

OFFRE SPÉCIALE D'ABONNEMENT

POUR LA
SCIENCE

À découper ou à photocopier et à retourner accompagné de votre règlement dans une enveloppe non affranchie à :
Groupe Pour la Science - Service Abonnements - Libre réponse 90 382 - 75 281 Paris cedex 06

1. MA FORMULE

☐ **OUI, je m'abonne à l'offre « Intégrale » à 8,20€/mois.**

Je reçois le magazine **Pour la Science** (12 n°s/an)
+ son hors-série **Dossier Pour la Science** (4 n°s/an)
+ mon cadeau. Je bénéficie aussi de l'accès numérique illimité aux archives sur **www.pourlascience.fr**.

Mon e-mail obligatoire pour l'accès aux contenus numériques (à remplir en majuscules)

@

À réception de votre bulletin, comptez 5 semaines pour recevoir votre n° d'abonné. Passé ce délai, merci d'en faire la demande à abonnements@pourlascience.fr

2. MES COORDONNÉES

Nom : _____

Prénom : _____

Adresse : _____

Code postal : _____ Ville : _____

Pays : _____ Tél. : _____
Pour le suivi client (facultatif)

3. MON MODE DE RÈGLEMENT

☐ Je règle par prélèvement **8,20€/mois*** et reçois en cadeau la batterie externe (réf. 00BATT). Je remplis l'autorisation ci-dessous en joignant impérativement un IBAN/BIC.

*Pour la France métropolitaine et d'outre-mer. Pour l'Europe (pays de la zone SEPA) : 9,70€ par mois. Abonnement en reconduction tacite dénonçable à tout moment auprès du service abonnement avec un préavis de 3 mois. Conditions complètes sur www.pourlascience.fr

AUTORISATION DE PRÉLÈVEMENT PAR MANDAT SEPA

En signant ce mandat SEPA, j'autorise Pour la Science à transmettre des instructions à ma banque pour le prélèvement de mon abonnement dès réception de mon bulletin. Je bénéficie d'un droit de rétractation dans la limite de 8 semaines suivant le premier prélèvement. Plus d'informations auprès de mon établissement bancaire.

1 - COORDONNÉES DU TITULAIRE DU COMPTE

Nom, prénom _____

Adresse _____
Numéro et nom de la rue

Code postal _____ Ville _____ Pays _____

2 - COORDONNÉES BANCAIRES

IBAN _____
Numéro d'identification international du compte bancaire - IBAN (International Bank Account Number)

BIC _____
Code international d'identification de votre banque - BIC (Bank Identifier Code)

Type de paiement Paiement récurrent/répétitif

POUR LA
SCIENCE

3 - Date et signature obligatoires

À _____

Date _____

Signature : _____

NOM DU CRÉANCIER

Pour la Science - 8 rue Férou - 75006 Paris

ICS N° FR92ZZZ426900

N° de référence unique de mandat (RUM)

Partie réservée au service abonnement. Ne rien inscrire

☐ Je préfère régler mon abonnement d'un an en **une seule fois 99€**** sans bénéficier du cadeau.

** Offre valable en France métropolitaine et d'outre-mer. Pour l'étranger, participation aux frais de port à ajouter : Europe 16€ - autres pays 35€.

☐ Par chèque à l'ordre de *Pour la Science*

☐ Par carte bancaire N° _____
Date d'expiration _____ Clé _____

Signature obligatoire

En application de l'article 27 de la loi du 6 janvier 1978, les informations ci-dessus sont indispensables au traitement de votre commande. Elles peuvent donner lieu à l'exercice du droit d'accès et de rectification auprès du groupe Pour la Science. Par notre intermédiaire, vous pouvez être amené à recevoir des propositions d'organismes partenaires. En cas de refus de votre part, merci de cocher cette case ☐.

LOGIQUE & CALCUL

La beauté mise en formules

Entamée en 1933 par le mathématicien américain George Birkhoff, la recherche de mesures scientifiques du beau se poursuit avec des moyens théoriques et pratiques renouvelés.

Jean-Paul DELAHAYE

George Birkhoff (1884-1944) était l'un des plus brillants mathématiciens de sa génération. Professeur à Harvard pendant plus de trente années, il est connu en particulier pour son « théorème ergodique » généralisant la loi forte des grands nombres, qui affirme en particulier que quand on lance indéfiniment une pièce de monnaie non truquée, la proportion de piles (et de faces) tend vers 1/2. En 1933, il écrivit un livre ambitieux *Mesure esthétique* (*Aesthetic Measure*) où il définit des mesures de la qualité esthétique des œuvres artistiques.

Bien sûr, Birkhoff et ceux qui explorent ce sujet ont parfaitement conscience que la réussite d'un tel travail ne peut être que partielle : dans nos jugements esthétiques, notre culture, notre société, notre époque, notre expérience et notre sensibilité jouent de grands rôles. Une mesure de nature mathématique ne peut donc convenir à tous. Cependant, pour les figures géométriques et pour les formes abstraites, comme celles de la musique, pour la composition et la structure générale des œuvres, il n'est pas absurde que nous nous retrouvions tous, et que cette sensibilité partagée soit accessible à l'analyse et mesurable. C'est le projet que Birkhoff poursuit dans les 300 pages de son livre. Voici la présentation qu'il en fait.

« Il est important de noter que les objets appartenant à une classe particulière ont des valeurs esthétiques naturellement comparables. L'artiste et le connaisseur

excellent à mener de telles comparaisons. Si l'étude scientifique atteint son objectif, elle doit fournir une base rationnelle à ces évaluations intuitives. C'est là le problème fondamental de l'esthétique : déterminer, pour chaque classe d'objets esthétiques, les attributs spécifiques sur lesquels leur valeur repose. [...] L'expérience esthétique se décompose en trois phases. (1) Un effort préliminaire d'attention nécessaire à l'acte de perception, qui augmente en proportion de ce que nous appelons la complexité (C) de l'objet. (2) Le sentiment de la valeur ou de la mesure esthétique (M) qui récompense cet effort. (3) Enfin, une prise de conscience que l'objet est caractérisé par une certaine harmonie et symétrie et qu'il contient de l'ordre plus ou moins dissimulé (O), ce qui semble nécessaire à l'effet esthétique. »

Une formule générale pour la qualité esthétique

Fort de cette analyse, Birkhoff va définir la qualité esthétique des productions artistiques. Son objectif est d'évaluer des œuvres artistiques de même nature, par exemple des motifs décoratifs, ou des vases, comme le feraient, en moyenne, des êtres humains.

Le projet peut sembler déraisonnable, mais, formulé avec un peu de précaution comme le fait Birkhoff, il prend de la consistance. Les nombreux travaux qui ont prolongé ses idées prouvent qu'il a créé un domaine de recherche où se développent de

nombreuses pistes de réflexion tissant des liens nouveaux entre sciences et arts.

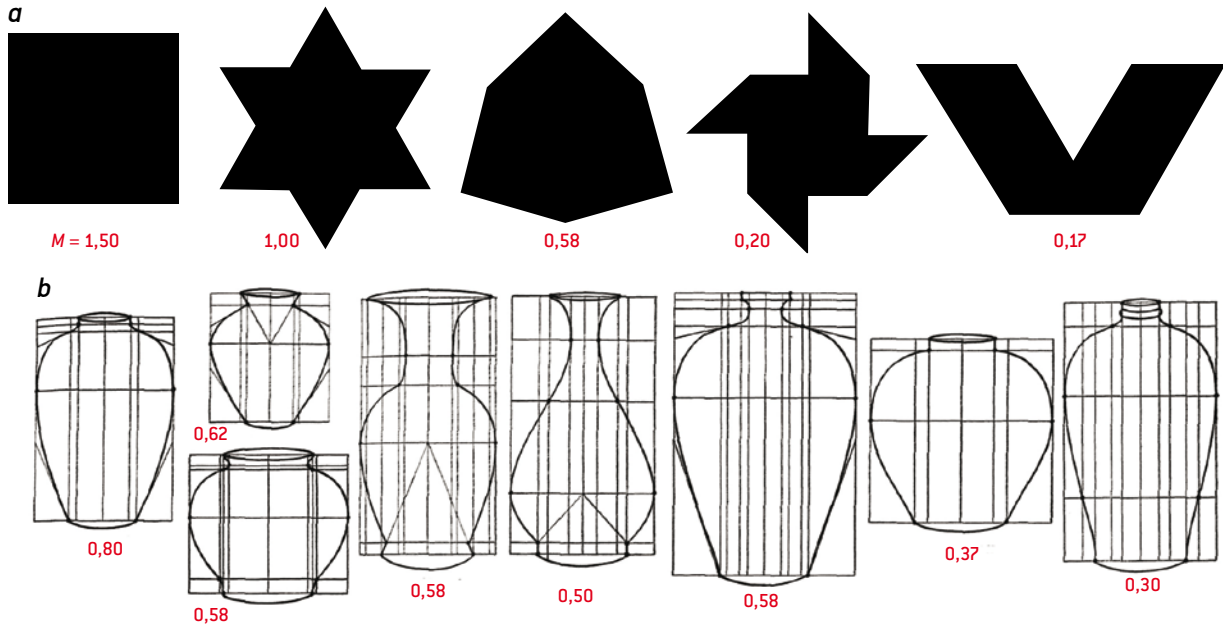
La formule générale que Birkhoff défend pour mesurer la qualité esthétique M d'un objet, d'un dessin ou d'une œuvre est $M = O/C$ où O est une mesure de son ordre et C une mesure de sa complexité.

Notons que la formule de Birkhoff ne s'applique pas aux objets trop simples et ne permet donc pas de trancher le débat sur la forme des rectangles : un rectangle dont le rapport des côtés est le nombre d'or, $(1 + \sqrt{5})/2 \approx 1,618$, est-il plus esthétique qu'un autre ? La question est controversée [voir dans cette rubrique « La numérologie du nombre d'or », *Pour la Science*, septembre 1999]. Assez sagement, Birkhoff pensait, comme une partie importante de ceux ayant à ce jour mené des expériences sur la question, que rien ne permet de départager les rectangles dotés de proportions simples : un carré, un rectangle d'or, un rectangle dont le rapport des côtés est $\sqrt{2}$ (formats A4, A3, etc.) ou $\sqrt{3}$, un rectangle obtenu en accolant deux carrés...

Les formes polygonales un peu plus complexes que les rectangles ont permis à Birkhoff de mettre en œuvre sa méthode pour mesurer l'intérêt esthétique de 90 formes polygonales avec sa formule $M = O/C$.

Pour justifier sa démarche, il a insisté sur l'idée que tout le monde s'accorde à trouver un triangle équilatéral plus beau qu'un triangle quelconque et qu'on doit pouvoir classer objectivement les polygones. Après une

L'esthétique selon George Birkhoff



George Birkhoff a construit une mesure M de l'esthétique sur la base de son idée que M doit être de la forme O/C , où O est une mesure d'ordre et C une mesure de complexité. Il a donné une définition précise de ces deux paramètres dans le cas de formes polygonales. Plus M serait grand, plus le polygone serait beau. Birkhoff a appliqué sa méthode à 90 polygones. Les résultats pour quelques-uns d'entre eux sont indiqués en (a).

À la page 78 de son livre sur la mesure esthétique, Birkhoff exprime son admiration pour une forme particulière d'art géométrique : « L'excellence des vases chinois, et plus généralement de la poterie chinoise, est bien connue. R. Hobson dans son livre sur l'art chinois écrit "Nulle part ailleurs sans doute, la suprématie de la Chine est autant marquée que dans les arts de la céramique. Les agréables formes de la poterie T'ang, les fines porcelaines monochromes des Sung et les magnifiques jarres à trois couleurs des Ming sont des choses inégalables". Il est notable aussi que les Chinois aient utilisé des dessins de vases totalement symétriques, produisant une intéressante variété de motifs géométriques. »

Birkhoff a tenté de mesurer la qualité esthétique des vases à partir de sa formule. Pour lui, un vase est déterminé par une

courbe qui, en tournant autour d'un axe vertical, en fixe la forme. Il mesure la complexité de la courbe par le nombre de ses points singuliers : extrémités, points d'inflexion, points anguleux, points où la tangente à la courbe est horizontale ou verticale. Ce nombre est la complexité C . L'ordre O , lui, est déterminé en calculant les coordonnées des points singuliers et en comptant combien de fois deux coordonnées sont égales ou dans un rapport de 1 à 2. Cette mesure est appliquée à huit exemples de vases chinois (b). Birkhoff a utilisé sa mesure pour imaginer de nouveaux vases (c).

Depuis, on a montré que la mesure proposée par Birkhoff pour les vases est

sensible aux petites déformations, ce qui est ennuyeux puisque les artisans ne réalisent pas les modèles avec une parfaite exactitude. Cela a conduit à définir une variante de la mesure de Birkhoff (T. Staudek, *On Birkhoff's aesthetic measure of vases*, Faculty of Informatics, Masaryk University Report Series, FIMU-RS-99-06, 1999).

La mesure de Birkhoff pour les vases a été utilisée récemment pour créer aléatoirement, à l'aide de programmes, de nouvelles formes de vases et les classer (K. Reed, « Aesthetic measures for evolutionary vase design », dans *Evolutionary and Biologically Inspired Music, Sound, Art and Design*, Springer, Lecture Notes in Computer Science, vol. 7834, pp. 59-71, 2013).



analyse d'une quinzaine de pages, Birkhoff introduit une formule à cinq paramètres pour mesurer O dans le cas de formes polygonales. Sa formule prend en compte l'existence d'une symétrie verticale, V ; l'existence de rotations laissant invariante la figure, R ; la présence d'horizontales et de verticales, HV ; l'équilibre, c'est-à-dire la position décentrée ou non du centre de gravité, E ; les positions des sommets et les longueurs des côtés qui sont plus ou moins uniformément réparties, ce qui peut agir négativement sur la sensation esthétique, F . Cela lui donne la formule : $O = V + R + HV + E - F$. Nous n'indiquons pas tous les détails de l'évaluation numérique, ils occupent deux pages entières du livre.

La complexité, C , est mesurée par le nombre de droites qui permettent de contenir tous les côtés du polygone; si le polygone est convexe, C est le nombre de côtés.

Chacun jugera sur les quelques images reproduites dans l'encadré page 79, et évaluées par cette méthode, de la pertinence des critères de beauté de Birkhoff. En utilisant d'autres paramètres soigneusement introduits et discutés, Birkhoff a appliqué sa méthode aux vases. Récemment, l'approche a été testée et utilisée pour engendrer de nouveaux modèles de vase et a donné d'intéressants résultats.

Une recherche sans cesse renouvelée

Un problème dans la conception de Birkhoff, même pour ceux qui pensent qu'on doit poursuivre dans sa voie, est l'arbitraire des paramètres qu'il introduit pour mesurer l'ordre et la complexité d'une classe particulière d'objets et qu'il combine d'une façon particulière. Un autre chercheur, face à la même classe d'objets, proposera sans doute d'autres paramètres et les combinera différemment.

La théorie de l'information et la théorie de la calculabilité ont introduit des notions universelles attachées à tout objet numérique. S'appuyant sur elles pour concevoir les mesures de O et C est donc apparu une piste pour suivre l'idée de Birkhoff.

En 1948, la théorie de l'information de Claude Shannon, que Birkhoff n'a pu connaître, a suggéré une méthode pour évaluer l'ordre et la complexité. Cette théorie introduit en

particulier l'entropie, qui mesure la quantité d'information contenue ou fournie par une source d'information, par exemple une œuvre d'art.

En s'appuyant sur les idées de Shannon, le philosophe allemand Max Bense et l'ingénieur français Abraham Moles défendirent des lectures nouvelles de la formule O/C de Birkhoff. Chaque création artistique part d'un répertoire fixé d'éléments (couleurs, tracés élémentaires, sons, mots, etc.) qui est transmis, partiellement, dans l'objet artistique. Créer est une activité de sélection parmi l'ensemble des possibilités offertes par le répertoire. Le répertoire d'un peintre, par exemple, est la palette de couleurs dont il dispose, chaque couleur possible étant affectée d'une probabilité; le tableau est le résultat du choix, pour chaque élément de sa surface, d'un élément du répertoire. On peut alors considérer que la redondance (mesurée par l'autocorrélation statistique) du tableau est l'ordre O du tableau, et que l'entropie de Shannon de la palette (assimilée ici à sa richesse en possibilités) est sa complexité C .

D'autres façons d'utiliser la théorie de l'information de Shannon sont envisageables. Il en est ainsi de l'approche statistique menée par Jaume Rigau, Miquel Feixas et Mateu Sbert, de l'université de Gérone en Espagne, appliquée à un ensemble de neuf tableaux (voir l'encadré page ci-contre).

L'utilisation de la théorie de Shannon en esthétique reste incertaine et n'a connu qu'un succès limité. Sans doute l'utilisation des notions statistiques pour l'analyse d'une image (ou d'une musique, etc.) est-elle insuffisamment précise : ces notions ne prennent pas en compte l'organisation structurée détaillée des objets. Dans le cas d'une peinture par exemple, utiliser les mêmes pixels qu'une image A et en changer la disposition (les déplacer, sans en supprimer ni en ajouter) donne une image B dont la plupart des paramètres statistiques, l'entropie en particulier, seront les mêmes que ceux de l'image A . Comment éviter cette imprécision ?

Née durant la décennie 1930-1940 des travaux de Kurt Gödel, Alonzo Church et Alan Turing, la théorie de la calculabilité, l'étude mathématique des mécanismes élémentaires de calcul, aurait intéressé Birkhoff. Cette

théorie introduit une nouvelle vision de l'information et de la complexité grâce à la théorie algorithmique de l'information qui la prolonge et qui, à partir de 1965, a été développée par Andreï Kolmogorov, Leonid Levin et Gregory Chaitin.

Cette théorie définit des notions universelles d'ordre et de complexité qui permettent de nouvelles lectures de la formule de Birkhoff, prenant en compte les aspects structurels des œuvres. Nous allons en évoquer plusieurs, mais d'autres sont possibles et les recherches se poursuivent.

Longueur de programme et temps de calcul

En 1998, Vladik Kreinovich, Luc Longpré et Misha Koshelev, de l'université du Texas à El Paso, en se fondant sur une analyse fine de ce que représentent un temps de calcul et la longueur d'un programme, proposent de définir la valeur esthétique d'un objet numérique Ob par la plus grande valeur possible du rapport $M = 2^{-I(P)}/t(P)$ où P est un programme qui produit Ob , $I(P)$ étant la longueur de P et $t(P)$ le temps de calcul de P .

Cette définition est justifiée par ses auteurs à l'aide d'une analyse mathématique impossible à détailler ici. Mais elle se comprend, puisque l'on retrouve finalement la formule de Birkhoff avec l'interprétation suivante des paramètres O et C :

C est le temps de calcul $t(P)$ de P ; les objets complexes étant longs à calculer, ce temps de calcul est une mesure de complexité.

$O = 2^{-I(P)}$, ce qui correspond à l'idée que plus il y a d'ordre dans un objet Ob , plus $I(P)$ est petit car simple à décrire, et donc plus $2^{-I(P)}$ est grand.

Les auteurs reconnaissent cependant que leur formule est inutilisable en pratique car, pour identifier le programme qui réalise le maximum M de la formule, il faudrait mener une énumération infinie ! Même en se limitant aux programmes de longueur raisonnable, par exemple moins de 1 000 caractères, cela dépasserait les capacités disponibles aujourd'hui, puisque le nombre de programmes possibles de longueur n donnée augmente exponentiellement avec n .

Les expériences des chercheurs de l'université de Gérone

Jaume Rigau, Miquel Feixas et Mateu Sbert, de l'université de Gérone en Espagne, ont mené des expériences portant sur de vrais tableaux. Ils ont en particulier calculé des mesures esthétiques fondées sur la formule de Birkhoff et utilisant la théorie de l'information de Shannon et la théorie algorithmique de l'information de Kolmogorov. Leur méthode consiste d'abord à diviser le tableau en N pixels.

Chaque pixel peut prendre un nombre déterminé d'états, en général une puissance 2^k de 2, par exemple 8 couleurs, ce qui correspond à $k=3$. Ce nombre k étant fixé, l'entropie maximale d'un tableau est $H_{\max} = Nk$. En effet, s'il y a huit couleurs et qu'elles sont utilisées sans en favoriser aucune, il faudra 3 bits d'information pour spécifier chaque pixel, donc $3N$ bits au total. C'est la situation

de désordre maximal, donc d'entropie maximale. Cependant, un tableau réel utilise les couleurs avec des proportions spécifiques, par exemple plus de bleu que de rouge. L'entropie H_r de l'ensemble des pixels du tableau réel, qui est une mesure de cet usage restreint des possibilités de la palette, est donc plus petite que $H_{\max}$. Plus l'écart entre $H_{\max}$ et H_r est grand, plus il y a d'ordre dans

le tableau. D'où l'idée de prendre $O = H_{\max} - H_r$ et $C = H_{\max}$ pour mesurer les paramètres de la formule générale $M = O/C$ de Birkhoff, ce qui donne une mesure esthétique à la Shannon :

$$M_S = (H_{\max} - H_r) / H_{\max}$$

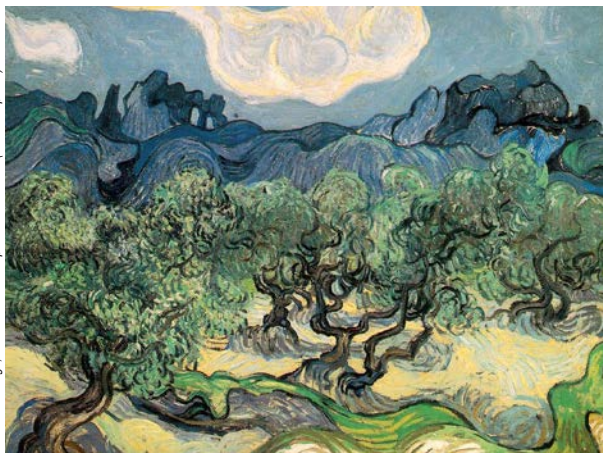
Une application possible de la théorie de la complexité algorithmique consiste à prendre $H_{\max} = Nk$ comme mesure de complexité (c'est le nombre de bits nécessaires pour mémoriser un tableau quand on réserve k bits pour chaque pixel). La taille H_K en bits de l'image compressée par un algorithme de compression d'images sans perte est considérée comme une approximation de la complexité de Kolmogorov du tableau. On choisit alors de poser : $O = H_{\max} - H_K$ et $C = H_{\max}$, ce qui donne une mesure esthétique à la Kolmogorov :

$$M_K = (H_{\max} - H_K) / H_{\max}$$

La mesure M_S , dont le défaut principal est de se fonder uniquement sur la distribution statistique des pixels sans prendre en compte leurs positions, favorise clairement les tableaux les plus simples. La mesure M_K prend plus finement en compte la structure complète du tableau.

Les chercheurs de Gérone ont examiné trois tableaux de Mondrian, trois de Seurat et trois de van Gogh. Ceux de Mondrian, très géométriques, sont considérés comme les plus beaux par les mesures esthétiques M_S et M_K . Cela peut se comprendre : avec les Mondrian, l'ordre, mesuré aussi bien à la Shannon qu'à la Kolmogorov, est assez élevé. En effet, H_r et H_K étant petits, la différence entre les deux termes du numérateur est grande, d'où un quotient O/C élevé. Les van Gogh sont favorisés par M_K , beaucoup plus qu'ils ne le sont par M_S ; cela s'explique par le fait nettement perceptible que la structure géométrique des van Gogh est plus simple que celle des Seurat, ce que la mesure M_S ne voit pas, car elle ne prend en compte que la fréquence d'usage des couleurs et pas leur disposition sur la toile, alors que M_K prend en compte la disposition spatiale.

On trouvera plus de détails dans l'article de Jaume Rigau, Miquel Feixas et Mateu Sbert (voir la bibliographie).



Vincent van Gogh. Oliviers avec les Apollides dans le fond (Domaine public)

DEUX DES NEUF tableaux considérés par les chercheurs espagnols. Le van Gogh ci-contre a pour mesures $M_S = 0,280$ et $M_K = 0,650$. Pour le Seurat ci-dessous, on a $M_S = 0,290$ et $M_K = 0,539$.



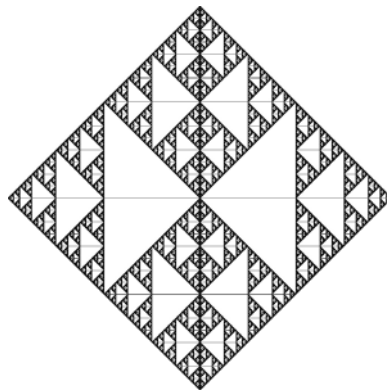
Georges Seurat. Un dimanche après-midi à l'île de la Grande Jatte (Domaine public)

Une mesure esthétique selon Roland Yéléhada

La mesure esthétique proposée par Roland Yéléhada s'appuie sur la théorie algorithmique de l'information. L'exemple considéré ici est un double tapis de Sierpinski. L'image fractale est un carré de 1024 pixels de côté. La mémorisation de cette image pixel par pixel occupe donc 1,048 million de bits, soit 131 032 octets.

Il existe une définition surprenante de cette image (elle a été utilisée pour obtenir le dessin) : « Placez une droite de 2^{20} cases noires sur un quadrillage carré illimité de cases blanches, puis appliquez 2^{20} fois à cette configuration les règles du Jeu de la vie de John Conway (à savoir : Une case blanche devient noire si exactement 3 cases voisines sont noires parmi les 8 cases qui l'entourent ; une case noire le reste si exactement deux ou trois cases voisines sont noires et, sinon, devient blanche). Placez ensuite le résultat dans une image carrée de côté 1024. »

On peut facilement écrire en moins de 1000 caractères un programme effectuant cette tâche. L'existence de ces programmes courts signifie que la complexité de Kolmogorov de l'image est inférieure à 1000 octets



(ou 8 000 bits). Un langage de description d'images tel que celui utilisé par le compresseur d'image PNG exploite des régularités dans l'image en noir et blanc, par exemple

le fait qu'il y a de longues séries de pixels noirs et blancs consécutifs. On obtient ainsi l'image du double triangle de Sierpinski, qui comporte un million de pixels noirs ou blancs, à l'aide de 8 522 octets seulement.

La compression PNG fait donc passer la taille du fichier de 131 032 octets à 8 522. C'est bien, mais c'est très loin de l'optimal qui conduirait à moins de 1000 octets. L'écart entre un codage « en ressource limitée » effectué par le compresseur PNG et la compression optimale est, pour Roland Yéléhada, une mesure esthétique de l'image.

Pour l'auteur de cette mesure, le sentiment de beauté est d'autant plus grand qu'est grande la différence entre la taille de la représentation optimale d'une image (se fondant sur la « compréhension » complète de l'image ou de ce qui l'engendre) et la taille de la représentation en ressource limitée dont est capable notre cerveau.

En 1995, le Français Roland Yéléhada a suggéré une autre idée tirée de la théorie algorithmique de l'information pour définir et mesurer la valeur esthétique d'un objet numérique Ob. La mesure proposée est $K_1(Ob) - K(Ob)$, où $K(Ob)$ est complexité de Kolmogorov de Ob, c'est-à-dire la taille du plus court programme qui donne Ob, et $K_1(Ob)$ la complexité de Kolmogorov en ressource limitée de Ob, c'est-à-dire la taille du plus court programme qui donne Ob en considérant un langage de programmation aux possibilités limitées.

Une complexité liée aux capacités humaines ?

Le langage à ressource limitée à prendre en compte correspondrait aux capacités de calcul d'un humain, ou au moins tenterait de les modéliser. Un tel langage exprimerait simplement que des points sont alignés, car nous le percevons immédiatement, mais ne pourrait pas exprimer simplement des relations du type « $59\,049 = 3^{10}$ » ou « la

huitième décimale de $\sin(\pi/7)$ est 3 », relations que les langages de programmation habituels expriment brièvement et testent instantanément, mais qui dépassent nos capacités d'analyse immédiate.

L'idée provient des images fractales. On les considère souvent belles et complexes, mais leur complexité est une illusion car les images fractales résultent de formules courtes et se définissent en utilisant des programmes simples de quelques lignes. Ces images nous paraîtraient belles car, sans que nous puissions le justifier, du fait de nos capacités limitées de calcul, nous aurions une certaine perception de leur simplicité. Cette perception proviendrait des multiples répétitions et déformations de motifs et de couleur à diverses échelles entre parties de la fractale que, sans réussir à les analyser complètement, nous ressentirions.

La sensation d'observer une image subtilement organisée (faible complexité de Kolmogorov), et de forte complexité de Kolmogorov en ressource limitée, donnerait un sentiment d'ordre mystérieux qui serait

la beauté. Plus l'écart entre les deux complexités serait grand, plus la satisfaction esthétique serait forte.

L'harmonie et la beauté que nous attribuons facilement aux formes du vivant seraient de la même nature. Nous les percevons clairement, mais nous n'avons pas la capacité de les comprendre entièrement et donc, pour décrire un animal, nous sommes obligés de le faire élément par élément (forte complexité de Kolmogorov en ressource limitée), sans profiter de tous les raccourcis que son unité permettrait si nous en avions la compréhension profonde (relativement faible complexité de Kolmogorov).

L'idée de Roland Yéléhada oblige à postuler une aptitude naturelle innée à évaluer la complexité de Kolmogorov d'un objet numérique. Or il est difficile de comprendre l'origine de cette aptitude, puisque justement ce que nous percevons n'est qu'une complexité de Kolmogorov en ressource limitée.

Une autre idée est directement liée à la théorie moderne de l'information, telle que Kolmogorov, Leonid Levin et Gregory Chaitin

l'ont reformulée à partir de 1965. Elle consiste à postuler que la valeur d'une création artistique est la quantité de travail et d'intelligence qui ont été mises en œuvre pour la produire. Si on suit cette idée, il faut bien sûr prendre en compte toute la préparation menée par l'artiste avant qu'il commence l'œuvre : la maturation, les essais préliminaires, l'élaboration progressive d'une conception du monde et d'un style personnel, l'apprentissage de son art auprès de maîtres et de guides, voire de concurrents. La mesurer exige d'évaluer les traces laissées par cette phase d'élaboration.

Profondeur logique

La « profondeur logique de Bennett » est une mesure du « contenu en calcul » présent dans un objet numérique Ob. En première approximation, c'est le temps de calcul du programme le plus court qui produit Ob (*voir dans cette rubrique « Qu'est-ce qu'un objet complexe ? », Pour la Science, mai 2013*). Son utilisation semble alors s'imposer pour mathématiser l'idée de maturation. Plus une œuvre inclut la trace d'une longue élaboration, assimilée ici à un long calcul, plus sa valeur artistique est grande. Un objet Ob étant donné, l'idée est alors de définir le O de Birkhoff par la profondeur logique de Bennett de Ob, et la complexité C par la complexité de Kolmogorov de Ob.

Pour que nous puissions calculer instantanément le rapport O/C , il faudrait mesurer ces paramètres O et C avec un langage de programmation en ressource limitée modélisant les capacités de l'être humain.

Recopier une œuvre n'est pas un travail créatif, même si la copie parfaite peut procurer à l'observateur la même satisfaction esthétique que l'œuvre originale. Si l'on souhaite mesurer non seulement la valeur esthétique d'une œuvre, mais aussi l'apport particulier du travail de l'artiste, il faut envisager autre chose. La théorie du calcul dispose d'un concept qui autorise cela. Un objet numérique E étant donné, on peut ne s'intéresser qu'aux programmes qui accèdent à cet objet : les programmes connaissant E . Le temps de calcul du programme minimal dans cette catégorie de programmes pour

produire un autre objet Ob est alors une mesure du contenu supplémentaire de calcul qu'il a fallu mener pour créer Ob par celui qui connaît E . C'est la « profondeur logique de Bennett de Ob relativement à E ». Ce concept semble correctement définir le travail réalisé par un artiste quand il crée Ob dans un contexte donné, qui met à sa disposition des œuvres déjà créées dont l'ensemble est E .

Ce dernier point permet de distinguer deux types de mesures esthétiques : la mesure d'une valeur esthétique en soi, qui ne se préoccupe pas de la nouveauté ou non du travail, et la valeur relative, dont la fonction serait d'évaluer la force d'innovation de l'œuvre.

Toutes ces idées sont séduisantes et générales. Elles semblent capables, en théorie, de mesurer la valeur esthétique d'une œuvre et sa nouveauté en les distinguant l'une de l'autre. Mais il faut reconnaître que les outils disponibles pour mesurer réellement la profondeur logique de Bennett sont limités. Des travaux menés par Hector Zenil, Cédric Gaucherel et moi-même ont permis de mesurer effectivement des valeurs approchées de la profondeur logique de Bennett d'images de petite taille, en utilisant des algorithmes de compression de données. Cependant, l'extension de telles mesures à des images plus grandes, tentée avec Jean-François Colonna, rencontre des difficultés techniques qui, pour l'instant, interdisent de traiter de façon satisfaisante des œuvres réelles.

Certains verront dans ces difficultés la confirmation du préjugé que la science ne peut pas parler de manière précise et objective de l'art, et que les méthodes suggérées par la théorie moderne de l'information, quoique séduisantes et profondes, sont condamnées à l'échec. Cette fois, non parce qu'elles sont fausses ou arbitraires (comme les méthodes à la Birkhoff) ou ne prennent que partiellement en compte les œuvres (comme les méthodes à la Shannon), mais parce que les calculs d'évaluation sont trop longs. La théorie définit des conceptions plausibles et des modèles abstraits séduisants, mais les utiliser serait hors de portée des machines actuelles.

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur émérite à l'université de Lille et chercheur au Centre de recherche en informatique, signal et automatique de Lille (CRISTAL).

BIBLIOGRAPHIE

J. McCormack, M. d'Inverno (éds.), **Computers and Creativity**, Springer, 2012.

H. Zenil, J.-P. Delahaye et C. Gaucherel, **Image characterization and classification by physical complexity**, *Complexity*, vol. 17(3), pp. 26-42, 2012.

J. Rigau, M. Feixas et M. Sbert, **Informational aesthetics measures**, *IEEE Computer Graphics and Applications*, vol. 2, pp. 24-34, 2008.

V. Kreinovich, L. Longpré et M. Koshelev, **Kolmogorov complexity, statistical regularization of inverse problems, and Birkhoff's formalization of beauty**, *SPIE's International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, International Society for Optics and Photonics, 1998.

G. Birkhoff, **Aesthetic Measure**, Harvard University Press, 1933.



Retrouvez la rubrique
Logique & calcul sur
www.pourlascience.fr

SCIENCE & FICTION

Jabba le Hutt, une limace de l'espace ?

George Lucas, le créateur de l'univers Star Wars, s'est peut-être inspiré de l'aspect de nombreux animaux terrestres à corps mou et de leurs techniques de locomotion pour imaginer le personnage de Jabba le Hutt.

Roland LEHOUCQ et Jean-Sébastien STEYER

Parmi les extraterrestres tirés des œuvres de science-fiction, certains ont un corps mou et visqueux, qui inspire souvent le dégoût. Le plus célèbre extraterrestre à corps mou est sans aucun doute Jabba le Hutt, seigneur du crime qui apparaît pour la première fois dans l'épisode VI, *Le Retour du Jedi* (George Lucas, 1983) et qui ressemble à une grosse limace. Sur Terre, certains organismes à corps mou semblent tout droit tirés de la science-fiction, tel *Hallucigenia* (voir la figure page 85). D'autres forment le groupe des « mollusques » qui rassemble aujourd'hui environ 130 000 espèces. Si leur étude – la malacologie – est une discipline de recherche déjà bien développée, ébauchons ce que pourrait être son équivalent extraterrestre dans le cas particulier de Jabba le Hutt. À quelle espèce pourrait-il être rattaché et comment un être mou aussi gros peut-il se déplacer à l'air libre ?

Sur Terre, les mollusques sont apparus il y a au moins 500 millions d'années. Ils ont un mode de vie aquatique, amphibie ou rampant. Leur structure résulte d'un compromis entre plasticité du corps et maintien des organes. Ces animaux sont recouverts d'une peau élastique, visqueuse, à écailles ou nue, et reliée à des glandes sébacées ou séreuses. Et pour parfaire leur aspect, ils exhibent parfois des tentacules et des pustules.

Terrestres, ces organismes sont de petite taille à cause de l'absence de squelette interne : trop grand, leur corps s'effondrerait sous leur propre poids. De ce point



JABBA LE HUTT est un gangster de l'univers *Star Wars*. Sa physionomie rappelle aussi bien la limace que le crapaud.

de vue, Jabba ne cadre guère. Dans l'eau, être massif et mou pose moins de problème grâce à la poussée d'Archimède. Ainsi, les plus grandes formes de vie de notre planète sont molles et aquatiques, tels des vers marins de plusieurs dizaines de mètres ou des méduses géantes (masses gélatineuses pleines d'eau) à l'image de *Cyanea capillata* qui mesure jusqu'à 2 mètres de diamètre avec des tentacules de plus de 30 mètres de long.

Dès lors, si Jabba est trop gros pour vivre hors de l'eau, comment de surcroît fait-il pour se déplacer ? Les organismes mous ou à peau molle, mollusques ou non, ont de nombreuses glandes sécrétant un mucus qui participe à la locomotion, mais pas uniquement. Chez des espèces subdésertiques, ce mucus hydrate les œufs qui sont logés dans une sorte de poche marsupiale. Pour d'autres espèces, le mucus facilite le transit des aliments dans l'œsophage et empêche les sucs gastriques de dissoudre les parois de l'estomac (cela expliquerait pourquoi *Alien* bave autant). Et le mucus prévient l'assèchement des tissus chez les amphibiens actuels, dont la peau est très lisse.

Pour revenir au rôle du mucus dans la locomotion, celui des anguilles et des lamproies – tous deux vertébrés aquatiques – facilite leur déplacement dans l'eau et les rend plus difficiles à capturer par leurs prédateurs.

Notons cependant que sécréter un mucus n'est pas obligatoire pour ramper : les serpents, par exemple, avec leurs écailles et