

Thomas Peacock et George Haller

L'ordre caché des écoulements chaotiques

De nouvelles techniques d'analyse en mécanique
des fluides permettent d'identifier des lignes
de séparation. Elles promettent de meilleures
prévisions du déplacement des polluants
dans les océans ou dans l'atmosphère.

En avril 2010, de fines particules de cendres émises par un volcan islandais en éruption ont perturbé le trafic aérien européen. Le même mois, l'explosion de la plate-forme pétrolière *Deepwater Horizon*, dans le golfe du Mexique, a provoqué la marée noire la plus importante de l'histoire des États-Unis. Un an plus tard, un tsunami a frappé la côte de la région de Tohoku, au Japon. En plus des nombreuses pertes humaines, il a provoqué le désastre de la centrale nucléaire de Fukushima Daiichi, accident qui a conduit au déversement de nombreux débris et éléments radioactifs dans l'océan Pacifique.

Ces trois événements d'importance partagent une même problématique : dans chaque cas, des matériaux sont libérés dans l'environnement à partir d'une source ponctuelle. Or, prévoir où les débris sont transportés par les courants atmosphériques ou marins est crucial pour rediriger le trafic aérien, les missions de nettoyage, etc.

Distinguer de l'ordre dans le chaos

Pour suivre des polluants ou des débris à la dérive et prévoir où ils vont s'accumuler, l'approche usuelle consiste à faire des simulations numériques des écoulements atmosphériques ou marins et à utiliser la carte des vitesses des courants. Cette approche permet en principe d'estimer le devenir des débris. La difficulté est que de telles prévisions sont très sensibles aux conditions initiales. En d'autres termes, deux simulations d'une même situation peuvent donner des résultats très différents si les positions ou les vitesses initiales diffèrent, même de façon infime. On peut remédier à ce problème de sensibilité aux conditions initiales en effectuant plusieurs simulations pour le même scénario. L'ensemble des résultats indique alors une tendance générale sur la trajectoire des débris, mais cela ne permet pas d'obtenir un résultat précis.

En outre, l'analyse classique consiste souvent à déterminer l'histoire complète d'une trajectoire. On obtient ainsi des figures complexes « en spaghettis » qu'il est difficile d'interpréter. Pour améliorer la compréhension et les prévisions du comportement d'un fluide, de nouveaux concepts et méthodes sont à développer.

Récemment, des idées se situant à l'interface de la dynamique non linéaire – domaine

L'ESSENTIEL

- Les méthodes d'analyse classiques permettent difficilement de suivre le devenir de débris transportés par un écoulement irrégulier.
- L'approche des structures lagrangiennes cohérentes consiste à identifier des lignes attractives et répulsives au sein du fluide.
- Ces lignes invisibles constituent des « barrières de transport » qui permettent de mieux comprendre la dynamique de l'écoulement.
- Cette approche serait applicable au sauvetage en mer, à la cardiologie, au suivi des pollutions...

Andrew Bannister

Article reproduit avec l'autorisation de T. Peacock et G. Heller, *Physics Today*, vol. 66(2), pp. 41-47, 2013. ©2013, AIP Publishing LLC.

des mathématiques et de la physique qui sous-tend la théorie du chaos – et de la mécanique des fluides ont donné naissance au concept dit de structures lagrangiennes cohérentes. Il s'agit de lignes matérielles dans les fluides s'écoulant en deux dimensions et de surfaces dans les fluides à trois dimensions, qui forment une sorte d'ossature pour l'écoulement. Elles sont qualifiées de « barrières de transport », car elles déterminent le déplacement du fluide et délimitent des zones qui n'échangent pas de matière. Plus précisément, les structures lagrangiennes cohérentes sont des lignes matérielles vers lesquelles le fluide se trouvant à proximité est attiré ou d'où il est repoussé. Cette approche fournit un nouvel outil pour, entre autres, mieux comprendre le mouvement de débris charriés par un fluide.

Bien que la détection de structures lagrangiennes cohérentes dans des fluides en trois dimensions ait fait des progrès, cet article se concentre sur le cas des écoulements bidimensionnels. Les structures lagrangiennes cohérentes sont alors des courbes régulières et continues d'éléments fluides. Elles sont plus simples à manier que leur équivalent dans un fluide tridimensionnel, tout en gardant une importance pratique : les écoulements bidimensionnels décrivent de façon pertinente le transport de polluants qui restent à la surface de l'océan ou dans une couche de densité constante de l'atmosphère.

Des barrières qui canalisent les débris

Les barrières de transport reflètent une certaine organisation de l'écoulement du fluide. Dans les trois événements que nous avons mentionnés, elles permettent d'expliquer l'aspect allongé et étroit du nuage de cendres volcaniques, la structure étirée de la nappe de pétrole et l'aspect filamenteux de la répartition des contaminants radioactifs (voir la figure 1). L'approche novatrice des structures lagrangiennes cohérentes a montré son efficacité sur le terrain, en particulier lors d'une expérience réalisée dans la baie de Monterey et consistant à suivre la dérive de bouées, ainsi que lors de l'analyse *a posteriori* de la marée noire de *Deepwater Horizon* dans le golfe du Mexique.

Pour en comprendre les principes essentiels, il est nécessaire de présenter quelques notions de dynamique des fluides et des

méthodes utilisées pour les étudier, ainsi que leurs limites.

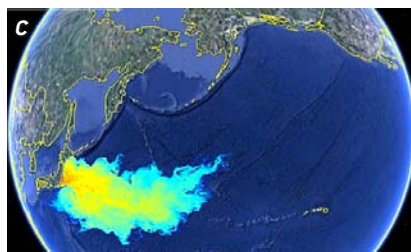
Il existe deux points de vue pour étudier le mouvement d'un fluide. Le point de vue dit eulérien considère les propriétés du fluide en chaque point fixe de l'espace et du temps. On peut par exemple quadriller la surface du fluide et, en chaque nœud du maillage, spécifier la vitesse du fluide, en grandeur et en direction. On cartographie ainsi le champ des vitesses à un instant donné, ce qui est un exemple typique de la description eulérienne. Dans ce point de vue, l'identité et la provenance de l'élément fluide présent au point considéré n'ont pas d'importance.

À l'inverse, le point de vue dit lagrangien s'intéresse aux éléments de fluide et définit de petits volumes de fluide dont on suit le parcours et les variations de vitesse au gré de l'écoulement. Cette approche est la plus naturelle pour étudier la dérive de débris dans un fluide.

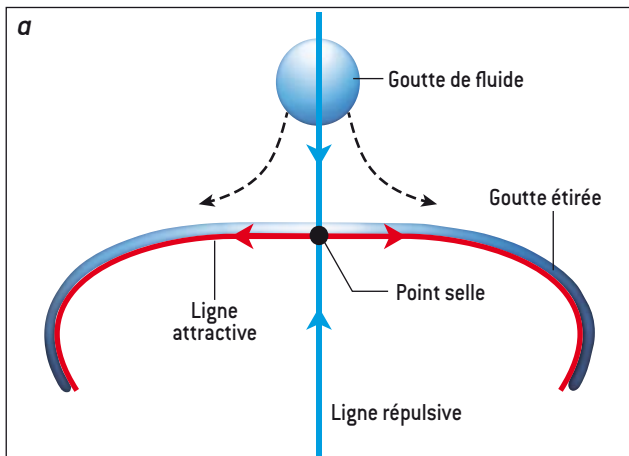
Pour élaborer une méthode efficace d'analyse d'un fluide, un point important est la notion d'objectivité, ou d'invariance par changement de référentiel. Cela signifie qu'une propriété attachée à un élément de fluide ne doit pas dépendre du référentiel dans lequel le système est étudié ; sinon, des structures ou des caractéristiques sans pertinence physique risquent d'apparaître. Ainsi, les champs eulériens tels que le champ des vitesses ne sont pas invariants lorsqu'on effectue une translation ou une rotation à vitesse non nulle du système de coordonnées utilisé pour décrire la situation.

Par exemple, pour visualiser un écoulement, on utilise souvent les lignes de courant, lignes qui suivent la direction locale du vecteur vitesse à un instant donné. Ce sont, par construction, des entités eulériennes. Or, si l'on translate à une certaine vitesse le système de coordonnées utilisé, les vecteurs vitesse du fluide sont modifiés et, par conséquent, les lignes de courant aussi. Par exemple, les tourbillons sont identifiés comme des régions du fluide dont les lignes de courant sont fermées. Mais un tourbillon observé d'un référentiel peut se présenter de façon très différente, et ne plus correspondre à un tourbillon.

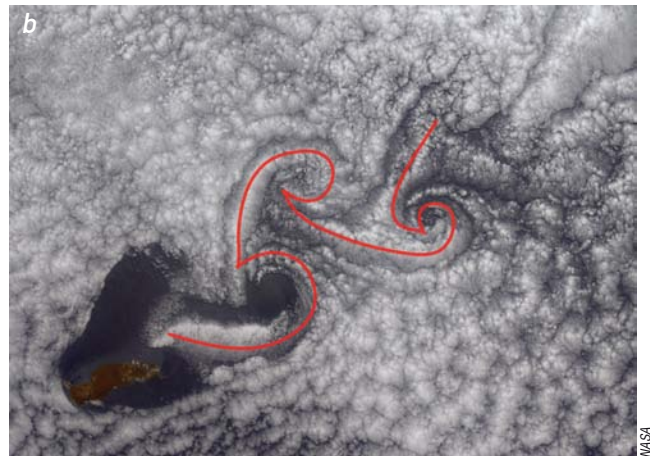
Pour les écoulements instables, qui sont plus souvent la règle que l'exception dans la nature, il n'existe pas *a priori* de référentiel privilégié. C'est pourquoi les



1. LE NUAGE DE CENDRES de l'éruption du volcan islandais Eyjafjöll en 2010 *(a)*, la nappe de pétrole très étirée lors de la marée noire de la station pétrolière *Deepwater Horizon* dans le golfe du Mexique en 2010 *(b)*, l'étiement vers l'Est de déchets radioactifs issus de la centrale de Fukushima en 2011 *(c)* : des structures invisibles guident les débris au sein des océans et de l'atmosphère.



2. LES ÉCOULEMENTS PERMANENTS OU QUASI PÉRIODIQUES sont assez bien compris. Dans cet exemple, près d'un point selle (*a*), les particules de fluide arrivent selon la même direction mais dans des sens opposés et sont repoussées dans des directions perpendiculaires. Les lignes répulsive (en bleu) et attractive (en rouge) forment des barrières



de transport. De telles structures sont parfois bien visibles dans la nature. Balayée par un vent régulier, l'île volcanique de Guadalupe (*b*), au large du Mexique, dans l'océan Pacifique, produit une perturbation périodique dans les mouvements atmosphériques. Les motifs nuageux permettent d'identifier les lignes attractives (en rouge).

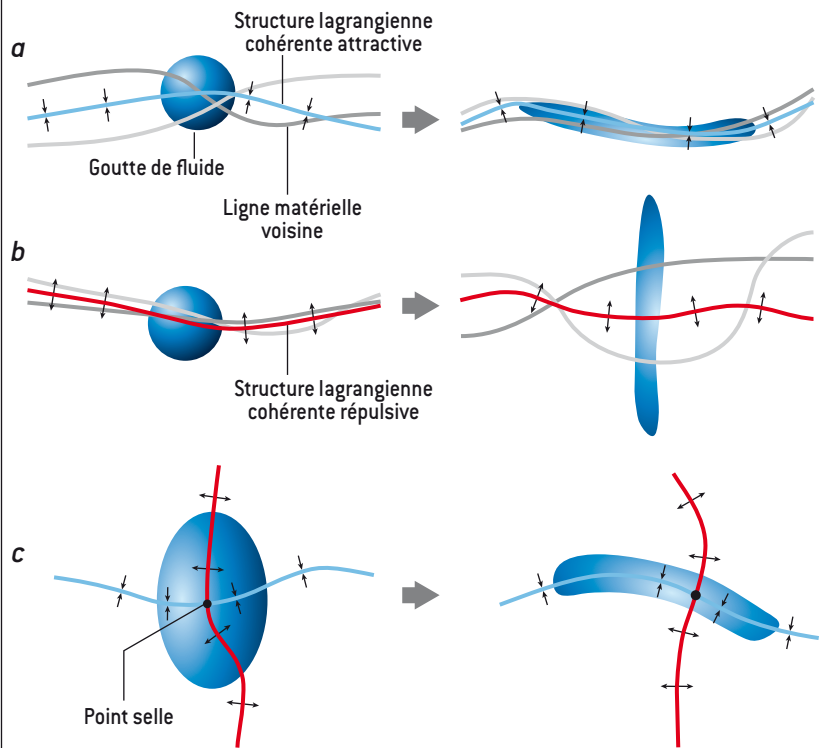
descriptions des structures dynamiques guidant le transport au sein du fluide doivent être indépendantes du référentiel choisi. Pour une marée noire, par exemple, l'interprétation du mouvement des nappes de pétrole ne doit pas dépendre du référentiel dans lequel les mesures sont effectuées : le radar d'une station côtière d'observation, un avion de reconnaissance ou un satellite en orbite. Les prévisions requièrent donc des méthodes lagrangiennes, indépendantes du référentiel utilisé.

Des lignes attractives et répulsives

L'analyse lagrangienne d'un écoulement est bien maîtrisée dans les situations les plus simples, mais elle devient difficile dans des systèmes chaotiques. Examinons d'abord ce qui se passe dans des écoulements permanents (qui ne changent pas avec le temps), périodiques ou quasi périodiques. Par exemple, on peut décrire simplement la dynamique du fluide autour d'un « point selle » d'un écoulement permanent (voir la figure 2a). Les éléments de fluide s'approchent du point selle selon des sens opposés en suivant une ligne de courant. Ils sont ensuite repoussés suivant une ligne orthogonale à la première. La ligne par laquelle le fluide arrive peut être considérée comme un mur répulsif, tandis que la ligne d'échappement constitue un mur attractif : le fluide est repoussé par le premier et s'étire le long du second. Il

DES STRUCTURES ATTRACTIVES ET RÉPULSIVES

Les « structures lagrangiennes cohérentes » attirent ou repoussent le fluide environnant. Une structure lagrangienne cohérente attractive (*a*, ligne bleue) est une ligne matérielle vers laquelle le fluide est attiré plus fortement que vers toute autre ligne (en gris). Un élément de fluide (boule bleue) est attiré par elle et se déforme en l'épousant plus ou moins. De façon analogue, une structure lagrangienne cohérente répulsive (*b*, ligne rouge) est une ligne matérielle qui repousse le fluide plus fortement que toute autre ligne ; la goutte de fluide s'étire perpendiculairement à elle. Ces structures ne peuvent être traversées par du fluide. Le croisement d'une structure répulsive et d'une structure attractive (*c*) forme un point selle généralisé, qui sépare le fluide en quatre régions qui ne se mélangent pas.



est possible de modéliser la dynamique du fluide dans cette région avec juste ces deux lignes.

De telles lignes existent aussi dans les écoulements périodiques et quasi périodiques. Elles constituent le squelette de motifs qu'il est facile d'observer. Un exemple est le sillage que laisse dans les nuages l'île mexicaine de Guadalupe (voir la figure 2b). Un vent régulier souffle au-dessus de cette île, créant une turbulence régulière qui se traduit par un motif quasi périodique dans les nuages, une « allée de tourbillons de von Karman ». Mais l'identification de telles lignes dans des écoulements dont la structure temporelle et spatiale est complexe, apériodique ou chaotique est un défi.

La plupart des méthodes mathématiques disponibles pour identifier des lignes matérielles au sein d'un fluide font l'hypothèse

■ LES AUTEURS



Thomas PEACOCK est professeur d'ingénierie et de mécanique au MIT (Institut de technologie du Massachusetts), aux États-Unis.

George HALLER est professeur de dynamique non linéaire à l'Institut polytechnique (ETH) de Zurich, en Suisse.

d'un écoulement permanent, périodique ou quasi périodique, et supposent une bonne connaissance du champ d'écoulement à tous les instants. Mais les écoulements qui nous intéressent sont en général apériodiques, et le champ des vitesses est connu à partir d'observations ou de simulations numériques sur des intervalles de temps limités. Il en résulte que même les concepts les plus simples, de murs attractifs ou répulsifs et de points selles, sont mal définis dans les situations apériodiques.

Pour les écoulements apériodiques et chaotiques, les barrières de transport qui généralisent les lignes attractives et répulsives des écoulements permanents et périodiques sont précisément les structures lagrangiennes cohérentes. Leur identification nécessite des outils mathématiques appropriés et la connaissance du champ des vitesses sur la zone étudiée pendant l'intervalle de temps considéré.

Un exemple simple : la double gyre

Avant de décrire la méthode d'analyse, illustrons l'intérêt de l'approche des structures lagrangiennes cohérentes, par rapport à un traitement plus classique, avec le problème de la double gyre – une paire de tourbillons voisins et dont les sens de rotation sont opposés (voir l'encadré ci-contre). Dans cet exemple, l'écoulement est périodique et pourrait donc être traité de façon classique, mais il est assez simple pour présenter les idées essentielles de l'approche par les structures lagrangiennes cohérentes.

Le dispositif est constitué d'un bassin rempli de liquide. On y crée deux tourbillons avec des sens de rotation opposés, leur position et leur intensité variant au cours du temps de façon périodique. Lorsqu'on dépose une goutte de colorant entre les deux tourbillons, elle s'étire et se déforme en suivant l'écoulement. Il est difficile de comprendre la forme prise par la goutte au bout d'un certain temps à partir de la seule connaissance du champ des vitesses : le colorant s'est séparé en deux et a formé des lignes dont la forme n'est pas directement reliée aux tourbillons.

En outre, si le référentiel choisi pour l'étude était en rotation, les vecteurs vitesse seraient très différents, mais cela n'aurait pas modifié le trajet pris par le colorant. Ainsi, pour interpréter le résultat, il faut identifier les structures responsables de

L'exemple de la double gyre

L'expérience de la double gyre illustre bien l'intérêt de l'approche par les structures lagrangiennes cohérentes.

Dans un bassin, on crée deux tourbillons ayant des sens de rotation opposés et dont l'intensité varie et les centres se déplacent de façon périodique. Le champ des vitesses (a) du fluide indique la situation au début de l'expérience, lorsqu'on dépose une goutte d'encre (disque noir). La longueur et la direction des flèches indiquent le module et la direction de la vitesse de déplacement des éléments de fluide. Après un certain temps (b), l'encre s'est déplacée dans le bassin. Elle a formé deux filaments qui

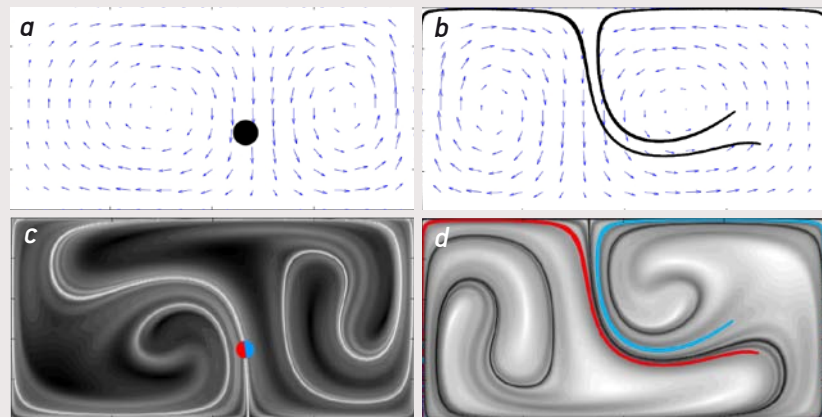
s'étirent vers la droite et vers le haut avant de se séparer.

Il est très difficile de comprendre à partir des vecteurs vitesse comment l'encre a pu suivre de telles trajectoires. Intuitivement, d'après les conditions initiales, on pourrait s'attendre à voir l'encre s'approcher du bord inférieur et se diriger surtout à gauche et un peu vers la droite.

L'analyse du champ des vitesses permet d'identifier les structures lagrangiennes cohérentes et de voir plus clairement les contraintes qui ont déplacé l'encre dans le bassin. La recherche des structures lagrangiennes cohérentes au début de l'expérience (c) met en

évidence une structure répulsive (ligne blanche) qui coupe la goutte d'encre (représentée maintenant en rouge et bleu) en deux parties. Cette structure divise la goutte et empêche qu'elle se remêle en formant une barrière infranchissable pour le fluide et l'encre.

L'analyse à la fin de l'expérience (d) met en évidence une structure lagrangienne cohérente attractive (ligne noire) qui va étirer l'encre sur toute sa longueur (en rouge et en bleu correspondant aux lignes de la figure b). L'interprétation de l'influence des différentes structures explique convenablement les observations.



IDENTIFIER LES BARRIÈRES DE TRANSPORT DANS UN FLUIDE

La marée noire de *Deepwater Horizon* a permis aux chercheurs de tester l'approche des structures lagrangiennes cohérentes. L'analyse a été faite *a posteriori*, mais elle montre que cette méthode fournit une explication physique aux observations.

Pour implémenter cette procédure, il est nécessaire d'établir une carte des vecteurs vitesse pour toute la période étudiée. Ainsi, pour l'analyse de la marée noire, les vitesses ont été mesurées entre le 14 et le 17 mai 2010.

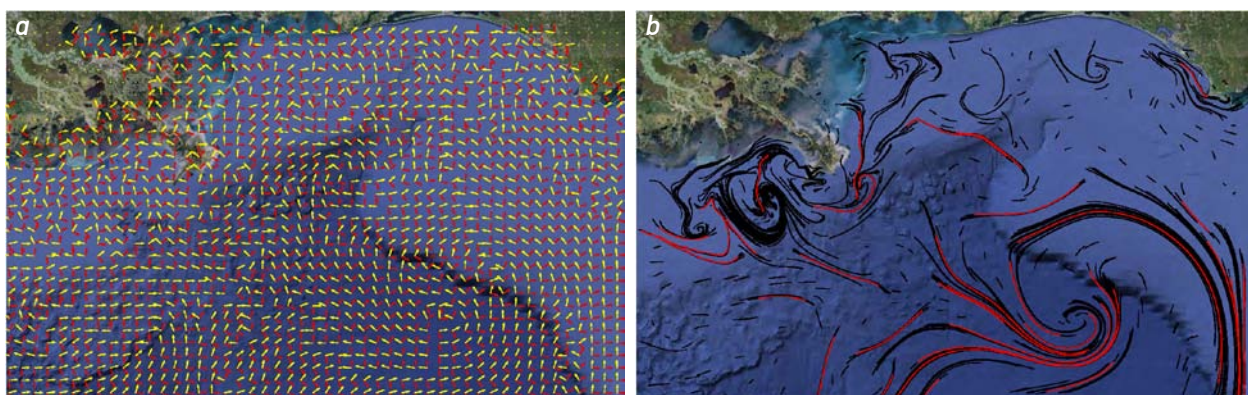
Il faut ensuite calculer les déplacements des éléments de fluide à partir des vitesses mesurées entre le début et la fin de la durée, ce qui correspond aux déformations du fluide. Les chercheurs mettent ainsi en évidence les contraintes qui agissent au sein du fluide, qu'ils représentent par un tenseur de contraintes (dit de Cauchy-Green) en chaque point de la surface marine du golfe.

Dans le cas d'un fluide bidimensionnel, le tenseur de Cauchy-Green

est une matrice 2×2 définie en chaque point et à laquelle sont associés deux nombres et deux vecteurs (*a*, en rouge et jaune) : les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice. Les vecteurs propres indiquent comment se déformerait un petit volume sphérique de fluide centré sur le point où est calculé le tenseur, entre le début et la fin de la période analysée. La boule de fluide devient un ellipsoïde dont la direction des axes est donnée par les vecteurs propres. Il

est possible de définir des lignes de contraintes tangentes à ces vecteurs propres. Les structures lagrangiennes cohérentes correspondent aux lignes de contraintes qui sont localement les plus attractives ou répulsives (au moment initial). On peut suivre leur déplacement en faisant évoluer le champ des vecteurs vitesse.

Le résultat de cette analyse (*b*) montre des lignes attractives (en noir), les plus fortes étant les structures lagrangiennes cohérentes (en rouge).



la forme prise par le colorant et qui sont indépendantes du référentiel choisi.

L'analyse de la dynamique du fluide par l'approche des structures lagrangiennes cohérentes met en évidence des lignes répulsives qui ont coupé la goutte en deux et des lignes attractives qui ont étiré la goutte d'encre, laquelle en a épousé la forme.

Ces structures lagrangiennes cohérentes donnent une tout autre information que le champ des vecteurs vitesse. Leur interprétation permet de comprendre et d'expliquer la forme de la goutte d'encre. Mais si les structures lagrangiennes cohérentes sont l'outil adapté pour étudier le transport de matériaux dans un fluide, comment les identifie-t-on ?

Il y a une vingtaine d'années, Raymond Pierrehumbert et Huijin Yang, à l'Université de Chicago, ont développé une approche innovante dans l'étude lagrangienne du champ des vecteurs vitesse. Ils ont considéré un critère de stabilité : l'« exposant de Lyapunov à temps fini ». Il s'agit d'un nombre qui caractérise la sensibilité du comportement, sur un intervalle de temps donné, d'un élément de fluide vis-à-vis de sa position initiale.

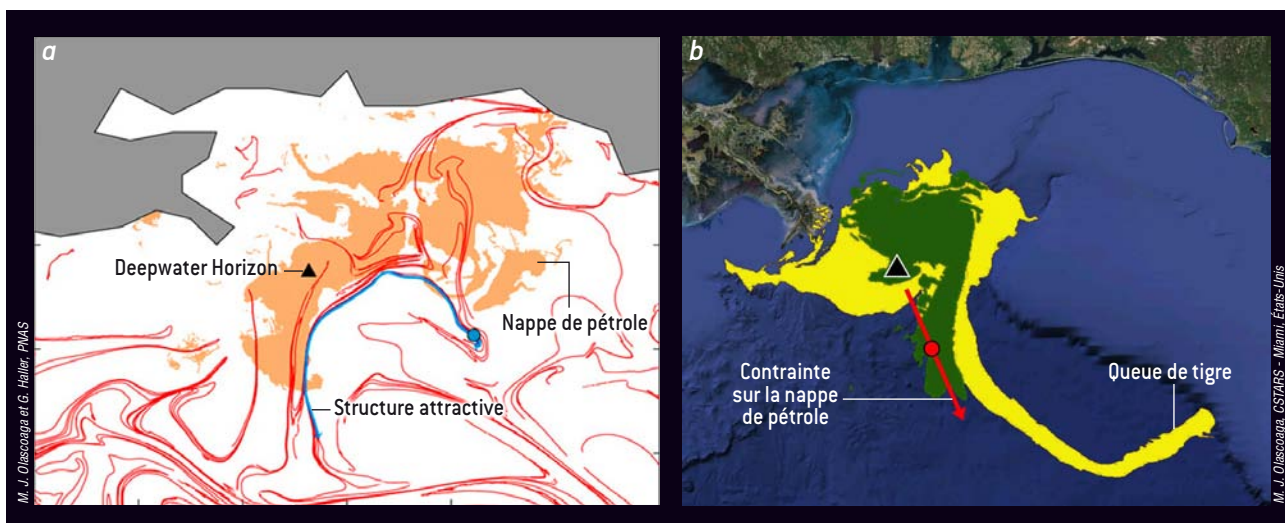
Si l'on considère deux positions initiales légèrement différentes, l'écart entre les positions finales de l'élément de fluide sera d'autant plus grand que l'exposant de Lyapunov est élevé.

Un critère de stabilité

Cet exposant, que l'on peut définir en chaque point, prend une valeur très grande là où le fluide est instable. Pour l'estimer, on mesure de combien des éléments de fluide initialement adjacents se sont mutuellement éloignés au bout de l'intervalle de temps considéré. Les régions répulsives du fluide sont celles où l'exposant de Lyapunov a les valeurs les plus élevées. Pour déterminer les régions attractives, on applique la même procédure en renversant le sens du temps : on part de la fin et on remonte à l'instant initial. Les régions répulsives en situation de temps inversé sont alors des régions attractives quand le temps s'écoule dans le sens normal. Il est nécessaire d'utiliser cette procédure, car si l'on part de l'instant initial, il n'est pas possible à l'avance de savoir quels éléments du fluide vont se retrouver au point considéré.

En 2001, l'un de nous (G. Haller) a relié la distribution spatiale des exposants de Lyapunov à temps fini d'un écoulement fluide aux structures lagrangiennes cohérentes. Les maximums du champ des exposants de Lyapunov quand le temps s'écoule normalement correspondraient aux structures lagrangiennes cohérentes répulsives et les maximums quand on inverse le sens du temps correspondraient aux structures attractives. On considérerait initialement que les lignes de maximums des exposants de Lyapunov étaient quasiment lagrangiennes, ce qui implique que le flux de matière qui les traverse est faible.

La méthode des exposants de Lyapunov a été concrètement appliquée dans deux premiers exemples : le suivi de pollutions côtières en Floride, d'une part, et en Californie, d'autre part. Dans les deux cas, le champ des vitesses a été déterminé par des stations radar à haute fréquence installées sur la côte. L'analyse a permis, par exemple, d'estimer les moments les plus appropriés pour évacuer des déchets des centrales électriques côtières, et éviter que ces déchets ne polluent les côtes. Depuis, la méthode des exposants de Lyapunov a été



3. LE SUIVI A POSTERIORI de la marée noire de Deepwater Horizon a permis d'expliquer de nombreuses tendances dans le déplacement de la nappe de pétrole [a, en orange]. La structure lagrangienne cohérente attractive [a, en bleu], présente entre les 9 et

19 juin 2010, a poussé le pétrole vers l'Est, vers la Floride. Cette approche a aussi montré comment les conditions, au 15 mai, ont déformé la nappe de pétrole [b, en vert] pour donner, deux jours plus tard, ce qu'on a nommé la « queue de tigre » [b, en jaune].

utilisée dans diverses situations : circulation sanguine et dépôt de plaques d'athérome dans les artères, contrôle aérien, écoulement de l'air autour des ailes d'avion, etc.

Relier les structures lagrangiennes cohérentes aux lignes extrémales des exposants de Lyapunov à temps fini offre une méthode numérique relativement simple. Mais cela soulève des difficultés mathématiques qui n'avaient pas été examinées en détail. En particulier, l'approche des exposants de Lyapunov peut créer des faux négatifs ou des faux positifs dans la détection de structures lagrangiennes cohérentes. Et souvent les lignes extrémales ne sont pas lagrangiennes, dans le sens où le flux de matière à travers elles peut être important.

Pour résoudre les difficultés de l'approche des exposants de Lyapunov, l'un de nous (G. Haller) et Mohammad Farazmand, de l'Université McGill à Montréal, ont montré en 2012 que les structures lagrangiennes cohérentes répulsives sont, en fait, des lignes matérielles dont les positions initiales sont, localement, les « lignes de contraintes » les plus répulsives dans l'intervalle de temps considéré. Ces lignes de contraintes sont obtenues mathématiquement à partir d'une caractérisation du champ des déformations dans le fluide (voir l'encadré page 33). Solutions d'équations différentielles du premier ordre, ce sont des courbes régulières qui sont véritablement lagrangiennes : le fluide ne les traverse pas, elles délimitent des zones du fluide qui ne se mélangent pas.

BIBLIOGRAPHIE

M. J. Olascoaga et G. Haller, **Forecasting sudden changes in environmental pollution patterns**, *PNAS*, vol. 109, n° 13, pp. 4738-4743, 2012.

M. Farazmand et G. Haller, **Computing Lagrangian coherent structures from variational LCS theory**, *Chaos*, vol. 22, 013128, 2012.

T. Peacock et J. Dabiri, **Introduction to Focus Issue : Lagrangian coherent structures**, *Chaos*, vol. 20, 017501, 2010.

S. C. Shadden *et al.*, **The correlation between surface drifters and coherent structures base on high-frequency radar data in Monterey Bay**, *Deep-Sea Research, Part II*, vol. 56, n° 3-5, pp. 161-172, 2009.

Par comparaison, l'obtention des lignes extrémales des exposants de Lyapunov s'est révélée être un problème complexe de traitement d'images, ne reposant pas sur un édifice mathématique précis.

La marée noire de Deepwater Horizon a permis de tester l'approche des structures lagrangiennes cohérentes et la recherche des lignes de contraintes. L'image satellitaire enregistrée le 17 mai 2010 a révélé un long filament de pétrole qui s'est étiré au Sud-Est de la nappe principale. Ce filament a été surnommé « queue de tigre » (voir la figure 3). Une simulation numérique du golfe du Mexique à cette période nous a permis d'identifier la structure lagrangienne cohérente attractive qui est à l'origine de la queue de tigre.

Un outil pour prendre des décisions

Les résultats de l'étude des structures lagrangiennes cohérentes dans le golfe du Mexique relèvent d'une démarche que l'on peut qualifier de « rétrovision » où, au contraire de la « prévision », on analyse et explique un phénomène qui s'est déjà produit. C'est un outil important pour expliquer pourquoi le phénomène a évolué de la façon observée et pas d'une autre. Mais les structures lagrangiennes cohérentes sont-elles un outil utilisable pour faire des prévisions et anticiper un comportement tel que la formation de la queue de tigre ?

Pour ce faire, il est nécessaire de mesurer avec une grande précision l'état du système. Cela implique de pouvoir intégrer presque en temps réel les données des satellites et des stations locales aux simulations numériques de grande échelle, afin de déterminer la position des barrières de transport.

L'analyse de la marée noire de *Deepwater Horizon* montre qu'une barrière de transport a poussé la nappe de pétrole vers la côte Ouest de la Floride pendant deux semaines en juin 2010. Si cette information avait été disponible à l'époque, la décision des autorités pour contenir ou disperser le pétrole aux endroits critiques aurait pu être prise avec plus d'assurance.

La théorie des structures lagrangiennes cohérentes est aujourd'hui mathématiquement bien établie. Le défi est d'optimiser les temps de calcul pour des applications concrètes. Parmi les pistes possibles, de nouveaux travaux montrent que un pour cent des structures lagrangiennes parmi les plus attractives sont à l'origine des phénomènes

les plus marqués dans un écoulement. Le développement d'une méthode pour repérer ces éléments permettrait de gagner du temps. Des outils généraux d'extraction de structures attractives et répulsives, mais aussi d'autres configurations telles que des tourbillons ou des jets, sont en cours de développement.

Des applications diverses

Le suivi des débris dérivants et, à plus long terme, la surveillance des pollutions ne sont pas les seules applications possibles pour les structures lagrangiennes cohérentes. Cette approche pourrait être utile aux opérations de sauvetage en mer après un naufrage, en permettant de localiser plus rapidement dans quelle direction les victimes vont dériver. David Schmale et Shane Ross, de l'Institut polytechnique de Virginie, aux États-Unis, ont étudié le transport par le vent de spores du champignon *Fusarium*, un phytopathogène res-

pensable de maladies dans les récoltes. Ils ont montré que des barrières de transport attractives et les régions encadrées de deux barrières répulsives piègent les spores et peuvent les transporter sur des centaines de kilomètres. Le mathématicien Shawn Shadden, de l'Institut de technologie de l'Illinois, a étudié la circulation sanguine dans les ventricules du cœur. Il a montré que chez certains patients dont le cœur est volumineux, le sang reste plus longtemps dans le ventricule, ce qui peut entraîner une thrombose avec formation de caillots.

Ces exemples montrent que l'approche des structures lagrangiennes cohérentes peut être utile dans des contextes variés. Cette méthode a aussi révélé une vision plus pertinente du transport de débris dans des écoulements complexes. Les barrières de transport révélées par les structures lagrangiennes cohérentes constituent un squelette autour duquel s'organisent les flux et, à ce titre, sont un aspect fondamental de la compréhension des mouvements au sein d'un fluide. ■



france culture

LA MARCHÉ DES SCIENCES

Découvertes, inventions, aventures savantes au fil de l'Histoire

Aurélien Luneau
14h-15h / chaque jeudi

franceculture.fr

SCIENCE

© 2013 France Culture. Tous droits réservés. Photo: M. D. / Getty Images

La structure en réseaux du langage

Ricard Solé, Bernat Corominas-Murtra et Jordi Fortuny

Des techniques d'analyse issues des mathématiques et de la physique révèlent les structures du langage et renseignent ainsi sur son origine et son évolution.

Seule l'espèce humaine emploie un système de communication symbolique capable de transmettre une information complexe. Certains animaux semblent avoir maîtrisé quelques éléments rudimentaires d'un tel système, mais leur mode de communication est beaucoup moins développé que notre langage. De même, aucune machine ne parvient à l'imiter pour l'instant. Comment avons-nous développé ce système de communication ?

Comme l'a signalé le linguiste américain Derek Bickerton, le langage ne laisse pas de fossiles. On doit donc recourir à des données indirectes. On étudie, par exemple, les changements culturels liés à l'art ou à la fabrication d'outils, qui traduisent des améliorations cognitives et, suppose-t-on, des facultés de communication. Ces dernières années, la génétique a aussi apporté quelques éléments. On a ainsi découvert un gène noté *FoxP2*, dont la mutation provoque des troubles de la parole. Sa séquence est identique chez l'homme moderne et chez les Néandertaliens, qui maîtrisaient peut-être certains aspects d'une communication orale.

Ces indices corroborent une autre affirmation de D. Bickerton : « Rien ne survient dans le monde sans laisser une trace, aussi ténue ou indirecte soit-elle. » En linguistique, l'analyse de ces traces a donné lieu à de grands débats, souvent très théoriques, concernant leur nature et leur origine (génétique, culturelle ou les deux).

Certaines recherches en linguistique ont récemment fait appel à des outils associés d'habitude aux mathématiques et à la physique statistique, tels que l'analyse de systèmes complexes. Celle-ci porte sur des systèmes composés d'un grand nombre d'éléments et qui présentent des propriétés dites émergentes : les propriétés du système global sont plus riches que la simple sommation des propriétés de chaque composante.

Le langage humain est un système de ce type. De même qu'une fourmilière est plus qu'un simple agrégat d'insectes, le langage ne se limite pas à la juxtaposition de mots.

Dans une série de travaux récents, nous avons abordé l'étude quantitative du langage du point

« Naturellement destiné à l'exploitation de la pension bourgeoise, le rez-de-chaussée se compose d'une première pièce éclairée par les deux croisées de la rue, et où l'on entre par une porte-fenêtre. »

la rue

le père

on entre

il avait

monument

droite

toi

sur

donne

rude

deux

homme

jaune

pouvoir

maison

douze

pa

fa

no

si

es

bi

do

de

ti

ma

bu

lo

m

o

a

l

e

f

r

d

c