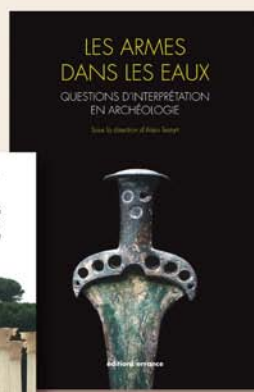
Le passé du fantôme
La représentation de la Préhistoire en France
dans la seconde moitié du 20^e siècle
(1940-2012)



DES IMAGES POUR LES DIEUX
Le mythe et l'art préhistorique



L'ARCHÉOLOGIE DES DISCIPLINES GÉOHISTORIQUES



LES ARMES DANS LES EAUX
QUESTIONS D'INTERPRÉTATION EN ARCHÉOLOGIE

De Chauvet à Lascaux
16 x 24 cm, 43 €

Le passé du fantôme
16 x 24 cm, 46 €

Des images pour les dieux
22 x 28 cm, 39 €

Archéologie des disciplines géohistoriques
16 x 24 cm, 44 €

Les armes dans les eaux
16 x 24 cm, 49 €

<http://www.librairie-epona.fr/> - <http://www.actes-sud.fr/departement/errance>

SCIENCE & GASTRONOMIE

Et si l'on utilisait des enzymes en cuisine ?

En ajoutant à nos mets des enzymes, nous pourrions par exemple leur conférer de la longueur en bouche.

Hervé THIS

Nous sommes au XXI^e siècle et nous cuisinons presque comme nos ancêtres ! Alors que la biochimie a démontré l'importance des enzymes dans les transformations des tissus biologiques, la cuisine n'a pas fait beaucoup usage de ces outils, sauf à laisser des fermentations s'installer ou à coaguler du lait. Ne pourrions-nous pas exploiter les enzymes ?

Repartons du passé. Quand les populations humaines ont domestiqué des animaux, au Moyen-Orient, il y a 10 000 à 11 000 ans, elles étaient intolérantes au lactose, le sucre du lait : si les enfants produisaient une enzyme nommée lactase, qui décompose ce sucre, les adultes perdaient cette capacité. La transformation du lait en fromages ou en yaourts fut donc une découverte d'importance : la fermentation lactique transforme le lactose notamment en acide lactique, qui rend les gels laitiers digestes à tous ceux qui n'ont pas l'équipement enzymatique adéquat. Cette fermentation aide aussi la conservation des produits lactés.

Les techniques fromagères ont été étudiées en analysant des acides gras retrouvés dans des poteries anciennes, percées de petits trous qui contenaient des restes de matière grasse laitière (M. Salque *et al.*, *Nature*, vol. 493, pp. 522-525, 2013). Ces poteries semblent avoir été des faisselles.

Puis, il y a sans doute 7 500 ans, une mutation génétique s'est propagée en Europe, à partir de la Hongrie, permettant aux adultes de produire la lactase et, donc, de boire du lait. Cette mutation

aurait augmenté d'environ 20 pour cent le succès reproducteur de ceux qui la portaient. Les traces de cette évolution se retrouvent aujourd'hui dans les gènes humains : contrairement aux habitants des autres régions du monde (sauf quand ils descendent d'émigrants), la plupart des Européens peuvent consommer du lait, et il se pourrait donc qu'une forte proportion d'Européens descendent des premiers fermiers capables de boire du lait.

Comment dépasser nos lointains ancêtres ? L'industrie du lait a remplacé la cailllette (le quatrième estomac des ruminants) de veau par de la présure (substance extraite de la cailllette), puis par l'enzyme peptidase qui y est présente. Cette enzyme déstabilise les micelles de caséine, formant un gel que l'on fait égoutter dans les faisselles. Aujourd'hui, on la fabrique par culture de micro-organismes génétiquement modifiés.

Pourquoi se limiter à cette première enzyme ? Ces dernières décennies, les industriels ont appris à produire une grande gamme d'enzymes, que l'on peut commander sur Internet. Par exemple, bien que nous sachions digérer le lait en Europe, pourquoi ne pas utiliser de la lactase afin de former glucose et galactose dans nos préparations culinaires ?

Certes, nous pourrions aussi employer directement du glucose et du galactose, mais l'emploi d'une enzyme est susceptible de réduire les coûts : les enzymes sont des catalyseurs, c'est-à-dire qu'une quantité infime suffit pour assurer une transformation importante.



Jean-Michel Thiriat

D'autres enzymes, telles les amylases, pourraient avoir des actions plus élaborées. Une expérience a montré que des ultrasons appliqués à un récipient plein d'eau, auquel on a ajouté de l'amidon et des fullerènes (composés dont les molécules ne sont formées que d'atomes de carbone, insolubles dans l'eau), fait que l'amylose de l'amidon (un polymère linéaire dont les monomères sont des résidus de glucose) s'enroule autour des fullerènes et les solubilise ; puis, si l'on crache dans la solution, les enzymes amylases de la salive humaine hydrolysent lentement les molécules d'amylose, ce qui libère lentement les fullerènes.

Pourquoi ne pas utiliser la même technique pour solubiliser des composés odorants qui se libéreraient ensuite sous l'effet d'enzymes ? Évidemment, il ne s'agit pas de cracher dans les plats, mais d'utiliser des amylases purifiées, disponibles dans le commerce. De la sorte, on pourrait donner à nos mets une odeur durable... ou bien d'autres propriétés inédites : les autorités sanitaires européennes ont établi l'innocuité alimentaire de nombre d'enzymes. ■



Hervé THIS est physico-chimiste dans le Groupe INRA de gastronomie moléculaire, professeur à AgroParisTech et directeur scientifique de la Fondation Science & Culture Alimentaire (Académie des sciences).

Retrouvez les articles de H. This sur www.pourlascience.fr

