

qui présentent « beaucoup de propriétés » de la catégorie des ensembles.

Pour Grothendieck, de l'autre côté du miroir entre les espaces ordinaires et les topos, du côté des topos, « le monde est plus beau ». Pour m'en donner une illustration, Olivier Leroy, un ancien élève de Grothendieck, m'avait expliqué il y a bien longtemps : « Passer des espaces topologiques aux topos, c'est comme passer de la géométrie affine à la géométrie projective : cela fait disparaître les cas particuliers. » (voir la figure page 35 et l'encadré page 36).

Plus généralement, le langage des topos permet de donner une représentation spatiale pertinente à des situations qui, classiquement, n'étaient pas associées à une telle représentation (principalement en algèbre). Par exemple, la théorie de Galois, qui portait originellement sur la résolubilité des équations algébriques, devient, dans le cadre des topos, un exemple de situation galoisienne que l'on rencontre dans beaucoup de domaines, comme la classification des revêtements d'un espace topologique.

Le langage des topos est devenu un outil fondamental pour un grand pan de la géométrie algébrique actuelle, notamment la géométrie algébrique dérivée. Continuation de la géométrie algébrique dans l'esprit de Grothendieck, cette géométrie est développée par des mathématiciens comme Jacob Lurie et Bertrand Toën en France. Ces mathématiciens ont même dépassé les « simples » topos et utilisent des notions de topos d'ordres supérieurs (les infini-topos, par exemple).

Certains essayent aussi de mieux comprendre les « espaces de modules », c'est-à-dire les espaces décrivant toutes les formes possibles d'objets d'un type géométrique donné, comme les courbes algébriques. Dans les années 1980, l'étude de l'espace algébrique de toutes les formes possibles de courbes, qui est en fait un topos et non un espace ordinaire, a été centrale dans le travail de Grothendieck.

Les applications de la théorie des topos vont aussi bien au-delà de la géométrie algébrique. Les physiciens théoriciens y voient un cadre naturel pour une logique quantique. Les logiciens, quant à eux, les utilisent pour construire des modèles de théories formelles : on peut voir chaque topos comme une sorte d'univers des ensembles avec sa propre logique. Comme application, on a pu construire un topos dans lequel l'hypothèse du continu n'est

pas vérifiée. Formulée au XIX^e siècle par le mathématicien allemand Georg Cantor, cette hypothèse affirme que si un ensemble présente un nombre d'éléments d'une infinité d'ordre supérieur à celle de l'ensemble des nombres naturels, alors il a au moins autant d'éléments que l'ensemble des nombres réels. La démonstration de cette hypothèse est le premier des 23 problèmes que le mathématicien allemand David Hilbert avait proposés en 1900 pour guider la recherche en mathématiques. En 1963, le mathématicien américain Paul Cohen avait montré que l'hypothèse ne peut se déduire des axiomes de la théorie des ensembles, ce qui lui avait valu la médaille Fields. La théorie des topos a permis de retrouver ce résultat de manière plutôt simple.

Nul besoin de points pour exister

Contrairement aux points des espaces topologiques, ceux des topos ne font pas partie de la structure, mais ils ne disparaissent pas forcément : un point d'un topos T est un morphisme du topos ponctuel (la catégorie des ensembles) dans T . Un topos non vide n'a donc pas forcément de point. En revanche, dans un topos, il peut y avoir des morphismes entre les points, comme dans la situation décrite dans la figure page 35.

D'une certaine manière, le théorème de Banach-Tarski (voir l'encadré page 36), si difficile à accepter dans le cadre classique et qui s'éclaire dans celui des topos, nous montre une certaine limite du choix qui prévaut depuis au moins Descartes, et qui consiste à modéliser (et même à penser !) l'espace comme un ensemble de points. Postulat d'ailleurs conforté par le point de vue ensembliste en vigueur depuis Cantor et Hilbert : dans les mathématiques « modernes », tous les objets sont des ensembles !

Le cadre des topos nous permet de sortir de ce carcan, car les topos n'ont pas besoin de points pour exister : il donne au mathématicien – comme s'il avait chaussé de nouvelles lunettes – un nouvel outil d'exploration, plus fin, faisant apparaître de nouveaux objets et apportant de nouvelles réponses à d'anciennes questions. ■

De l'autre côté du miroir

entre les espaces ordinaires et les topos, le monde est plus beau

■ BIBLIOGRAPHIE

Le site du Grothendieck Circle rassemble certaines œuvres inédites du mathématicien : www.grothendieckcircle.org/

UN ÉCRIVAIN en quête de vérité

Alexandre Grothendieck a laissé bien plus qu'une œuvre mathématique monumentale : une façon d'aborder le monde sans fard ni artifices, à commencer par ceux dont on se pare soi-même pour affronter la vie.

Leila Schneps

Si Alexandre Grothendieck n'avait pas été un grand mathématicien, nous n'aurions jamais connu l'écrivain prolifique qu'il fut, en particulier à partir des années 1970. Ses œuvres écrites, éparpillées, difficiles à déchiffrer, partiellement perdues, seraient restées au fond des malles où elles ont été consignées après sa mort. Du moins celles que Grothendieck n'a pas brûlées et qu'il conservait, à partir de sa disparition en 1991 (son retrait du monde pour le village de Lasserre, en Ariège), dans d'immenses classeurs sur les rayons de sa chambre à coucher. Aujourd'hui, les traits de cette figure mystérieuse pleine d'inspiration et de violentes contradictions, qui commençaient tout juste à émerger grâce aux quelques biographies parues depuis sa mort se précisent à la lecture des trésors de Lasserre. Et si c'est grâce au mathématicien que l'on découvre les œuvres littéraires de Grothendieck, celles-ci pourraient bien rester, être lues et appréciées pour elles-mêmes. Par sa constante quête de vérité et les multiples efforts déployés pour transmettre, au fil

L'ESSENTIEL

■ **Toute sa vie, Alexandre Grothendieck a écrit, consignait ses réflexions mathématiques, mais aussi ses pensées sur lui, les hommes et la société.**

■ **L'amour, les rêves, le mal... Les thèmes qu'il a abordés au fil de ses milliers de pages sont nombreux, mais une constante demeure : la volonté de voir le monde sans déformation.**

■ **Pour l'authenticité et la constance de sa démarche, il mérite d'être lu.**

© Shutterstock.com/DVARIG

du chemin, ses découvertes, Grothendieck mérite de rejoindre les monuments de la pensée française.

Toute sa vie, Grothendieck a écrit au fil de la plume, le plus souvent la nuit, une petite lampe allumée sur son bureau. Il faisait des plans détaillés, des tables des matières parfaitement organisées, et puis tout se délitait, sa plume – ou sa petite machine à écrire, dans les années 1980 – l'emportant à chaque fois vers des contrées inattendues. Il n'hésitait jamais à suivre cet appel, même si ses digressions l'emmenaient parfois fort loin du but initial. C'est pourquoi, par exemple, son manuscrit *La Clef des songes*, qui devait comporter 12 chapitres, n'en contient que 7, formant un total de quelque 350 pages, alors que les notes ajoutées constituent un ensemble impressionnant de presque 700 pages, qui peuvent d'ailleurs être lues tout à fait indépendamment. En commençant son livre dans les années 1980, Grothendieck voulait explorer son expérience du rêve, mais ses pensées l'ont entraîné sur une tout autre

J'évoque tout d'abord Sigrid Undset, Kristin Lavransdatter et Olev Audunsson, sûrement inspirés, puis l'Olympe russe de mon enfance : Dostoïevski, Tolstoï, Gogol, Tourguénieff, Gorki, enfin Knut Hamsun (qui fut le grand parmi les grands pour Hanka), et Selma Lagerlöf (de Gösta Berling). L'impression se dégage que tous ces auteurs, à part sûrement Gorki et peut-être Selma Lagerlöf, ont été inspirés dans au moins certaines de leurs œuvres (Souvenirs de la Maison des Morts, Âmes Mortes, Victoria, Faim...).

Et dans une lettre à un ami, Grothendieck se souvient d'avoir chahuté un professeur du Collège Cévenol, au Chambon-sur-Lignon où il était hébergé pendant les dernières années de la Seconde Guerre mondiale :

Rudi et moi partagions avec lui la même langue maternelle, l'allemand, et l'arrière-fond de culture littéraire idoine (Goethe et Schiller notamment, que M. Steckler aimait à réciter avec emphase).

Rudi et moi n'en loupions pas une pour le contrefaire et le tourner en dérision, en invoquant l'autorité des « plus grands écrivains de tous les temps » (soit Goethe, soit Schiller, suivant la citation).

Si le jeune élève Grothendieck avait ses moments provocateurs, il a trempé dès son plus jeune âge dans la grande littérature, et les effets s'en ressentent dans tout ce qu'il a produit par la suite.

Une inspiration soufflée de l'extérieur

Dès le moment où il s'est mis à méditer et à noter les résultats de ses méditations – « une certaine nuit du mois d'octobre 1976 », à l'âge de 48 ans – Grothendieck s'est vu surtout en chercheur, et témoin, de vérité. L'inspiration – ses idées, le fruit d'une réflexion intense et concentrée, le plus souvent nocturne – lui semblait soufflée de l'extérieur. Ce qui lui parvenait ainsi n'était pas en soi un renseignement ou une observation, mais plutôt la capacité d'y voir clair, d'observer sans déformation, de s'affranchir de la peur ou des forces de l'ego ; et il sentait qu'il était la voie par laquelle ces vérités devaient éclater au grand jour. Selon les différentes périodes de sa vie, Grothendieck a attribué la source de cette compréhension à Dieu, aux anges ou au fait que lui-même était un mutant, et il a appliqué cette même écoute aux mathématiques, au sort de la planète, à la société ou à la psychologie humaine.

voie : une réflexion sur les connexions psychologiques entre créativité et révélation.

Grothendieck lisait et relisait ce qu'il écrivait, l'annotant encore et encore. Les annotations se trouvent tantôt en marge, montrant combien il avait changé d'avis sur les questions profondes qui occupaient sa pensée (telles que l'existence de l'inspiration divine ou du libre arbitre), tantôt sous forme de petits numéros insérés dans le texte, renvoyant à de longues notes ajoutées à la fin. Les œuvres de Grothendieck ont une structure arborescente, et pas toujours d'aboutissement bien clair. Très imagé, tantôt rêveur ou même extatique, tantôt ironique – c'est là que l'on voit percer une rare pointe d'humour –, tantôt plus direct, presque pédagogique, Grothendieck a un style bien à lui, plein de tournures particulières et d'une rare originalité due à sa spontanéité. Lire Grothendieck, c'est accepter de se laisser prendre par la main pour une promenade dont on ne connaît pas le but. C'est partir à la découverte, et le voyage en vaut la peine.

Beaucoup ont dit que Grothendieck ne lisait jamais rien ou presque. C'est peut-être vrai de sa période mathématique, lorsqu'il avait entre 20 et 42 ans. Travaillant seize heures par jour, totalement concentré sur les mathématiques, il n'avait pas le temps pour autre chose, se consacrant déjà trop peu à sa famille, sans parler de loisirs sportifs ou culturels. Mais avant et après cette période, il a lu énormément. Pendant son enfance, vivant auprès de sa mère Hanka, il ne pouvait en être autrement. Femme de lettres très cultivée, journaliste professionnelle dans sa jeunesse, Hanka a notamment écrit entre 1945 et 1957 un long roman autobiographique non publié, mais extraordinaire, *Eine Frau*.

Grothendieck lui-même se remémore ses lectures au cours d'une longue méditation sur la véritable nature de l'inspiration qu'il sentait souffler en lui. « Les auteurs que j'ai aimés, ou qui m'ont impressionné à certaines époques de ma vie, dans mon enfance notamment, étaient-ils inspirés ? » se demande-t-il :

Il ne se sentait pas seul de son espèce; d'autres avant lui, comme Freud, Gandhi ou le poète américain du XIX^e siècle Walt Whitman, avaient su voir et décrire cette sorte de vérité qu'il caractérisait d'évidente et pourtant cachée à la plupart des gens par un épais voile égotique substituant d'autres images, plus plaisantes, à celles que seuls les « mutants » perçoivent avec immédiateté.

Pendant les premières années de méditation, dans les années 1970 et 1980, ces explorations ont abouti à des révélations intérieures concernant sa propre existence, ses véritables motivations, le vrai sens de ses rêves et de ses actes. Cette période a donné lieu à *Récoltes et semences*, *La Clef du yin et du yang*, puis *La Clef des songes*, ainsi qu'à une collection éparse de fragments et de poèmes et – comme à toutes les époques – à une abondante correspondance.

Pour s'exprimer, il avait recours à la poésie symbolique, quasi érotique, comme au raisonnement logique et serré. Dans un travail au titre ambitieux *Histoire de la Création*, écrit en 1992, on découvre une première partie intitulée « L'ère originelle, ou l'Amour et le Conflit », qui commence ainsi :

Aussi loin qu'elle regardait en arrière, toujours et à tout moment, il y avait eu l'Autre. Son regard était là, fasciné, la fouillant jusque dans les mouvements les plus déliés et les plus reculés de son âme, comme pour étreindre et pour prendre possession de ce qui pourtant, mystérieusement et inexorablement, toujours lui échappait. Même quand elle se donnait à lui, et même dans ces moments entre tous où toute réserve, toute prudence en elle s'était évanouie, effacées par cet élan d'amour se donnant tout entier – même en ces rares moments, le meilleur pourtant toujours lui échappait.

bien antérieur à ce texte, issu de *La Clef du yin et du yang* (1983-1985), il décrit sa première expérience, toute personnelle, de cette découverte, dans un passage qui garde toute sa pertinence aujourd'hui, à l'heure où la notion de genre suscite tant de débats :

C'était au mois de juillet 1976, au cours d'une courte liaison amoureuse avec une jeune femme, G., peut-être un brin plus « hommasse » dans ses façons d'être que les femmes que j'avais aimées précédemment. Le hasard (?) a voulu que les circonstances matérielles qui ont entouré ces amours étaient telles, que je me voyais placé dans un rôle typiquement « féminin ». Je faisais le ménage et préparais les repas du soir, en attendant que le conjoint rentre d'une longue et fatigante journée de travail : garder dans les collines un troupeau de cent cinquante chèvres, qu'elle devait de plus encore traire le soir. Il se

Laila Schneps

Si R & S garde une valeur à mes yeux, c'est à cause des quelques humbles actes de vérité que l'écriture m'a amenés à y faire (et d'un ou deux autres qui y sont évacués). Le constat sans fard de tels moments de vanité aveugle en moi, de tels moments où j'ai été ridicule, ou injuste, voire malhonnête au odieux. Tout le reste de R & S servait pour vanité, un règlement de comptes dans "le beau monde", un jeu d'artifice de philosophie "à l'enlèvement", s'il n'y avait sa.



© HES René Bouillot

HONNÊTE ET LUCIDE, Alexandre Grothendieck (ci-dessus, dans les années 1960) cherchait à l'être d'abord envers lui-même et son œuvre, comme le montre cet extrait d'une lettre à l'auteur.

Plus tard, et surtout après son retrait volontaire en 1991, il a étendu ses réflexions aux autres personnes et à la société tout entière, toujours à l'affût de l'évidence invisible, celle qui lui révélerait les ressorts véritables des comportements humains. Comme le mathématicien qu'il était, il cherchait le sens des choses dans la structure et ses écrits sont jonchés de diagrammes complexes reliant les aspects de l'âme humaine, les éléments, les symboles, les émotions. Ce qui frappe, dans l'ensemble de son travail, c'est qu'il n'a jamais cru à l'inanité des choses, à leur caractère aléatoire. Si la présence du Mal – avec une majuscule – le dérangeait au point de le pousser parfois à des accès de déraison, il n'a jamais cessé d'en chercher le sens, jusqu'à remonter aux origines de l'existence.

Pour Grothendieck, du moins à ce stade de sa réflexion, le Mal est la conséquence inexorable du conflit originel entre le masculin et le féminin. Non pas entre les hommes et les femmes, mais en chaque être, car chacun possède des traits aussi bien masculins que féminins, d'où une profonde fracture intérieure. Pour lui, de façon quasi biblique, ce conflit précède le langage, l'être humain, la vie sur Terre, faisant partie de la structure définissant l'Univers. L'attraction érotique entre le masculin et le féminin, et l'impossibilité pour l'un de jamais atteindre ou posséder entièrement l'autre, voilà pour Grothendieck la source profonde de toutes les souffrances. Il n'y a qu'une solution : que chacun parvienne à résoudre le conflit à l'intérieur de lui-même, et commence par en prendre conscience. Dans un passage

trouvait que ce rôle inhabituel d'épouse au logis m'allait comme un gant. La chose peut paraître minime – pourtant, ça a fait « tilt » alors. Le lien s'est fait en moi avec certaines pulsions et désirs dans ma vie amoureuse, s'exprimant alors et pour la première fois dans certains poèmes d'amour, où le vécu amoureux apparaît, sans ambiguïté aucune, comme « féminin ».

J'ai compris alors, sans réflexion ou « effort », sans velléité de réticence ou de gêne, que dans mon corps comme dans mes désirs, dans mes sentiments et dans mon esprit, j'étais femme, en même temps que j'étais homme – et qu'il n'y avait aucun conflit d'aucune sorte entre ces deux réalités profondes en mon être. En ces jours-là, la note dominante était féminine – et j'acceptais cette chose avec reconnaissance, dans un muet étonnement. Quand j'y pensais, il y avait en moi une joie silencieuse, très douce.

Il s'agit ici d'un moment de prise de conscience qui a ouvert la porte à des années de réflexion ultérieures. Plus les années passaient, plus les écrits de Grothendieck se concentraient autour de la seule question de « l'existence dans notre univers de souffrance, d'humiliations, de victimes ». Pourquoi tant de misère humaine ? D'une manière qui me semble unique au monde, il relie directement ce phénomène à l'aveuglement de la psyché humaine vis-à-vis des causes profondes de cette misère, dont la connaissance risque de faire déchoir une belle « image de soi » et déstabiliser ceux dont le Moi est construit sur cette image, les laissant en proie à des peurs innombrables. Pour tous les humains qui ne sont pas des mutants (mais heureusement, des mutants existent un peu partout), rien n'est d'une importance aussi primordiale que la protection de l'image de la moindre égratignure. « C'est surtout ça, Leila, » m'a-t-il écrit, « la "misère humaine" dont je parle, votre misère : cette impuissance-là à reconnaître en soi, ne serait-ce que le moindre bout de vanité, de ridicule, de mensonge. »

La vraie nature de l'horreur

Qui étudie la souffrance humaine au XX^e siècle ne peut ignorer la Shoah. Grothendieck aborde le sujet après un long périple personnel. Il semblerait que, s'il savait depuis des décennies que son père avait été déporté en 1942 à Auschwitz, où il a trouvé la mort, c'est seulement dans les dernières années de sa vie que cet événement a pris pour lui un sens intime, personnel. Peut-être est-ce le volume listant les convois des déportés de France, qu'un ami lui avait apporté, qui déclencha cet éveil. Ce volume contenait, parmi tant d'autres, le nom de son père, Sascha Schapiro (dit Tanaroff). Il a eu un fort impact sur Grothendieck, qui s'est mis à recopier, chaque jour, quelques-uns des noms de ces victimes de la déportation, pas tant pour les sauver de l'oubli que pour inscrire leurs souffrances dans sa chair, ou dans son âme. C'est à ce moment qu'il semble ressentir pour la première fois que le judaïsme – celui de son père ne semble pas l'avoir intéressé auparavant – recelait peut-être un véritable sens, un sens qui le concernait, lui. Dans une lettre à une ancienne amie, il écrit :

Sachez que pour moi [...] « être juif » ne m'a jamais posé problème, pas plus qu'être

allemand, ou (une fois « naturalisé ») français, après avoir été apatride une trentaine d'années durant. Par contre, j'ai appris l'existence d'un peuple juif, il y a moins d'un an. Et que mon destin est lié de près à celui de ce peuple, sur lequel j'ai des clefs, et des lumières...

Si la réalité des victimes de la Shoah l'a profondément frappé, les textes qu'il s'est mis à lire sur le sujet, en revanche, l'ont peu impressionné. Comme beaucoup de gens, des survivants de la Shoah en particulier, il trouvait que les écrits qui lui tombaient sous la main ne parvenaient absolument pas à communiquer la vraie nature de l'horreur, que le public non plus ne voulait pas vraiment savoir. Ainsi, il crache sur les œuvres destinées à « un grand public distingué, à présent grand consommateur de Shoah-et-tout-ça » :

Un « public Shoah », qui en demande et en redemande, né comme par enchantement dans la foulée du Mémorial. Public friand, nous voilà ! (merci, merci ! Militants de la Mémoire), après 40 ans d'indifférence honteuse au scandale et à la honte de la Shoah, et au scandale et à la honte, pires, de l'après-Shoah : l'impunité des « bourreaux nazis » et de leurs prête-main français, et (inséparable de celle-ci) le silence pudique de tous sur le sort des victimes. Comme on se cacherait, chut ! d'une maladie honteuse, la plus honteuse des maladies : avoir subi, humiliés, sans défense, mépris, violence, massacre – et à présent, le silence pudique...

Ce passage réunit à lui seul les traits les plus saillants de la pensée grothendieckienne : l'horreur, c'est mal, mais la capacité humaine – individuelle ou collective – d'accepter toutes les horreurs sans se livrer à une insurrection totale qui y mettrait fin une fois pour toutes est un mal encore bien pire. Cette pensée représente la conclusion logique de la vie ratée de son père, anarchiste militant qui avait consacré sa vie à changer le monde, et qui y croyait dur comme fer jusqu'à ce que l'impossibilité évidente de sa tentative ne le réduise au désespoir.

Peut-être, tout comme lui, Grothendieck a-t-il tenté l'impossible. Mais la tentative est d'une telle puissance et d'une telle justesse que nul ne peut y rester tout à fait indifférent après en avoir pris connaissance. Poésie, allégorie, érotisme, plaidoyers, correspondance, autobiographie – autant d'efforts désespérés pour communiquer les vérités qu'il voyait à un monde qui se fermait à lui –, c'est cela, l'héritage littéraire d'Alexandre Grothendieck. ■

■ L'AUTEURE



Leila SCHNEPS est directrice de recherche du CNRS à l'Institut de mathématiques de l'université Pierre-et-Marie-Curie, à Paris.

La misère humaine est l'impuissance à reconnaître en soi ne serait-ce que le moindre bout de mensonge

■ À ÉCOUTER

Une conférence donnée par Alexandre Grothendieck au CERN en 1972 sur le thème : « Allons-nous continuer la recherche scientifique ? » <http://bit.ly/2aDwl9T>.

Aux origines génétiques de l'obésité

Richard Johnson et Peter Andrews

Selon une hypothèse émise en 1962, un gène favorisant le stockage des graisses a aidé nos lointains ancêtres à traverser les périodes de disette et expliquerait la pandémie actuelle d'obésité et de diabète. Les chercheurs pensent avoir identifié ce « gène d'épargne ».

