



La logique

Gilles Dowek

Réf. 74650878

Les outils et les méthodes de la logique, pour comprendre le sens du raisonnement.

Éditions Le Pommier 2015
128 pages - 7 € - 978-2-7465-0878-1



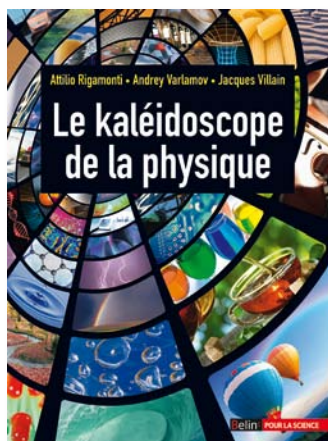
Drôle de chimie ! (nouvelle édition)

Pierre Laszlo

Réf. 74650882

Nourrir, vêtir, soigner, chauffer, transporter l'humanité, les 19 chapitres de ce livre nous permettent de faire la part des risques et des bienfaits d'une industrie trop peu connue. Cette édition est entièrement mise à jour.

Éditions Le Pommier 2015
400 pages - 10 € - 978-2-7465-0882-8



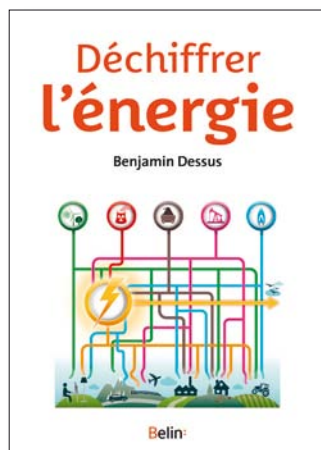
Le kaléidoscope de la physique

Andrey Varlamov,
Attilio Rigamonti et
Jacques Villain

Réf. 70116487

Pourquoi les cours d'eau dessinent-ils des méandres ? Comment faire chanter un verre à pied ? Que se passe-t-il lors de la cuisson d'un rôti ? Est-il possible de déguster un plat de pâtes al dente en haut de l'Everest ? Et d'y boire un bon café ? Toutes ces questions, et bien d'autres, trouvent leur réponse dans ce livre.

Éditions Belin 2014
256 pages - 27 € - 978-2-7011-6487-8



Déchiffrer l'énergie

Benjamin Dessus

Réf. 70116440

Par l'un des meilleurs spécialistes du sujet, voici une synthèse unique, richement illustrée de graphes et schémas explicatifs, pour s'y retrouver dans l'avalanche de chiffres et de données et comprendre les enjeux cruciaux de la transition énergétique.

Éditions Belin 2014
384 pages - 29,90 € - 978-2-7011-6440-3

BON DE COMMANDE

À retourner accompagné de votre règlement à :
Groupe Pour la Science • 628 avenue du Grain d'Or • 41350 Vineuil

☐ **Oui, je commande les livres** présentés dans la sélection de *Pour la Science*. Je reporte les titres, prix et références à 6 chiffres correspondant aux ouvrages choisis :

Titre	Réf.	Prix
		€
		€
		€
		€
		€
Frais de port (4,90 € France - 12 € étranger)		+ €
Total à régler		= €

J'indique mes coordonnées :

Nom : _____

Prénom : _____

Adresse : _____

C.P. : _____ Ville : _____

Pays : _____ Tél.* : _____

E-mail* : _____

@ _____

*pour recevoir la newsletter Pour la Science (à remplir en majuscules).

Je choisis mon mode de règlement :

☐ par chèque à l'ordre de *Pour la Science*

☐ par carte bancaire

Numéro _____

Date d'expiration _____

Cryptogramme _____

Signature obligatoire



En application de l'article 27 de la loi du 6 janvier 1978, les informations ci-dessus sont indispensables au traitement de votre commande. Elles peuvent donner lieu à l'exercice du droit d'accès et de rectification auprès du groupe *Pour la Science*. Par notre intermédiaire, vous pouvez être amené à recevoir des propositions d'organismes partenaires. En cas de refus de votre part, merci de cocher la case ci-contre ☐

Tous ces livres sont également disponibles en librairie.

LOGIQUE & CALCUL

De l'art avec les fractales

L'exploration de l'univers mathématique des fractales avec un ordinateur est un art analogue à la découverte esthétique du monde avec un appareil photo.

Jean-Paul DELAHAYE

On ne crée pas les objets mathématiques, on les découvre, affirmera un philosophe réaliste des mathématiques. Pourtant, leur variété est si grande qu'accéder aux plus intéressants ou aux plus beaux exige un délicat savoir-faire et du talent.

Nul ne met en doute que les motifs géométriques et décoratifs islamiques, que l'on admire par exemple à l'Alhambra de Grenade ou au palais de la Bahia à Marrakech, sont l'œuvre de grands artistes. Ces structures mathématiques préexistaient à leur matérialisation sur les murs, mais leur sélection parmi l'infinité des possibilités est un acte artistique créateur.

Qui est le dessinateur ?

Adoptons une posture analogue pour les « images fractales » qui, comme les pavages décoratifs, sont des structures géométriques déterminées par des formules, et examinons quelques questions sur le sujet :

– L'auteur doit-il être le concepteur du programme qu'il utilise ? En appuyant sur quelques touches du clavier, a-t-il sélectionné un jeu de paramètres qui, après les calculs menés par la machine, lui a fourni un dessin susceptible d'être obtenu par n'importe qui ?

– Les créateurs des images ne sont-ils pas ceux qui ont inventé les formules et écrit les programmes, travail délicat et long ?

– Le calcul et donc les mathématiques sont-ils à l'origine de ces splendeurs, et cet art est-il sans créateur ?

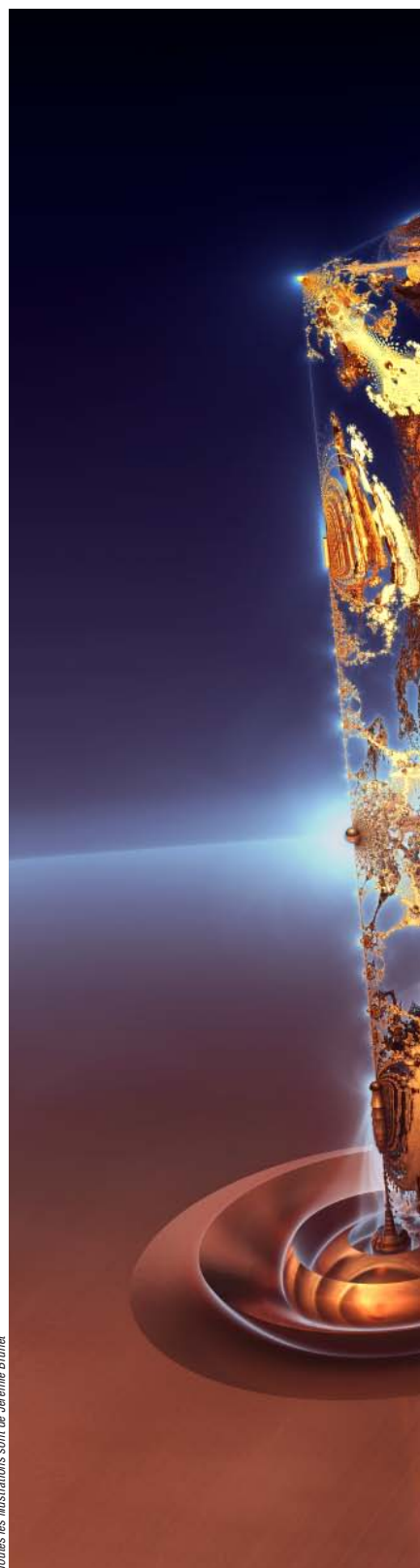
Nous répondrons *non* à chacune de ces questions !

Comme pour tous les arts géométriques, dont celui des mosaïques de Grenade, le fait que l'œuvre soit identifiable comme un objet géométrique ou mathématique ne doit pas contredire l'idée que des artistes ont choisi et exposé une forme ; il a fallu travailler, explorer et faire preuve d'imagination. Une maîtrise technique et un travail minutieux ont été nécessaires pour

JÉRÉMIE BRUNET A CRÉÉ POUR CET ARTICLE cette image intitulée *Treasure*. Il s'agit d'une *Mandelbox*, un objet fractal à trois dimensions découvert par Tom Lowe en 2010 ; la fonction que la *Mandelbox* itère a la particularité d'utiliser des transformations conformes de l'espace [transformations qui conservent les angles]. La richesse des structures de la *Mandelbox* et sa capacité à produire des variantes intéressantes en ont fait une des formules préférées des créateurs de fractales 3D. Les paramètres numériques utilisés pour cette image sont plus simples que ceux de la formule « standard ». L'artiste a recherché une harmonie graphique en épurant la formule au maximum tout en maintenant une grande diversité des motifs.

La *Mandelbox* est expliquée par exemple dans un article de Jos Leys (<http://images.math.cnrs.fr/Mandelbox.html>) et dans le livre de Jérémie Brunet.

Toutes les illustrations sont de Jérémie Brunet





que la structure soit matérielle et durable. Qu'un ordinateur et des programmes interviennent dans le processus de création ne doit pas nous faire nier que ces œuvres sont élaborées. Dans la photographie et le cinéma, les artistes utilisent de nombreux dispositifs techniques, dont l'ordinateur qui joue un rôle pour les effets spéciaux, l'ajustement et la correction des paramètres de luminosité et de contraste, etc. L'utilisation d'outils techniques n'exclut pas qu'il y ait un travail, de l'imagination, du talent, voire du génie.

Les programmes qui calculent des fractales produisent certes facilement des images étonnantes, comme les appareils photo numériques qui se règlent automatiquement sans demander de compétence; mais seul celui qui les manipule, qui explore leur potentialité, fait acte de création.

Un autre facteur complique l'évaluation des productions par ordinateur : les outils informatiques évoluent très vite et il est délicat de distinguer ce qui se fait tout seul et ce qui exige efforts et savoir-faire. La loi de Gordon Moore selon laquelle les performances informatiques sont décuplées tous les cinq ans environ autorise l'exploration d'objets mathématiques qui étaient hors de portée, notamment des fractales en trois dimensions.

Une évolution récente

Depuis 2010, l'idée des hybridations (voir l'encadré ci-dessous) a été mise en œuvre pour la création de fractales 3D. Grâce à ce passage dans l'espace, l'art fractal propose des formes analogues à celle du monde réel, mais sublimées, enrichies et

géométriquement parfaites. En 2015, une multitude de logiciels prennent en compte les nouveaux procédés mathématiques de création de fractales. Le véritable créateur se donne le temps de parcourir les espaces rendus accessibles par les logiciels, de s'y promener, d'y tracer ses propres chemins, d'orienter son regard pour y découvrir des trésors cachés. Comme en photographie, ses visions sont personnelles et inimitables.

L'un des artistes est Jérémie Brunet, qui vient de publier *L'art fractal. Aux frontières de l'imaginaire* (Pole, 2014). Ce livre offre près de 150 images de fractales 3D. La richesse, la variété et la beauté d'un monde nouveau éblouissent et subjuguent. Le principal logiciel qu'il utilise se nomme *mandelbulb3D*, qu'a développé un certain Jesse (c'est un pseudonyme). Jérémie

L'hybridation, source

Les dessins fractals ont longtemps été bidimensionnels, voire tridimensionnels, mais déduits simplement de méthodes liées à la dimension 2. En particulier, on ne connaissait pas d'équivalent dans l'espace 3D de l'ensemble de Mandelbrot, autrement dit l'ensemble des points c du plan complexe tels que la suite $0, f(0), f(f(0)), f(f(f(0))), \dots$, où $f(z) = z^2 + c$, reste bornée.

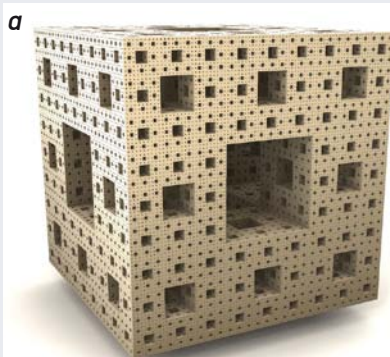
À partir de 2009, des méthodes, consistant dans un premier temps à trouver des adaptations, à la dimension 3, de l'opération $z \rightarrow z^2$ pour $z = x + iy$

complexe, ont permis de progresser, c'est-à-dire de disposer d'algorithmes efficaces et simples produisant des objets fractals de dimension 3.

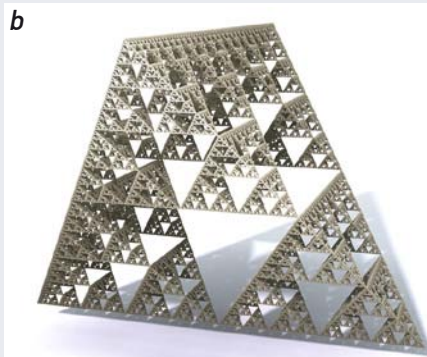
Des avancées dans les algorithmes de représentation des fractales 3D (par exemple les algorithmes dits de *ray marching*) et leur programmation ont multiplié les possibilités, ouvrant les portes à une formidable variété de formes et d'images, et à l'expression d'une sensibilité artistique nouvelle : l'art fractal.

Parmi les méthodes utilisées, l'hybridation est une source féconde. L'idée est de prendre non

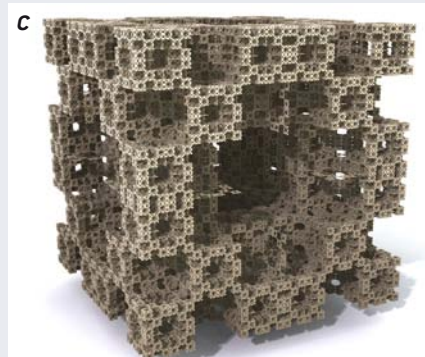
pas une seule fonction f et de déterminer la présence ou non dans la fractale du point de coordonnées (x, y, z) en observant le comportement de la suite $(x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) \rightarrow f(f(x, y, z)) \rightarrow f(f(f(x, y, z))) \rightarrow \dots$, mais de considérer deux fonctions (ou plus) f et g déjà connues pour engendrer des fractales et de déterminer les points de la fractale selon la suite provenant de l'utilisation à la fois de f et de g .



Éponge de Menger [M]



Fractale 3D de Sierpinski [S]



Hybride MSMS

Brunet a suivi et influencé les évolutions et les perfectionnements du logiciel, produisant des images qui étonnent Jesse lui-même.

Une partie importante des images de Jérémie Brunet est obtenue par la méthode d'hybridation. Il combine deux à six formules selon des « rythmes » variés. Cette méthode permet de considérer plusieurs fractales de base et de les combiner (*voir les figures ci-dessous*). Le choix des paramètres de rendu transforme ces objets en œuvres. Jérémie Brunet est aussi connu pour ses films, promenades dans le monde des fractales 3D (www.youtube.com/user/bib993). Et les sculptures qu'il réalise en utilisant les techniques de l'impression 3D permettent de toucher les nouvelles formes mathématiques (www.shapeways.com/shops/3dfractals).

La précision, la délicate unité résultant de l'utilisation d'un même algorithme mathématique dans toutes les parties de l'œuvre, les subtiles répétitions approximatives de structures complexes, la disposition de tout cela dans l'espace en respectant les règles de la perspective et l'ajout d'une série soigneusement choisie d'effets photographiques, tout cela est inconcevable sans machine.

Trois étapes de création

Le travail à l'origine des images fractales se décompose en trois étapes.

La première est celle des formules et des procédés de calcul. L'agilité et l'expertise mathématiques sont à l'œuvre : il a fallu attendre 2009 pour que des formules produisant des structures fractales

tridimensionnelles pleinement satisfaisantes soient élaborées.

La seconde étape est celle, informatique, de la mise au point et du perfectionnement des techniques de visualisation, et de leur programmation. Pour obtenir de bons rendus, il faut non seulement s'appuyer sur les formules et procédés mathématiques découverts dans la première étape, mais aussi utiliser des algorithmes de représentation en trois dimensions, dont certains doivent être adaptés ou réinventés.

Ainsi, en infographie, pour obtenir de bons rendus, on décompose souvent les éléments d'une scène en triangles très nombreux tirés des équations des faces ou des surfaces qui délimitent les objets présents. Or ce n'est pas possible directement avec les images fractales 3D, car les objets qu'on cherche à figurer se présentent

d'images fractales

On peut par exemple utiliser la règle :

$$(x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) \rightarrow g(f(x, y, z)) \rightarrow f(g(f(x, y, z))) \rightarrow \dots$$

Des schémas d'utilisation plus complexes, du type $(f, f, g, g, \dots)$, $(f, g, f, f, g, f, f, g, \dots)$, etc., ouvrent d'autres possibilités.

En voici quelques-unes :

- L'éponge de Menger $(f, f, f, f, \dots)$, ou M (*image a*).
- La fractale 3D de Sierpinski $(g, g, g, g, \dots)$, ou S (*image b*).

- L'hybride MSMS...

$(f, g, f, g, \dots)$ (*image c*).

- L'hybride SMSM...

$(g, f, g, f, \dots)$ (*image d*).

- L'hybride SMMSMM...

$(g, f, f, g, f, f, \dots)$ (*image e*).

- L'hybride MSSMSS...

$(f, g, g, f, g, g, \dots)$ (*image f*).

Selon une autre hybridation, à partir de deux fonctions donnant des fractales, on construit une troisième avec la fonction $h = \alpha f + (1 - \alpha)g$ (avec α compris

entre 0 et 1). En faisant varier le paramètre α , on passe continûment de la fractale associée à f à celle associée à g . Le livre *L'art fractal. Aux frontières de l'imagerie* de Jérémie Brunet utilise de nombreuses hybridations.

Parmi les logiciels permettant de créer des images fractales 3D, citons :

Apophysis (<http://apophysis.org/>), *Incendia* (<http://www.incendia.net/>),

Fragmentarium (<http://syntopia.github.io/Fragmentarium/>), *Mandelbulb3D* (<http://mandelbulb.com/>), *Mandelbulber* (<http://sourceforge.net/projects/mandelbulber/>), *Ultrafractal* (<http://www.ultrafractal.com/>), *Xenodream* (<http://www.xenodream.com/>).

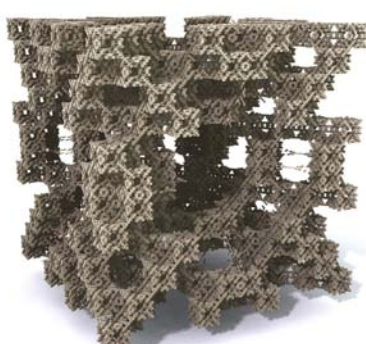
D'autres informations sont disponibles sur www.fractalforums.com.

d



Hybride SMSM

e



Hybride SMMSMM

f



Hybride MSSMSS



ŒUVRES D'ART MATHÉMATIQUES.

L'auteur de ces réalisations 3D de fractales, Jérémie Brunet, est aujourd'hui l'un des principaux artistes « fractalistes ». Depuis son plus jeune âge, ce Français est passionné par ce type de créations, ce qui l'a conduit à en suivre les développements.

En particulier, depuis 2009, année de la découverte de procédés nouveaux pour créer des fractales en trois dimensions, il a produit des œuvres qui ont été exposées dans le monde entier. Il vient de publier un livre, mais il réalise aussi de nombreux films, des sculptures et des bijoux.



le plus souvent comme de simples ensembles de points dont on ignore tout des faces qui les délimitent. Les fractales 3D sont en effet souvent définies comme des ensembles de voxels (l'équivalent des pixels de la dimension 2). On itère un calcul en partant des coordonnées du voxel :

$$(x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) \rightarrow f(f(x, y, z)) \rightarrow \dots$$

et, selon le comportement de la suite obtenue, on en déduit si le voxel appartient à la fractale. On utilise aussi cette suite pour fixer la couleur. Ce mode de définition impose des méthodes particulières de représentation. La qualité de la programmation est aussi importante et la quantité de calcul pour arriver à une image satisfaisante contraint parfois à faire des approximations : on développe donc un ensemble de techniques spécifiques aux dessins de fractales 3D.

La troisième étape est celle de la production d'images, de films ou de sculptures. C'est l'étape créative. Parfois, l'artiste profitera d'un artefact des calculs pour obtenir une image encore plus étrange que celle de la réalité mathématique. C'est l'analogue des photos brouillées, des tirages surexposés ou des éclats lumineux parasites que les photographes exploitent délibérément pour produire des images singulières.

Une conception globale

Notons bien (peut-être est-ce ce qui dérange ?) que la conception d'une image par l'artiste ne se fait pas pixel par pixel comme pour une peinture où l'artiste dépose progressivement les pigments sur sa toile par petites quantités. La conception ici est globale, l'artiste ne sait pas toujours précisément ce qu'il va obtenir, mais il sait que telle modification produit tel effet, que choisir les éclairages selon telle méthode donne une certaine atmosphère, que telle palette de couleurs convient, etc. Il sait aussi reconnaître une zone prometteuse et s'en approcher.

N'oublions pas que l'exploration des fractales 3D est un jeu à quatre degrés de liberté principaux : les trois directions de l'espace habituel et le grossissement. En réalité, à côté de ces quatre paramètres

principaux, il y a aussi ceux de l'orientation du regard (deux paramètres), ceux de la couleur et des effets de matière (faire en sorte que la fractale semble en or, par exemple), ceux de l'éclairage, ceux de la transparence, et ceux spécifiques à chaque forme fractale qu'on explore, et ils peuvent être nombreux.

Le travail fait autour des fractales, et en particulier des fractales 3D, est un travail scientifique. On explore des objets mathématiques et on en crée. On tente donc de connaître un domaine mathématique. On met au point des outils, algorithmes et programmes permettant d'y accéder et de mieux le percevoir et le comprendre. Ce travail mathématique et scientifique est très éloigné du travail habituel. L'essentiel des efforts n'est pas de démontrer des théorèmes (il y en a, mais tout ne tourne pas autour d'eux), mais de trouver des structures esthétiques. Les mathématiciens affirment être attachés à la beauté des démonstrations, des théories et des objets qu'ils manipulent, mais leurs visions ne sont pas celles de l'art fractal.

La communauté de l'art fractal communique par des réseaux sociaux et des forums (www.fractalforums.com/), plus que par des articles scientifiques. De tels articles sont tout de même présents dans les revues et les conférences d'infographie, mais ils traitent principalement des méthodes générales de représentation. Les échanges se font principalement par la publication d'images et de films sur des sites internet tels que *DeviantArt* (www.deviantart.com/) ou *Flickr*.

Assez peu d'argent tourne autour de tout cela ; pratiquement tout est fait pour le plaisir et l'échange social, et il n'y a guère de postes académiques liés, le travail fait ne s'insérant pas dans les disciplines traditionnelles.

Il n'y a pas qu'une seule façon de faire des mathématiques, qui serait la méthode définition-théorème-démonstration. Explorer l'univers des formules à la recherche de celles qui produisent des effets extraordinaires, ou un important rapport entre complexité apparente et complexité des formules en est une autre. Répertoire les méthodes, comprendre pourquoi elles

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur émérite à l'Université de Lille et chercheur

au Centre de recherche en informatique, signal et automatique de Lille (CRISTAL).

BIBLIOGRAPHIE

J. Brunet, *L'art fractal. Aux frontières de l'imaginaire*, Pole, 2014.

M. Hvidtfeldt, *blog Syntopia* (donne de précieuses informations techniques), 2014, <http://blog.hvidtfeldts.net/>

J. Leys, articles sur le site *Images des Maths*, 2010 : *Un ballon de foot fractal*, <http://images.math.cnrs.fr/Un-ballon-de-foot-fractal.html> *Mandelbox*, <http://images.math.cnrs.fr/Mandelbox.html> *Mandelbulb*, <http://images.math.cnrs.fr/Mandelbulb.html>

C. Pöppe, *Du relief pour les fractales*, *Pour la Science* n° 395, septembre 2010.

B. Mandelbrot, *Fractals and an art for the sake of science*, *Leonardo*, supplemental issue, pp. 21-24, 1989.



TRANTOR DESERT est le titre de cette autre œuvre de Jérémie Brunet. Trantor désigne la planète capitale de l'Empire galactique, dans les romans d'Isaac Asimov (*Cycle de l'Empire* et *Cycle de Fondation*).

fonctionnent, comment elles se combinent est une activité de nature mathématique.

La répugnance des mathématiciens à sortir du schéma axiomatique a déjà eu comme conséquence que les probabilités (domaine où la modélisation est importante et n'est pas une activité de type définition-théorème-démonstration) et la logique mathématique (où les aspects philosophiques des problèmes organisent une part importante du travail) n'ont été acceptées que tardivement.

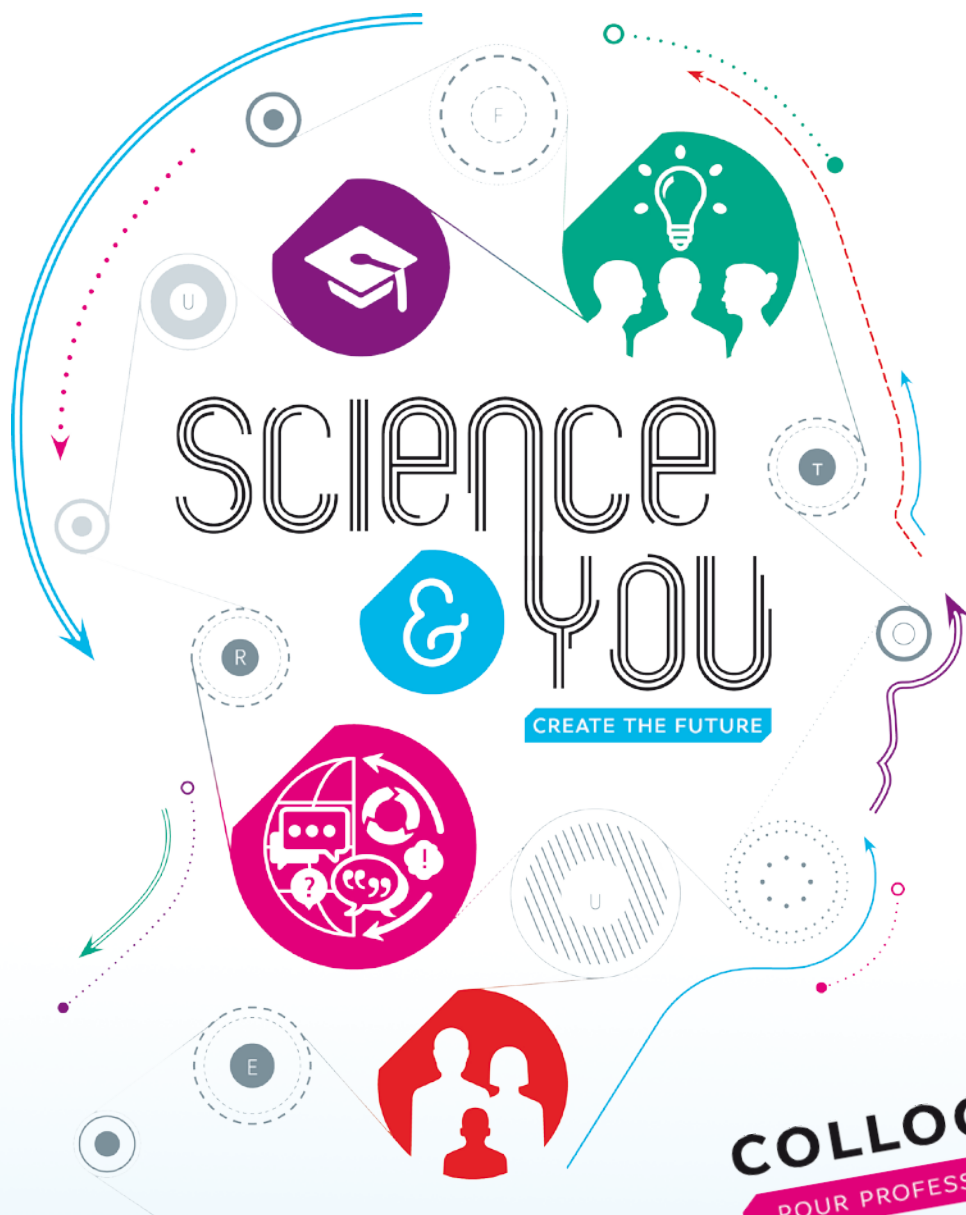
Vers la reconnaissance ?

Il est peu probable que la communauté mathématique soit prête à englober l'activité d'élaboration de méthodes nouvelles pour étendre le domaine des fractales et en maîtriser mieux la production et l'exploration. Mais gageons qu'à long terme, il est inévitable que cette reconnaissance se produise.

Le travail de pionnier de Benoît Mandelbrot sur les fractales a lui aussi été hors norme et hors circuit. Se moquant un peu des usages et de la frontière des disciplines, il a été un moteur essentiel au développement d'une multitude de travaux utilisant l'idée des fractales. Ces travaux ont touché les mathématiques, la physique, la biologie, l'astrophysique, l'économie et l'art. Aujourd'hui, des dizaines de livres et des milliers d'articles ont été écrits sur les fractales, qui sont un sujet transversal concernant toutes les sciences et bien au-delà. Leur existence, comme l'émergence d'un authentique art fractal, perturbe nos certitudes sur les frontières entre la science et l'art. ■



Retrouvez la rubrique
Logique & calcul sur
www.pourlascience.fr



2 AU 6 JUIN 2015
NANCY | FRANCE
CENTRE PROUVÉ

UN ÉVÉNEMENT CULTUREL ET SCIENTIFIQUE
D'ENVERGURE INTERNATIONALE
4 JOURS DE CONFÉRENCES, D'ATELIERS ET D'ANIMATIONS !

COLLOQUE
POUR PROFESSIONNELS
FORMATION
POUR DOCTORANTS
FORUM
SCIENCES & CULTURES
**ÉVÉNEMENTS
CULTURELS**
SUR LES SCIENCES

    science-and-you.com
[#SciYou2015](https://twitter.com/SciYou2015)