

Coriolis illustre aussi à quel point certains chercheurs sont faits pour la science et non pour « l'administration de la recherche ». En 1839, alors directeur des études à Polytechnique, il propose une réforme de l'enseignement dans la « filière polytechnicienne ». Ce projet de bon sens, adapté aux réalités et aux nécessités (par exemple celle d'exiger le maniement du calcul différentiel à l'examen d'entrée), se heurte au conservatisme du « clan Arago » – le Secrétaire perpétuel, président du Conseil de perfectionnement de Polytechnique et homme politique qu'était Arago était plus « libéral » dans sa vision politique que dans sa gestion des institutions.

Coriolis se remettra difficilement de l'échec de son projet de réforme, et surtout du mode d'opposition rencontré, qui n'avait rien de rationnel ! De même, les luttes de pouvoir et d'influence pour les postes de professeur

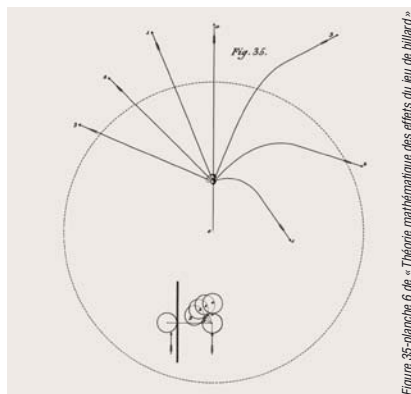


Figure 35: planche 6 de « Théorie mathématique des effets du jeu de billard »

2. CORIOLIS EST AUSSI l'auteur en 1835 d'une *Théorie mathématique des effets du jeu de billard*, qui faisait suite à l'invention par Maingaud, capitaine des armées napoléoniennes, de la « queue à procédé » (rondelle hémisphérique en bout de la queue de billard). Cette invention permettait les « effets rétro », où la bille revient en arrière après un choc.

ou de répétiteur, à propos desquelles son avis de directeur des études était fort important, ont pesé sur son entrain.

Les écrits personnels de Coriolis réservent aussi des surprises : une utopie sur le duel, où en homme profondément chrétien, il propose de substituer aux armes (qui favorisent l'offenseur s'il est bon épéiste ou tireur) un « séjour d'intérêt général » comme soignant dans un hôpital ; un écrit sur la musique religieuse, où il s'élève contre une tendance à privilégier la performance vocale ; des notes éducatives à sa sœur Cécile... Finalement, en plus d'une cohérence certaine dans son œuvre scientifique et son parcours, c'est aussi un homme attachant, avec ses projets et ses échecs, ses démêlés avec ses collègues, son caractère idéaliste et romantique, que nous avons eu le plaisir de découvrir. ■

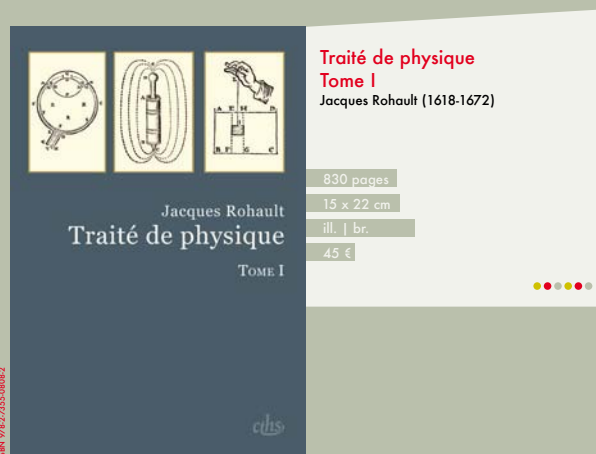
Éditions du Comité des travaux historiques et scientifiques

une collection complète d'instruments de travail pour la recherche en sciences humaines



**Savants et inventeurs
entre la gloire et l'oubli**
Sous la direction de Patrice Bret
et Gérard Pajonk

136 pages
21 x 27 cm
br.
23 €



**Traité de physique
Tome I**
Jacques Rohault (1618-1672)

830 pages
15 x 22 cm
ill. 1 br.
45 €

□ LOGIQUE & CALCUL

Un tour de cartes mathémagique

*Pour réussir un bon tour de cartes, il faut être agile de ses mains...
ou alors connaître les suites de de Bruijn.*

Jean-Paul DELAHAYE

Le magicien sort un jeu de 32 cartes et le donne à un spectateur qui l'examine et n'y repère aucune anomalie : le jeu n'est pas composé de cartes identiques et n'est pas rangé selon un ordre évident. En y regardant de près, le spectateur s'assure même que toutes les cartes sont différentes et constituent un jeu complet. Le magicien demande au spectateur de couper le jeu, de prendre la carte du dessus, puis de passer le jeu à son voisin de droite, qui prend la carte du dessus et passe le jeu à son voisin de droite, etc. Quand cinq cartes ont ainsi été retirées, le jeu est posé sur une table et personne n'y touche plus. Le magicien indique qu'il va se livrer à un numéro de transmission de pensée multiple. Il demande aux cinq spectateurs de se concentrer intensément sur la carte qu'ils ont en main et qu'ils n'ont montrée à personne. Il va deviner les cinq cartes.

Le magicien ferme les yeux et se concentre. Au bout de quelques secondes, il semble gêné : « Je n'y arrive pas, vos flux mentaux se mélangent. Nous allons décomposer la transmission de pensée. Occupons-nous des cartes noires [pique ou trèfle]. Les personnes parmi vous qui en ont se lèvent et se concentrent à nouveau sur la carte devant leurs yeux ». Le premier et le troisième spectateur se lèvent et tentent de transmettre mentalement l'image de leur carte.

Au bout de dix secondes, le magicien annonce : « C'est bon. Monsieur, vous avez le 10 de pique et vous, vous avez l'as de trèfle.

Maintenant je peux d'ailleurs déchiffrer le premier flux que j'ai reçu tout à l'heure, les trois autres cartes sont l'as de cœur, le 8 de carreau et le 9 de cœur ». Tout est exact ! Les cinq cartes choisies que les spectateurs montrent au public sont effectivement : 10♠, a♥, a♣, 8♦, 9♥.

Bien sûr, il n'y a pas de transmission de pensée. Le tour est purement mathématique. Voyez-vous l'astuce ?

Les suites de Nicolaas de Bruijn

La solution se trouve dans une notion étudiée par le mathématicien néerlandais Nicolaas Govert de Bruijn (Dick de Bruijn), né en 1918 et décédé en 2012. Ses travaux de recherche ont porté sur la théorie des graphes, l'analyse, la théorie des pavages apériodiques, les méthodes de démonstration automatique de théorèmes et les suites de nombres nommées aujourd'hui « suites de de Bruijn » qui donnent la solution du joli tour de cartes présenté ci-dessus.

L'importance mathématique et pratique de ces suites et des graphes associés va cependant bien au-delà de la prestidigitati-on, puisque ces notions jouent un rôle en bio-informatique où elles aident à recoller les nombreux petits bouts de séquences génétiques que les séquenceurs d'ADN produisent en désordre.

Réfléchissons au tour avec les cinq spectateurs. Vous avez noté qu'à aucun moment, le

jeu de cartes n'a été mélangé. Il est seulement examiné, puis coupé par le premier spectateur. Les cinq spectateurs ne choisissent pas cinq cartes indépendamment, mais cinq cartes consécutives déterminées par la coupe du premier spectateur, qui est bien sûr inconnue.

La mise en scène du tour conduit le magicien à connaître qui des cinq spectateurs possèdent des cartes noires et rouges. Il se pourrait qu'il n'y ait aucun joueur ayant une carte noire, il se pourrait qu'il y en ait un, ou deux, etc. Le magicien n'apprend pas seulement leur nombre, il apprend précisément lesquels des spectateurs ont des cartes noires et lesquels ont des cartes rouges. En tout, il y a 32 possibilités : le premier joueur peut avoir une rouge ou une noire (2 cas), de même que le second (2 cas), etc., ce qui donne $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ cas différents possibles. En voici la liste :

NNNNNN-NNNNNR-NNNNRN-NNNNRR-NNNNR-
 NNNRR-NNRRR-NNRRR-NNRRR-NNRRR-
 NRNRN-NRNR-NRNRN-NRRNR-NRRNR-
 NRRRR-NNNNN-NNNNR-RNNRN-RNNRR-
 RNRNN-RNRNR-RNRNR-RNRNR-RRNNN-
 RRNNR-RRNRN-RRNRN-RRNRN-RRNRN-
 RRRRN-RRRRR

Grâce à son petit baratin, le magicien sait lequel de ces 32 quintuplets est le bon (*souligné ci-dessus*). Le jeu de 32 cartes utilisé a été préparé dans un ordre particulier (nous y reviendrons) et il y a 32 façons de couper un jeu de 32 cartes. Le magicien ignore la coupe faite et c'est l'information qu'il doit retrouver. En résumé, le magicien reçoit durant le tour

une information équivalente à celle du choix d'un élément parmi 32 (cela correspond à 5 bits d'information), qui est exactement l'information dont il a besoin pour savoir où la coupe a été faite par le premier spectateur.

En termes de quantités d'information, il n'y a aucun miracle : il lui manquait 5 bits d'information (l'emplacement de la coupe), il en a reçu 5. Reste à savoir comment s'y prendre pour que les cinq bits reçus indiquent l'endroit où la coupe a été faite. Le problème est de trouver un ordre pour les 32 cartes tel qu'à partir de la connaissance de la couleur (noire ou rouge) de cinq cartes consécutives, le magicien sache toujours quelles sont ces cinq cartes, c'est-à-dire l'endroit où a été opérée la coupe du premier spectateur.

La question est équivalente à celle-ci : trouver une suite de 32 symboles N ou R comportant 16 N et 16 R et telle que les 32 façons de prendre cinq éléments consécutifs de la suite soient toutes différentes et correspondent aux 32 façons de composer une suite de cinq symboles N ou R. Notez bien qu'ici, quand on parle de cartes successives, on convient implicitement qu'après la dernière carte du paquet, on revient à la première : les cartes 30, 31, 32, 1, 2 sont donc pour nous cinq cartes consécutives.

Voici une solution à ce problème : **RRRRR-NRRRNRRNRRNNNNRRRRNRRNNRRN**. Une telle suite de 32 symboles est nommée suite de de Bruijn d'ordre 5 ; en trouver et les étudier est exactement le problème auquel s'est intéressé en 1946 Nicolaas de Bruijn en résolvant une conjecture soumise quelque temps auparavant par un autre mathématicien.

Avec un jeu de 2ⁿ cartes

Nous verrons plus loin comment trouver de telles suites. Nous envisagerons le cas général où, à la place de cinq spectateurs, il y en a n et où la taille du jeu de cartes est 2^n .

Vérifiez que la suite proposée ci-dessus est bonne : en en prenant 5 symboles consécutifs (il y a 32 façons de le faire), on retrouve les 32 quintuplets énumérés auparavant, chacun une fois exactement.

Avant de voir comment la suite de 32 N et R a été obtenue, terminons l'explication pratique du tour. En exploitant la suite des

1. Le tableau du magicien

Si vous classez un jeu de 32 cartes dans l'ordre **8♦ 9♥ r♥ 7♥ 10♦ v♣ d♥ 9♦ v♠ v♥ 9♣ 7♣ d♦ 10♥ 9♠ r♠ d♠ r♠ 10♠ r♦ 8♥ a♦ 8♠ d♠ 7♦ 7♠ a♠ 8♠ v♦ 10♠ a♥ a♠**, alors la seule connaissance de la couleur (noir ou rouge) de cinq cartes consécutives vous permet de savoir quelles sont ces cartes. C'est la clé du tour présenté dans l'article.

Le tableau ci-dessous permet la réalisation pratique du tour. En fonction du quintuplet de N ou R (les 32 possibilités sont indiquées dans la colonne de gauche), il vous indique les cinq cartes dont il s'agit.

NNNNN	9♠	r♠	d♠	r♠	10♠
NNNNR	r♠	d♠	r♠	10♠	r♦
NNNRN	7♠	a♠	8♠	v♦	10♠
NNNRR	d♠	r♠	10♠	r♦	8♥
NNRNN	8♠	d♠	7♦	7♠	a♠
NNRNR	a♠	8♠	v♦	10♠	a♥
NNRRN	9♠	7♠	d♦	10♥	9♠
NNRRR	r♠	10♠	r♦	8♥	a♦
NRNNN	d♠	7♦	7♠	a♠	8♠
NRNNR	v♠	v♥	9♠	7♠	d♦
NRNRN	8♠	v♦	10♠	a♥	a♠
<u>NRNRR</u>	10♠	a♥	a♠	8♦	9♥
NRRNN	7♠	d♦	10♥	9♠	r♠
NRRNR	v♠	d♥	9♦	v♠	v♥
NRRRN	10♠	r♦	8♥	a♦	8♠
NRRRR	a♠	8♦	9♥	r♥	7♥
RNNNN	10♥	9♠	r♠	d♠	r♠
RNNNR	7♦	7♠	a♠	8♠	v♦
RNNRN	a♦	8♠	d♠	7♦	7♠
RNNRR	v♥	9♠	7♠	d♦	10♥
RNRNN	9♦	v♠	v♥	9♠	7♠
RNRNR	v♦	10♠	a♥	a♠	8♦
RNRRR	10♦	v♠	d♥	9♦	v♠
RRNNN	a♥	a♠	8♦	9♥	r♥
RRNNR	d♦	10♥	9♠	r♠	d♠
RRNNR	8♥	a♦	8♠	d♠	7♦
RRNRN	d♥	9♦	v♠	v♥	9♠
RRNRR	7♥	10♦	v♠	d♥	9♦
RRRNN	r♦	8♥	a♦	8♠	d♠
RRRNR	r♥	7♥	10♦	v♠	d♥
RRRRN	9♥	r♥	7♥	10♦	v♠
RRRRR	8♦	9♥	r♥	7♥	10♦

2. Un algorithme calculant une suite de de Bruijn

La méthode des graphes de de Bruijn permet de trouver toutes les suites de de Bruijn et rend même possible leur décompte. Parfois cependant, on ne veut qu'une seule suite de de Bruijn. L'« algorithme gourmand » le permet. Nous l'expliquons pour $n = 4$. On part de la suite 0000, ensuite on ajoute un 1 si cela ne conduit pas à avoir un quadruplet déjà obtenu, sinon on ajoute un 0, et on recommence en n'ajoutant de 0 que lorsque c'est inévitable.

Départ	:	0000
On ajoute un 1:		00001
On ajoute un 1:		000011
On ajoute un 1:		0000111
On ajoute un 1:		00001111
On ajoute un 0:		000011110 (car ajouter un 1 donnerait le quadruplet 1111 déjà obtenu)
On ajoute un 1:		0000111101
On ajoute un 1:		00001111011
On ajoute un 0:		000011110110 (car ajouter un 1 donnerait le quadruplet 0111 déjà obtenu)
On ajoute un 0:		0000111101100 (car ajouter un 1 donnerait le quadruplet 1101 déjà obtenu)
On ajoute un 1:		00001111011001
On ajoute un 0:		000011110110010 (car ajouter un 1 donnerait le quadruplet 0011 déjà obtenu)
On ajoute un 0:		0000111101100101

Ce qui donne la suite de de Bruijn d'ordre 4:
0000111101100101

Que cette méthode fonctionne n'est en rien évident, mais c'est le cas (pour tout n), comme l'a démontré M. A. Martin en 1934.

32 symboles R ou N, on choisit un rangement des 32 cartes du jeu qui la respecte. Un grand nombre de classements conviendraient, mais on en prend un et on n'en change plus. Par exemple: 8♦ 9♥ r♥ 7♥ 10♦ v♣ d♥ 9♦ v♣ v♥ 9♣ 7♣ d♦ 10♥ 9♠ r♣ d♣ r♠ 10♣ r♦ 8♥ a♦ 8♠ d♠ 7♦ 7♠ a♠ 8♠ v♦ 10♠ a♥ a♠.

Selon l'endroit où le premier spectateur fait sa coupe, les cinq cartes qui viennent (et qui sont celles des cinq spectateurs) déterminent une suite de rouges et de noires qui permet au magicien de savoir où la coupe a été faite, et qui lui indique les cartes aux mains des spectateurs.

Traisons l'exemple utilisé pour présenter le tour. Les joueurs 1 et 3 avaient des cartes noires. La situation des cinq joueurs était donc NRNR. La seule coupe produisant cette série est celle qui amène le 10 de pique au-dessus: 10♠ a♥ a♠ 8♦ 9♥ r♥ 7♥ 10♦ v♣ d♥ 9♦ v♣ v♥ 9♣ 7♣ d♦ 10♥ 9♠ r♣ d♣ r♠ 10♣ r♦ 8♥ a♦ 8♠ d♠ 7♦ 7♠ a♠ 8♠ v♦. Les cinq cartes sont donc 10♠, a♥, a♠, 8♦, 9♥.

Sur un plan pratique, le magicien pourrait apprendre par cœur l'ordre des cartes qu'il a choisi et mentalement retrouver l'endroit de la coupe. Ce n'est pas très facile, aussi il

3. Graphes et suites de de Bruijn pour $n = 2, 3, 4, 5$

Les graphes de Nicolaas de Bruijn permettent de trouver des suites de longueur n donnant toutes les combinaisons possibles de n chiffres 0 ou 1 quand on déplace sur la suite une fenêtre de largeur n . De telles suites de 0 et de 1 sont nommées « suites de de Bruijn d'ordre n ».

Trouver ces suites est équivalent à rechercher des circuits eulériens sur un graphe, c'est-à-dire des chemins revenant à leur point de départ et passant par chaque arc du graphe une fois et une seule. De chaque sommet partent deux arcs et en arrivent deux. Cela assure que pour chaque n , un tel circuit eulérien est possible. Pour tout n , il existe donc des suites de de Bruijn.

Pour $n = 3$, le circuit eulérien 11-11-10-01-10-00-00-01 donne (en ne retenant que le premier bit de chaque paire) la suite de de Bruijn 11101000. Quand on déplace une

fenêtre de largeur 3 sur la suite (dont on suppose qu'elle se referme circulairement sur elle-même), on obtient tous les triplets possibles de 0 et de 1:

11101000 → triplet 111; 11101000 → triplet 110
11101000 → triplet 101; 11101000 → triplet 010
11101000 → triplet 100; 11101000 → triplet 000
11101000 → triplet 001; 11101000 → triplet 011

Le graphe correspondant à cette suite est représenté dans le texte à la page suivante.

Voici une suite de de Bruijn d'ordre 4:

0000110010111101.
En voici une d'ordre 5 (utilisée dans l'article pour le tour de magie et dont le circuit eulérien est représenté ci-contre):

00000100101111101110101100011110011001001010011100001101101.
Et en voici une d'ordre 6 (dont le graphe n'est pas représenté):

