

On notera et on démontrera sans mal que, à part le carré au centre d'un cyclone, un tatami carré isolé ne peut être présent que sur un bord du rectangle pavé.

Toutefois, placer au hasard des noyaux dans un rectangle ne conduit pas toujours à un pavage à tatamis correct. En effet, chaque noyau engendre des diagonales contraintes qui, si elles se rencontrent, doivent être compatibles, ce qui est lié à la parité de leur écartement. Alejandro Erickson et les autres chercheurs déjà mentionnés ont tiré de toutes ces remarques une caractérisation précise des pavages à tatamis de rectangles. Elle est assez compliquée, mais permet de démontrer des résultats intéressants et précis. Notons $T(r, c, m)$ le nombre de pavages à tatamis d'un rectangle de hauteur r , de largeur c et comportant m tatamis carrés. Voici quelques propriétés aujourd'hui établies.

— Si $T(r, c, m)$ est strictement positif, alors m et le produit rc ont la même parité, et m est inférieur ou égal au maximum de $(r+1, c+1)$.

— Soient m et n deux entiers de même parité. Le nombre de pavages à tatamis du carré $n \times n$ comportant exactement m tatamis carrés est nul si $m > n$, égal à n^{2n} si $m = n$, et égal à $m^{2m} + (m+1)^{2m+1}$ si $m < n$.

— Les décomptes sont maintenant beaucoup plus compliqués, mais pour une hauteur donnée, il a été démontré que la fonction génératrice de la suite est un quotient de polynômes dont on sait calculer les coefficients.

Comme pour les pavages tatami-parfaits, si un rectangle possède un pavage de tatamis, alors il semble que la connaissance de ce pavage sur le pourtour du pavage le détermine complètement. Cependant, cette propriété n'est pour l'instant qu'une conjecture.

Aujourd'hui, résoudre les problèmes par *oui* ou *non*, mener des décomptes et obtenir des formules ou des séries génératrices n'est plus la seule préoccupation des mathématiciens : ils veulent aussi des algorithmes ou au moins savoir quels types d'algorithmes sont possibles ou impossibles.

Quand on se donne une forme quelconque composée de carrés collés par leurs côtés (ces formes sont dénommées « polygones orthogonaux ») et que l'on s'intéresse à leurs pavages par tatamis, la question naturelle

qui se pose est : est-il possible ou non de trouver par algorithme un pavage à tatamis ou un pavage tatami-parfait ? Dans le cas des rectangles, les résultats expliqués précédemment montrent que la réponse est calculable par algorithme et qu'on peut le faire rapidement (on peut répondre *oui* ou *non* en un temps majoré par un polynôme en k , où k est l'aire du rectangle mesurée en nombre de tatamis 1×1).

Et les polygones orthogonaux ?

Dans le cas des pavages simples par dominos (donc sans la contrainte « Pas de rencontre de quatre dominos en un point »), on connaît des algorithmes indiquant en temps polynomial si la forme peut être pavée, et d'ailleurs on connaît de tels algorithmes non seulement pour les rectangles, mais aussi pour les polygones orthogonaux quelconques.

Un deuxième cas facile est celui de savoir si un polygone orthogonal admet un pavage à tatamis (avec des rectangles 1×2 et 1×1). La réponse est toujours *oui* : on prend le pavage en mur de briques de tout le plan, et on y découpe le polygone orthogonal ; certains tatamis 1×2 sont coupés et créent des tatamis 1×1 , mais tout ce qu'il y a à l'intérieur du polygone orthogonal découpé est bien un pavage à tatamis convenable.

Un cas restait difficile, celui des pavages tatami-parfaits (uniquement des tatamis 1×2 , et respect de la règle « Jamais quatre tatamis en un même point »). L'analyse de la question dans le cas général des polygones orthogonaux a été difficile, mais Alejandro Erickson et Frank Ruskey ont démontré en 2013 que le problème est NP-complet. Cela signifie que si la conjecture $P \neq NP$ est vraie (ce que l'on considère comme très probable), alors il n'existe pas d'algorithme permettant de savoir rapidement (en un temps polynomial) si un polygone orthogonal quelconque admet un pavage tatami-parfait. Cette propriété exprime que trouver des pavages tatami-parfaits demande en général une longue et difficile recherche. Puisque c'est devenu un théorème, on peut donc affirmer : les problèmes de tatamis sont des casse-tête... chinois !

L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE
est professeur
émérite
à l'université
de Lille
et chercheur

au Centre de recherche
en informatique, signal
et automatique de Lille (CRISTAL).

BIBLIOGRAPHIE

A. Erickson et F. Ruskey, **Generating tatami coverings efficiently**, prépublication arXiv:1403.4776, 2014.

A. Erickson et F. Ruskey, **Dominotatami covering is NP-complete**, dans *Combinatorial Algorithms* (Lecture Notes in Computer Science n° 8288), Springer, pp. 140-149, 2013.

A. Erickson, **Monomino-domino tatami coverings**, thèse, université de Victoria, 2013.

A. Erickson et F. Ruskey, **Enumerating maximal tatami mat coverings of square grids with vertical dominoes**, prépublication arXiv:1304.0070, 2013.

Références supplémentaires sur www.pourlascience.fr



Retrouvez la rubrique
Logique & calcul sur
www.pourlascience.fr

SCIENCE & FICTION

Hulk et la grenouille, champions de la métamorphose

Certains personnages de fiction sont capables de changer radicalement et rapidement de forme. La nature n'est pas en reste dans ce domaine !

Jean-Sébastien STEYER et Roland LEHOUCQ. Illustration : Marc BOULAY

De nombreux héros et autres monstres imaginaires présentent l'extraordinaire capacité de changer de forme rapidement, de leur plein gré (comme chez les Barbapapas) ou à leur insu (Bruce Banner devient Hulk sous l'effet de la colère). D'Ovide (*Métamorphoses*, achevé vers l'an 10 de notre ère) à Franz Kafka (*La Métamorphose*, 1915), en passant par Robert Louis Stevenson (*L'Étrange cas du docteur Jekyll et de M. Hyde*, 1886), la transformation morphologique a toujours fasciné les auteurs.

La métamorphose est souvent synonyme de malédiction pour celui qui la subit. Au cœur de l'intrigue, elle est en général spectaculaire et irréaliste. Mais de nombreuses espèces animales subissent aussi des transformations impressionnantes. Quels processus biologiques se cachent derrière ces « effets spéciaux » de la nature ?

Le dieu Protée de la mythologie grecque, les princes des contes de fées transformés en grenouilles, les loups-garous et les vampires du folklore médiéval... : nombreux sont les êtres imaginaires qui changent de forme. Qu'ils soient victimes d'un sortilège, d'une malédiction ou au contraire qu'ils bénéficient d'un superpouvoir, ces personnages sont des *métamorphes* (du grec *meta*, qui veut dire « au-delà », et *morphe*, « la forme »). En sciences naturelles, le terme renvoie à la *métamorphose*, un changement rapide et draconien de forme au cours du développement.



BRUCE BANNER, ALIAS HULK, a été victime d'un accident dans un laboratoire de recherche. Il lutte pour maîtriser ses émotions, qui menacent de le métamorphoser en un géant vert, violent et incontrôlable.

C'est le cas des grenouilles, des insectes et de nombreux autres animaux parmi les mollusques, crustacés, cnidaires (coraux, méduses), échinodermes ou encore tuniciers (sortes de « sacs » marins). Tous ces « métamorphes », bien réels, se caractérisent par un développement discontinu en plusieurs phases très différentes, par exemple la phase larvaire qui dure plus ou moins longtemps avant le passage au stade adulte.

La métamorphose est un phénomène physiologiquement activé par la sécrétion d'hormones de croissance qui varient selon les groupes (ecdysone chez les insectes, hormone thyroïdienne chez les amphibiens...). Cette décharge hormonale dans l'organisme entraîne une cascade de changements : de nouveaux organes (ailes, pattes) apparaissent grâce à une prolifération cellulaire, certains se transforment (tel l'intestin spiralé des têtards qui se déroule lors de la métamorphose) tandis que d'autres organes (telle la queue du têtard) disparaissent définitivement par lyse (désintégration de la membrane cellulaire) ou apoptose (mort cellulaire programmée). Cette révolution morphologique à l'échelle de l'organisme s'accompagne souvent d'un changement important de taille, de masse et d'habitat : ainsi, le petit têtard, aquatique et essentiellement herbivore, se métamorphose en grenouille, adulte amphibie et carnivore.

Moins spectaculaire et radical que la métamorphose, le polymorphisme relève aussi de cette capacité biologique à changer de forme (la « plasticité phénotypique »).



LA MÉTAMORPHOSE

d'un être imaginaire, qui passe d'une forme arthropode à une forme mammifère – ou inversement.

Il se distingue de la métamorphose, car il correspond à une diversité de formes à un stade du développement donné, généralement le stade adulte. Ainsi, les termites adultes d'une même espèce ont un aspect différent selon leur fonction. Un autre exemple est le dimorphisme sexuel qui se traduit souvent par une différence de taille entre mâles et femelles (par exemple chez les primates ou les araignées).

Le polymorphisme s'applique aussi à l'échelle de l'individu : la pieuvre est, à sa façon, un étonnant polymorphe capable de changer de couleur et de texture rapidement. On retrouve cette faculté chez Mystique. Cette mutante ennemie des X-men peut prendre l'apparence de n'importe quel autre humain, mutant ou non. Mystique n'est donc pas une métamorphe au sens strict du terme, mais plutôt une polymorphe. Un autre polymorphe est le personnage imaginé par Ayerdahl (*Sexomorphoses*, 1994), qui peut changer de sexe à volonté.

Les métamorphes classiques de la culture fantastique sont plutôt des thériomorphes (de *therion*, « bête sauvage » en grec), c'est-à-dire des humains capables de se transformer en d'autres animaux, souvent des mammifères : c'est le cas des loups-garous (ou lycanthropes), des ours-garous (tel Beorn dans *Le Hobbit*, de J. R. R. Tolkien) ou encore du professeur Jonathan Chase, alias Maniman de la série télévisée éponyme des années 1980, capable de se changer à volonté en panthère, faucon, cheval ou autre !

Certains X-men sont aussi des thériomorphes : c'est le cas du Fauve ou de Gorilla-Man.

Leurs transformations sont impressionnantes, mais la plus belle métamorphose de l'histoire du cinéma demeure celle du *Loup-garou de Londres* (1981) de John Landis, aidé de Rick Baker pour les formidables maquillages et effets spéciaux : la mutation du jeune lycanthrope, David Kessler, qui s'effectue dans la douleur, change sa morphologie (allongement de la face et des canines) mais aussi son ostéologie (allongement des métacarpes et métatarses, développement d'apophyses vertébrales) et sa physiologie (forte pilosité, pupilles jaunes, narines dilatées et oreilles pointues).

Une affaire d'hormones

La plupart de ces métamorphoses fantastiques sont réversibles (selon l'humeur, la phase de la Lune, l'état de transe...), ce qui n'est pas le cas des métamorphoses réelles : une mouche ne peut plus redevenir un asticot, tout comme une grenouille ne peut plus redonner un têtard. Afin de rendre plausibles ces métamorphes imaginaires – ou « animagus » pour reprendre le terme du ministère de la Magie dans la saga *Harry Potter* de J. K. Rowling –, il faudrait peut-être imaginer des êtres capables de sécréter tantôt les hormones qui déclenchent la métamorphose (telles que les hormones thyroïdiennes citées plus haut) ou des stéroïdes, tantôt des hormones dites « juvéniles ».

Ces dernières ne sont pas fantaisistes, les insectes en sécrètent : elles agissent notamment dans le maintien de certains caractères larvaires et ont justement pour fonction de retarder la métamorphose. Des dérivés chimiques de ces hormones, nommés « composés juvéniles », sont connus naturellement chez d'autres arthropodes, crustacés et acariens notamment, mais aussi chez des plantes (telle une variété de pin américain, à l'origine d'ailleurs de leur découverte). Chez les insectes, ces hormones sont sécrétées par les « corps allates », des glandes endocrines logées juste derrière le cerveau.

On ne connaît pas de tels composés chez les vertébrés, mais on les synthétise en laboratoire : c'est le cas du méthoprène, une substance très active, même à faible dose, qui entre dans la composition d'insecticides. Il bloque le cycle de croissance des larves, qui ne passent jamais au stade adulte. Certes, ce composé ne rajeunit pas les espèces considérées comme nuisibles – il ne transforme pas des papillons en chenilles –, mais les dérivés juvéniles seraient peut-être une piste de recherche intéressante pour Bruce Banner qui s'évertue, par tous les moyens, à ne pas se transformer en Hulk à la moindre contrariété. ■

J.-Sébastien STEYER est paléontologue au CNRS-MNHN, à Paris. Roland LEHOUCQ est astrophysicien au CEA, à Saclay. Marc BOULAY est sculpteur numérique.

ART & SCIENCE

La glace brûle dans le triangle des Bermudes

Les disparitions soudaines dans le triangle des Bermudes seraient dues à de la « glace qui brûle », une forme du méthane qui libère ce gaz en se réchauffant : un bateau situé à l'aplomb de ces émanations ne serait plus porté. Et coulerait !

Loïc MANGIN

Il est environ midi, ce 9 février 1799, à quelques encablures de Niévès, une île des petites Antilles. L'équipage de l'*USS Constellation*, une frégate américaine commandée par Thomas Truxtun, repère l'*Insurgente*, un vaisseau français réputé très rapide. À son bord, le commandant Pierre-Michel Barreault, conformément aux ordres... décide de fuir (sa mission est de piller, pas de combattre). Une poursuite s'engage alors, puis un combat inégal, la frégate étant puissamment armée. La scène a été immortalisée par le contre-amiral John William Schmidt (voir page ci-contre). Rapidement, le navire français, en piteux état après plusieurs bordées dévastatrices, est arraisonné et capturé. La capture de l'*USS Retaliation* par cette même *Insurgente* le 20 novembre 1798 est vengée. Nous sommes alors au paroxysme de la quasi-guerre qui opposa la France aux États-Unis pendant deux ans.

Deux ans plus tard, le 22 juillet 1800, l'*Insurgente*, réparée et rebaptisée *USS Insurgent*, appareille de Baltimore. Après une brève escale à Hampton Roads, au sud-est de la Virginie, elle file vers les Antilles où elle doit protéger les intérêts américains. Elle ne le fera jamais. Le vaisseau et tout son équipage ne donneront plus de nouvelles au-delà du 20 septembre.

Cette disparition soudaine, que l'on a en général imputée à une tempête tropicale violente, offrira au navire une nouvelle renommée : en effet, aujourd'hui, l'*USS Insurgent*

est souvent cité parmi les premiers cas recensés dans les listes de disparitions mystérieuses qui auraient eu lieu dans le célèbre triangle des Bermudes...

Dans cette zone qui s'étend traditionnellement entre Miami, en Floride, l'archipel des Bermudes et San Juan, à Porto Rico, l'incidence des disparitions de bateaux ou d'avions serait bien supérieure à la normale. Précisons d'emblée que les statistiques des garde-côtes américains et celles des assureurs démentent cette idée.

La légende du triangle des Bermudes est née sous la plume de Vincent Gladdis,

**Le navire *USS Insurgent*
a-t-il été capturé
par des extraterrestres
ou coulé par des bulles de gaz ?**

un journaliste américain qui, en 1964, s'est inspiré de quelques disparitions inexplicables. Les adeptes du surnaturel se sont emparés de l'histoire et l'ont rendue populaire.

Nombre d'œuvres de fiction (chansons, films, romans...) ont contribué au succès du mythe. Et l'on ne compte plus les élucubrations formulées pour expliquer le phénomène : extraterrestres, habitants de l'Atlantide, champs magnétiques hors normes, distorsion spatio-temporelle...

Et s'il y avait un peu de vrai dans tout ça ? Non pas dans ces hypothèses fantaisistes, mais dans une possible série d'accidents

étranges qui resteraient sans explication. Dans ce cas, quelle cause invoquer ? Les récents travaux de Pavel Serov, de l'université arctique de Tromsø, en Norvège, offrent une réponse.

Ses collègues et lui ont étudié avec les outils de la sismologie deux pingos sous-marins (en inuit, un *pingo* est une petite colline glacée en forme de cône) au fond de la mer de Kara, au nord de la Sibérie, à l'est de la Nouvelle-Zemble. Ces reliefs, que l'on découvre pour la première fois immergés, ont 70 et 1 000 mètres de diamètre. Ils seraient apparus récemment et trahiraient la fonte du pergélisol sous-jacent et donc la libération de méthane qu'il contenait.

Ce gaz (d'origine géologique ou biologique) était auparavant emprisonné sous la forme d'hydrates où des molécules d'eau forment des sortes de cages piégeant le méthane. Ces hydrates de méthane ressemblent à de la glace, qui s'enflamme facilement à mesure qu'elle fond. Ce comportement leur a valu de nom de « glace qui brûle ».

Le gonflement des pingos révèle que du gaz libre s'accumule progressivement et menace de faire éclater la structure à tout moment. Déjà, l'un des deux pingos serait très riche en méthane (plus de 120 000 parties par million selon les analyses d'échantillons, contre au plus 55 pour l'autre !), ce qui laisse présager une explosion imminente.

Ce type de mécanisme serait également à l'œuvre dans l'apparition subite de cratères profonds en Sibérie, notamment celui de 80 mètres de diamètre, en juillet 2014 dans