

Pour mettre tout cela en place et le programmer aussi efficacement que possible, il a fallu développer quelques résultats mathématiques sur les ensembles inévitables, et surtout être soigneux dans la programmation des algorithmes.

Cette qualité des programmes de l'équipe de G. McGuire a permis de gagner la compétition engagée avec une équipe chinoise (parvenue au même résultat, mais plus d'un an après). Le calcul des Chinois n'a cependant pas été vain, puisqu'en aboutissant au même résultat, il appuie l'affirmation que 17 est bien le nombre minimum de données d'une grille partielle correcte de sudoku.

La partie finale de la méthode exige l'utilisation d'un programme pour résoudre les sudokus, programme qui doit être capable d'indiquer qu'une grille partielle est incorrecte car elle autorise plusieurs solutions.

Là encore, le partage gratuit de programmes entre chercheurs a été utile. Plutôt que de développer leur propre programme de résolution de sudokus, l'équipe a préféré rechercher le meilleur de ceux déjà développés. Leur choix s'est porté sur un programme *open-source* (donc libre d'utilisation, contrôlable et modifiable) dû à Brian Turner, un ingénieur de Google qui développe des logiciels de jeux pour son plaisir. Ce programme rapide a cependant été encore accéléré et peut tester en une seconde 50 000 problèmes à 16 données.

Une fois tous les éléments en place et vérifiés, l'exploration du catalogue à la recherche d'une grille partielle à 16 données a été engagée. Après un an de calcul, la réponse est arrivée : il n'en existe pas !

Définitivement résolu ?

Ce formidable travail collectif et informatique pour réussir à démontrer « Le théorème du sudoku » pose cependant un problème : peut-on faire confiance à ce calcul fondé sur une série de programmes délicats fonctionnant une année entière sur des centaines de processeurs différents, et qui n'a été vérifié qu'une fois depuis par une méthode assez proche ?

Le point qui rend difficile une certitude absolue est dû à la nature du calcul, qui n'est

que la recherche infructueuse d'une grille correcte à 16 données. Lorsqu'un ordinateur trouve une solution à un problème et que cette solution est contrôlable par une autre méthode plus rapide que la phase de recherche (comme dans la chasse aux grands nombres premiers), on a peu de raisons de douter de l'exactitude de la solution trouvée. Le premier programme peut comporter des erreurs ou dysfonctionner à cause d'un bug interne ou dans le système d'exploitation, il se peut aussi que le programme oublie une partie du calcul que les programmeurs prévoyaient, etc. Rien de tout cela n'est grave si, à l'issue du calcul, on propose quelque chose de rapidement et indépendamment contrôlable par d'autres programmes ; on se moquera de la phase préliminaire éventuellement très longue et qui n'a plus d'importance pour l'affirmation mathématique.

Ici, la situation est opposée : le programme a recherché quelque chose pendant un an et n'a rien trouvé, et il faut être certain que rien n'a été oublié. Il faut donc être certain que les idées mathématiques sont chacune parfaitement maîtrisées et mises en place, que les programmes ont été écrits sans la moindre erreur, qu'il n'y a pas de bug dans le système d'exploitation de la machine (qui aurait pu faire sauter l'exécution d'une partie des instructions) et qu'à chaque instant le calcul a bien été mené comme il devait l'être sans être perturbé par une panne de disque dur ou par un rayon cosmique. Les craintes sont compréhensibles.

Seule la poursuite du travail sur le sujet, la mise au point de nouvelles méthodes, mathématiques ou techniques, conduisant à d'autres confirmations (si possible plus rapides et avec des programmes indépendants) fournira la certitude attendue. Un assistant de preuve (voir l'encadré page 78) ne serait guère utile, car il est à parier qu'il serait beaucoup trop lent (valider les calculs oblige ici à les refaire, même pour l'assistant de preuve). L'ordinateur est utile, mais restons conscients des erreurs possibles dans les preuves informatiques de non-existence, qui ne doivent pas être considérées avec le même œil que les preuves d'existence.

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE
est professeur
émérite
à l'Université
de Lille
et chercheur
au Laboratoire d'informatique
fondamentale de Lille (LIFL).

BIBLIOGRAPHIE

G. McGuire *et al.*, *There is no 16-clue sudoku : Solving the sudoku minimum number of clues problem via hitting set enumeration*, *Experimental Mathematics*, vol. 23(2), pp. 190-217, 2014.

J. Cooper et A. Kirkpatrick, *Critical sets for sudoku and general graph colorings*, *Discrete Mathematics*, vol. 315, pp. 112-119, 2014.

J. Rosenhouse et L. Taalman, *Taking Sudoku Seriously : The Math Behind the World's Most Popular Pencil Puzzle*, Oxford University Press, 2012.

H.-H. Lin et I.-C. Wu, *An efficient approach to solving the minimum sudoku problem*, *ICGA Journal*, vol. 3, pp. 191-208, 2011.

Références supplémentaires sur le site www.pourlascience.fr



Retrouvez la rubrique
Logique & calcul sur
www.pourlascience.fr

SCIENCE & FICTION

Respirer... comme un poisson dans l'eau

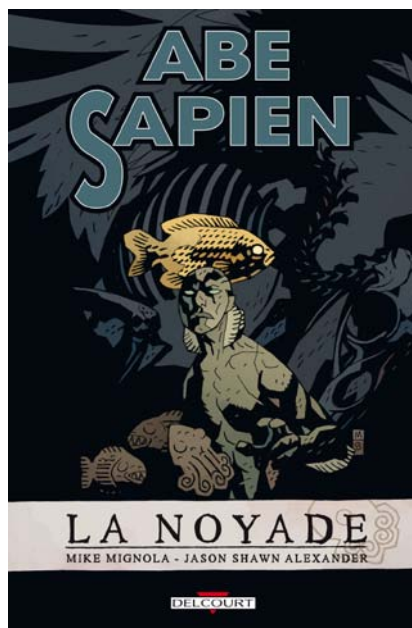
Les humains et leurs ancêtres ont perdu depuis longtemps la capacité de respirer dans l'eau. Mais pourrions-nous retourner vivre un jour en milieu aquatique ?

Jean-Sébastien STEYER et Roland LEHOUCQ

Quel lien existe-t-il entre Mark Harris dans la série *L'homme de l'Atlantide*, le monstre du film *L'étrange créature du lac noir* (un des premiers films en 3D, de 1954) et les habitants natifs de la planète Aquablu de la bande dessinée éponyme ? Tous sont des humanoïdes imaginaires dotés de branchies ! Ces personnages incarnent le fantasme de pouvoir vivre et respirer librement dans l'eau, sorte de retour freudien dans le ventre de la mère. Mais si ces héros subaquatiques font rêver, que nous apprend la science sur les possibilités de respirer dans l'eau ?

Dans la nature, les branchies sont apparues plusieurs fois au cours de l'évolution et prennent différentes formes. On les retrouve chez les vertébrés (certains « poissons », les amphibiens à l'état larvaire) ou les invertébrés (vers, crustacés, échinodermes...). Elles dérivent de tissus divers (parois du pharynx, replis de la trachée, etc.) et sont surtout utilisées comme organes respiratoires en milieu aquatique mais peuvent aussi servir, comme chez la moule, à piéger la nourriture.

Quelle que soit leur origine, les branchies prennent la forme de replis, de lamelles et autres filaments tapissés de membranes très vascularisées. Grâce à leur importante surface de contact avec le milieu externe, ces formes optimisent les échanges gazeux : le dioxygène dissous dans l'eau passe dans le sang et le dioxyde de carbone est évacué.



ABE SAPIEN RESPIRE SOUS L'EAU grâce à des branchies externes. Ce personnage fictif est tiré de l'univers du comics *Hellboy*.

Les branchies se comportent donc dans l'eau un peu comme les poumons dans l'air, à la différence notable que l'eau est un fluide 60 fois plus visqueux et 800 fois plus dense que l'air, avec une concentration en dioxygène bien inférieure ! Ainsi, pour absorber un litre de dioxygène, les branchies doivent brasser un volume 12 à 20 fois plus important dans l'eau que les poumons dans l'air.

En outre, les poumons, ces sacs qui doivent être dégonflés pour être réactivés, sont inadaptés dans l'eau. Il faudrait trop de travail pour brasser des volumes suffisants d'eau. Mais ce n'est pas vrai pour tous les liquides.

Dans le film *Abyss* (James Cameron, 1989), Lindsey Bringham doit plonger à plusieurs milliers de mètres de profondeur. Pour ce faire, elle remplit son scaphandre d'un fluide respiratoire qui existe vraiment : le perfluorocarbure, un liquide capable de dissoudre 15 fois plus de dioxygène que l'eau. Ce composé est actuellement à l'étude pour traiter les défaillances respiratoires aiguës – on parle de ventilation liquidienne partielle ou totale. D'ailleurs, la scène où l'héroïne du film teste ce fluide sur un rat a été réalisée sans trucage – ce qui a déclenché l'ire des associations de protection des animaux et a conduit à censurer la scène au Royaume-Uni, le rongeur paniquant à l'idée de se noyer.

Mais plutôt que de forcer notre corps à respirer des liquides riches en dioxygène,



COMMENT RESPIRER SOUS L'EAU ? Grâce à des branchies situées à la base du cou. Cette « sirène » rappelle l'axolotl, salamandre cavernicole qui conserve des traits larvaires, dont des branchies externes.

ne pourrions-nous pas, comme d'autres personnages de science-fiction, respirer dans l'eau à l'aide de branchies ? L'idée n'est pas totalement absurde : l'embryon humain présente, à la quatrième et à la cinquième semaine, des arcs branchiaux qui donneraient des poches et des fentes branchiales. Ces fentes avaient déjà été observées par les embryologistes du XIX^e siècle, qui y voyaient une trace d'un ancien stade « poisson ». Hélas, ces arcs branchiaux se résorbent au cours de l'embryogenèse.

Suffirait-il alors d'inhiber le gène à l'origine de cette régression pour conserver les branchies ? C'est loin d'être aussi simple. Une cascade complexe de gènes, et non un gène unique, intervient dans le processus : modifier un élément chamboulerait l'ensemble de la chaîne... Si certains états de caractères morphologiques sont réversibles au cours de l'évolution, ce n'est pas le cas de complexes anatomiques entiers.

Pour disposer de branchies, il nous faudrait plutôt retarder une partie de notre développement, ce qui nous permettrait peut-être de conserver nos fentes branchiales embryonnaires tout en atteignant la maturité. Ce phénomène nommé néoténie est fréquent chez les amphibiens : l'exemple le plus connu est l'axolotl, une salamandre cavernicole et aquatique qui ne se métamorphose pas et conserve de belles branchies externes présentes dès son stade larvaire.

Cependant, le port de branchies n'est pas sans inconvénient non plus : lorsqu'il n'est pas dans son bassin, Abe Sapien, l'homme-poisson bleu dans la série de comics *Hellboy* de Mike Mignola, doit se promener à l'air libre avec une imposante combinaison munie de capsules d'eau au niveau du cou pour ne pas mourir asphyxié. Mark Harris, lui, commence à suffoquer après seulement quelques heures passées à l'air libre...

Une solution serait alors d'être muni à la fois de branchies et de poumons, comme cela s'est déjà produit au cours de l'évolution : si beaucoup d'amphibiens, au cours de leur développement, respirent par des branchies puis par des poumons, les polyp- tères et les dipneustes sont deux groupes de « poissons » qui jouissent des deux systèmes à la fois !

Une symbiose avec une algue

Comment pourrions-nous alors respirer un jour sous l'eau ? Regardons du côté du héros de *Harry Potter et la coupe de feu* (roman de J. K. Rowling adapté à l'écran en 2005) qui, en avalant simplement une algue magique, se voit pousser des branchies, mais aussi des pieds et des mains palmés.

Certes, la magie défie ici toute logique, mais il semble que chez certaines espèces, l'interaction avec certaines algues aide réellement à respirer sous l'eau : Ryan

Kerney, du *Gettysburg College* aux États-Unis, et ses collègues ont montré que des algues vertes (*Oophila amblystomatis*) vivent en symbiose dans des œufs et des embryons de salamandres maculées (*Ambystoma maculatum*) en cours de développement. On parle ici d'endosymbiose, la première observée entre des algues et des vertébrés ! Ces algues, qui colonisent les tissus et cellules des amphibiens avant que leur système immunitaire ne se forme et ne les rejette, se transmettraient même sous forme de kystes de génération en génération. Elles aident l'embryon à fixer l'oxygène (ce qu'il effectue déjà par la peau) et, en retour, se nourrissent de ses déchets riches en azote. Vivre en symbiose avec des algues serait-il donc la solution ?

Le fantasme de l'homme ou de la femme-poisson ne date pas d'hier. Dans l'Antiquité, le grand voyageur et géographe Pausanias imaginait le dieu Triton de la mythologie grecque comme un monstre subaquatique : « À la place de ses oreilles, il a des branchies et le nez d'un homme, mais la bouche est plus large et les dents sont celles d'une bête. » Ne désespérons pas. Un jour peut-être, nous écrirons ces lignes et vous les lirez... comme un poisson dans l'eau ! ■

J.-S. STEYER est paléontologue au CNRS-MNHN, à Paris. R. LEHOUCQ est astrophysicien au CEA, à Saclay.

ART & SCIENCE

Claude à la plage

*Des astronomes détectives ont reconstitué les faits et gestes de Claude Monet l'après-midi du 5 février 1883 : il était sur la plage d'Étretat et peignait *Coucher de soleil* à Étretat.*

Loïc MANGIN

Que faisait Claude Monet le 13 novembre 1872, vers 7 h 35 du matin ? Il peignait *Impression, soleil levant*, la toile qui allait donner son nom au mouvement impressionniste. L'artiste était installé au Havre, à la fenêtre de sa chambre à l'Hôtel de l'Amirauté, face au port. Il a par ailleurs beaucoup visité la Normandie et notamment la région d'Étretat où il a séjourné au moins à sept reprises de 1864 à 1886 : au total, on lui connaît près de 80 œuvres exécutées dans les environs de la station balnéaire.

En janvier 1883, Monet y passe trois semaines durant lesquelles il peint 19 toiles où, bien sûr, figurent en bonne place les célèbres falaises sculptées en une arche

et une aiguille. *Coucher de soleil à Étretat* (voir la représentation page ci-contre) est l'une de ses œuvres les plus connues. Elle est aujourd'hui conservée au Musée d'art de Caroline du Nord, à Raleigh, aux États-Unis. De quel endroit a-t-elle été peinte ? À quel moment ?

Donald Olson de la *Texas State University*, à San Marcos, aux États-Unis, et ses collègues ont répondu. Ils se sont d'ailleurs fait une spécialité de ce genre d'interrogations, puisque c'est à eux que l'on doit de savoir précisément quand et où a été peinte *Impression, soleil levant*. Ils se sont également intéressés à d'autres œuvres de Monet, mais aussi de Vincent van Gogh et d'Edvard Munch.

Coucher de soleil à Étretat montre un soleil un peu au-dessus de la mer, près de la porte d'Aval (l'arche en calcaire) et l'Aiguille (voir la carte ci-dessous). La ligne d'horizon est visible à travers la porte tandis que les deux formations rocheuses se superposent. Selon l'historien d'art Robert Herbert, Monet s'était installé à l'extrémité Nord de la plage d'Étretat, tout près d'une autre arche, plus petite, nommée porte d'Amont.

Pour le vérifier, D. Olson et son équipe se sont rendus sur place en août 2012. Très vite, à mesure qu'ils arpentaient la plage avec des reproductions sur carte postale des peintures de Monet, les « détectives » ont compris que l'historien s'était trompé : de l'endroit qu'il proposait, l'Aiguille se détache de la porte d'Aval, à l'inverse de ce que l'on observe sur la toile. En parcourant la plage d'une extrémité à l'autre, ils ont localisé un point plus vraisemblable au regard de l'œuvre (le point jaune sur la carte). Ses coordonnées sont 49,7112 degrés Nord et 0,2044 degré Est. Lors de votre prochain séjour à Étretat, avec un GPS, vous pourrez vous mettre à la place du peintre.

La question de l'endroit étant réglée, restait à déterminer la date et l'heure. Pour ce faire, les Américains ont utilisé plusieurs séries de photographies, dont certaines ont été prises par Jean Langlois, un membre de la Société astronomique du Havre. Il est venu plusieurs fois en février et a multiplié les points de vue sur la plage d'Étretat pour prendre ses clichés. L'analyse de ces

