

HOMO SAPIENS INFORMATICUS chronique de Gilles Dowek

Informatique à l'école : en progrès, doit persévérer

Depuis la rentrée 2016, les élèves ont des cours d'informatique. Reste le problème de la formation des enseignants.



Cette rentrée des classes 2016, en France, est historique, car la refonte des programmes de l'école primaire et du collège introduit un enseignement de l'informatique à tous les niveaux, complétant les enseignements déjà présents au lycée, qui sont également renforcés, et en classes préparatoires. Le moment est bienvenu pour faire le bilan de l'action, concernant l'enseignement de l'informatique, des gouvernements qui se sont succédé pendant cinq ans.

Faire un cours demande quatre ingrédients : des élèves, des programmes, des enseignants et du temps, ce qui nous fournit quatre grilles d'analyse des progrès réalisés.

Les élèves sont ce qui manque le moins. Même quand les enseignements sont optionnels ou électifs, ils sont présents en nombre, qu'ils soient attirés par la discipline elle-même, par ses débouchés professionnels ou par sa méthode pédagogique, qui les met en position d'exercer leur créativité.

Les programmes, nous l'avons dit, viennent d'être modifiés. Et, même si tout est toujours amélioré, ils ont le mérite de proposer une progression cohérente et ambitieuse, avec une sensibilisation aux concepts de l'informatique – algorithme, machine, langage et information – à l'école primaire, un apprentissage de la programmation au collège et une approche plus scientifique au lycée. Tableau d'honneur donc sur ce point.

Sur la question du recrutement des enseignants, les résultats sont moins brillants. Pour avoir, à terme, des professeurs des écoles capables d'enseigner les rudiments

de l'informatique, la seule solution est de l'enseigner dans les écoles supérieures du professorat et de l'éducation, ce qui ne semble pas être la priorité de l'Éducation nationale. Et, malgré un effort substantiel de formation continue, notamment en partenariat avec le projet Class'Code, les solutions pérennes ne sont pas encore au rendez-vous.



L'INTRODUCTION DE L'INFORMATIQUE dès l'école primaire, en France, est une bonne nouvelle ; mais la réforme n'est pas à la mesure des défis de ce siècle.

Au collège, au lycée et en classes préparatoires, le recrutement des enseignants qui ont appris l'informatique à l'université devrait passer par les traditionnels concours, Capes et agrégation. Cependant, l'Éducation nationale, qui vient pourtant de créer un Capes de japonais, refuse obstinément l'obstacle. Et nous pouvons craindre que la timide création, en 2017, d'une option « informatique » au Capes de mathématiques, en lieu et place d'un véritable Capes d'informatique, ne soit pas à la mesure de l'enjeu, pourtant souligné par le plan présidentiel pour le numérique à l'école.

Sur la question du temps alloué à cet enseignement, les résultats sont encore moins probants : des enseignements optionnels et électifs au lycée, un enseignement partagé entre les mathématiques et la technologie au collège. L'Éducation nationale accumule les rustines, là où une réflexion de fond sur l'évolution des sciences au XXI^e siècle et sur leur place dans notre monde – réflexion pourtant menée par l'Académie des sciences, le Conseil national du numérique, La Main à la pâte, etc. – devrait guider une réforme ambitieuse, pour nous permettre de relever les défis de ce siècle.

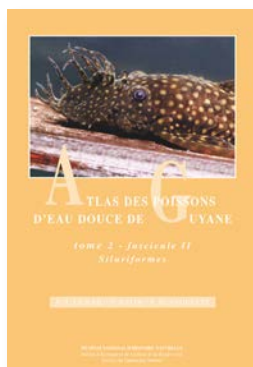
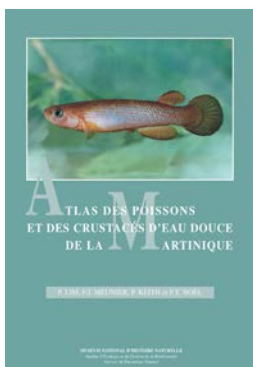
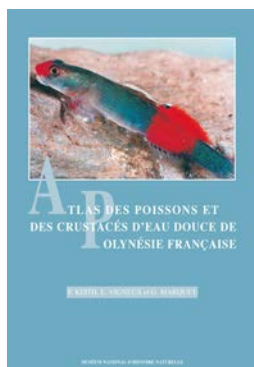
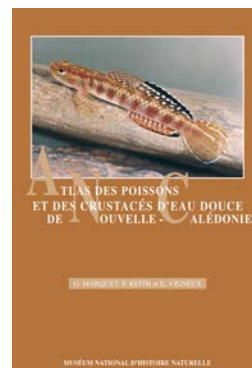
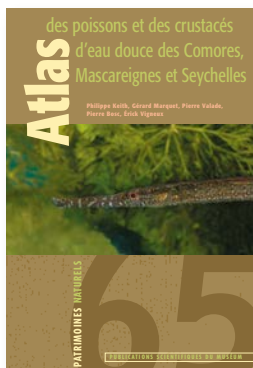
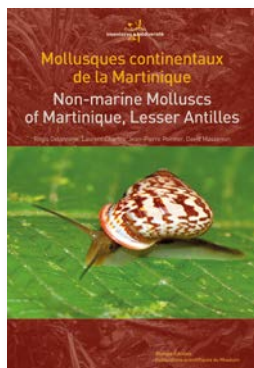
Le quinquennat 2007-2012 a permis les réflexions – en coopération avec l'association Enseignement public et informatique et avec ce qui allait devenir la Société informatique de France – qui ont mené à la création de l'enseignement informatique et sciences du numérique à la rentrée 2012. Le quinquennat 2012-2017 a permis la réflexion sur les programmes en vigueur depuis cette rentrée. Espérons alors que le quinquennat 2017-2022 permette d'avancer sur la question du recrutement des enseignants d'informatique et du temps alloué à son enseignement.

Dans l'hypothèse optimiste, il aura donc fallu trois quinquennats pour résoudre un problème simple. Si tel est le cas, nous devrions nous inquiéter de la vitesse d'horloge de nos institutions, qui semble croître moins vite que celle de nos ordinateurs. ■

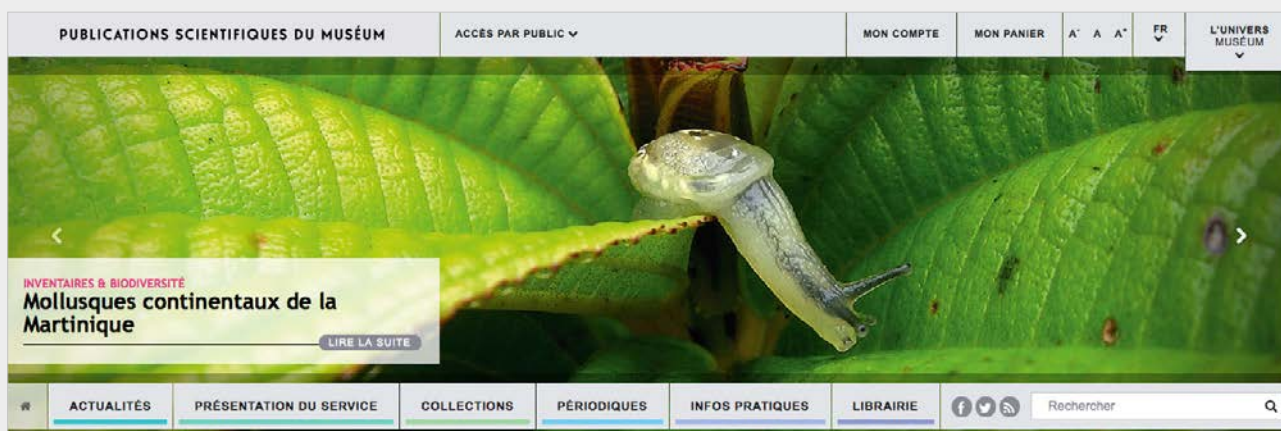
Gilles DOWEK est chercheur à l'Inria et membre du conseil scientifique de la Société informatique de France.

..... biodiversité - eau douce

Atlas et inventaires



plus de renseignements et de contenus
sur la librairie en ligne des Publications scientifiques



À LA UNE

Bienvenue sur le nouveau site internet des Publications scientifiques du Muséum national d'Histoire naturelle, Paris. Vous trouverez ici l'ensemble des collections et périodiques publiés par le Muséum. Les ouvrages et fascicules de périodiques sont maintenant disponibles à la vente, via la boutique en ligne, ou bien en venant directement sur place ; les articles de périodiques, dans leur version intégrale, sont de nouveau consultables en ligne.

ACTUALITÉS

Nouvelles parutions : Geodiversitas 38 (2), Zoosystema 38 (2), Adansonia 38 (1), Anthropolozologica 51 (1)



Commandez vos ouvrages depuis le **monde entier** sans intermédiaire. Navigation transversale par **Moteur de recherche**, **Thèmes** et **Géozones**.

Téléchargez gratuitement les articles des revues *Geodiversitas*, *Zoosystema* et *Adansonia* (publiés depuis 2000). D'autres revues sont consultables ou référencées...

Composez votre propre sélection en éditant un **catalogue** personnalisé au format PDF (A4).

SCIENCEPRESS.MNH.N.FR

MUSÉUM
NATIONAL D'HISTOIRE NATURELLE
PUBLICATIONS
SCIENTIFIQUES

CABINET DE CURIOSITÉS SOCIOLOGIQUES par Gérald Bronner



À petites structures, meilleurs résultats scolaires ? Méfiance !

Des statistiques peuvent donner l'impression que les petites structures éducatives sont plus efficaces que les grandes.

Voici une question d'actualité alors que la rentrée scolaire se profile : apprend-on mieux dans les petites structures scolaires que dans les grandes ? Une réponse intuitive suggère que oui. Dans un établissement à taille humaine, suppose-t-on, les enfants se sentent plus en confiance ; l'acte d'apprendre et les résultats obtenus ne peuvent donc que s'en trouver améliorés. Cette impression pourrait bientôt être confirmée par des résultats d'enquêtes sur la réussite en milieu scolaire et ancrer un point de vue... erroné.

Ainsi, dans les années 2000, la fondation Bill & Melinda Gates s'est beaucoup intéressée aux questions d'éducation. En particulier, elle a cherché à savoir ce qui faisait qu'une école affichait de meilleurs taux de réussite qu'une autre. Pour ce faire, elle a investi dans la recherche la somme de 1,7 milliard de dollars.

Lors des études menées, l'un des résultats qui retint l'attention était que, parmi les écoles les plus performantes, les petites écoles étaient surreprésentées. Ainsi, sur les 1 662 établissements que comptait la Pennsylvanie, 6 des 50 établissements les plus performants étaient de petite taille, soit 12 %, alors qu'ils ne représentaient que 3 % des écoles de cet État.

Cette enquête a donc incité la fondation Gates et plusieurs autres à investir de l'argent pour réduire la taille des unités pédagogiques. Était-ce une bonne idée ? Pas certain, car il pèse sur l'analyse de ce résultat une importune illusion mentale, nommée par les spécialistes biais de représentativité. Il s'agit de la difficulté que

nous avons d'évaluer la représentativité d'un échantillon.

Pour mieux comprendre cet obstacle intellectuel, voici un petit problème proposé à des sujets par deux célèbres psychologues israéliens, Amos Tversky et Daniel Kahneman, vers 1970.

Une ville a deux maternités : l'une, grande, où 45 bébés en moyenne naissent par jour, et

seraient à égalité. La bonne réponse, que seuls 20 % des sujets ont donnée, était pourtant « la petite maternité ». En effet, plus l'échantillon est grand (ici la grande maternité), plus les chances de se rapprocher de la parité (50 % de filles, 50 % de garçons) sont grandes ; plus il est petit, plus les chances de s'en écarter sont importantes. En d'autres termes, la petite maternité sera celle où il y a le plus de jours où l'on trouvera au moins 60 % de garçons, mais ce sera aussi celle où il y a le plus de jours où les naissances de filles atteignent 60 % ou plus.

De la même façon, concernant l'évaluation des performances des écoles par rapport à leur taille, il est bien vrai que les petites structures seront surreprésentées parmi les équipes les plus efficaces... mais elles le seront aussi parmi les équipes les moins performantes !

C'est exactement ce que découvrirent les statisticiens lorsqu'ils se sont penchés sur les résultats de l'étude de la fondation Gates. Les liens qu'on avait cru pouvoir établir liant taille de l'établissement et performance pédagogique n'avaient donc pas grand sens... Tout simplement parce que plus un échantillon est petit, plus il a de chances de s'éloigner de la moyenne canonique, pour le meilleur ou pour le pire. C'est l'un de ces nombreux exemples où les illusions mentales s'hybrident avec des variables narratives (*small is beautiful*) pour nous raconter des histoires qui nous plaisent, mais qui ne sont pas toujours exactes. ■



DES ENQUÊTES STATISTIQUES
peu soigneuses peuvent, à tort, confirmer l'impression que les écoles de petite taille sont plus performantes.

l'autre, petite, où 15 naissances en moyenne ont lieu chaque jour. Bien entendu, 50 % (ou presque) des bébés sont des garçons. Cependant, au jour le jour, ces proportions ne sont pas strictement respectées. Chaque maternité note les jours où elle a plus de 60 % de naissances masculines. Quelle maternité détiendra, au bout d'une année, le record de jours où naissent plus de 60 % de garçons ? La grande ? La petite ? Ou encore devraient-elles être, selon vous, à égalité ?

Sur cette question, 56 % des sujets interrogés ont considéré que les deux maternités

© Monkey Business Images / Shutterstock.com



Abonnez-vous à

POUR LA SCIENCE

Plus de
24%
de réduction

OFFRE LIBERTÉ
4,90€
PAR MOIS
SEULEMENT

BULLETIN D'ABONNEMENT

À renvoyer accompagné de votre règlement à : Pour la Science - Service abonnements - 19 rue de l'Industrie - BP 90 053 - 67 402 Illkirch cedex

PAS467

☐ **OUI**, je m'abonne à **Pour la Science** formule Découverte.
Je règle par prélèvement automatique de 4,90€ par mois et
je complète l'autorisation ci-contre. **J'économise 24% par mois.**
(IPV4E90)

MES COORDONNÉES

Nom : _____
Prénom : _____
Adresse : _____

Code postal _____

Ville : _____

Tél. Pour le suivi client (facultatif) : _____

E-mail obligatoire : _____

@ _____

J'accepte de recevoir les informations de **Pour la Science** ☐ OUI ☐ NON
et de ses partenaires ☐ OUI ☐ NON

Délai de livraison: dans le mois suivant l'enregistrement de votre règlement. Offre réservée aux nouveaux abonnés, valable jusqu'au 30/09/16 en France métropolitaine uniquement. Pour un abonnement à l'étranger, merci de consulter notre site www.pourlascience.fr. Conformément à la loi "Informatique et libertés" du 6 janvier 1978, vous disposez d'un droit d'accès et de rectification aux données vous concernant en adressant un courrier à **Pour la Science**. Votre abonnement en prélèvement est reconduit automatiquement et peut être interrompu par simple lettre.

MANDAT DE PRÉLÈVEMENT SEPA En signant ce mandat SEPA, j'autorise Pour la Science à transmettre des instructions à ma banque pour le prélèvement de mon abonnement dès réception de mon bulletin. Je bénéficie d'un droit de rétractation dans la limite de 8 semaines suivant le premier prélèvement. Plus d'informations auprès de mon établissement bancaire.

TYPE DE PAIEMENT : PAIEMENT RÉCURRENT

Titulaire du compte

Nom : _____

Adresse : _____

Code postal _____ Ville : _____

Désignation du compte à débiter

BIC (Identification internationale de la banque) _____

IBAN _____
(Numéro d'identification international du compte bancaire)

Établissement teneur du compte

Nom : _____

Adresse : _____

Code postal _____ Ville : _____

Date et signature

Organisme Créancier

Pour la Science - 8 rue Férou - 75006 Paris

N° ICS FR92ZZZ426900

N° de référence unique de mandat (RUM)

Joindre un RIB

Partie réservée au service abonnement. Ne rien inscrire

En kiosque
actuellement

DOSSIER POUR LA SCIENCE

Avant-propos de PASCAL PICQ

« Il faut penser notre avenir
en fonction de l'émergence
d'une nouvelle intelligence »



DOSSIER POUR LA SCIENCE - ÉTHOLOGIE - PSYCHOLOGIE - PALÉONTOLOGIE - NEUROSCIENCES

INTELLIGENCE

Notre cerveau a-t-il atteint ses limites ?



QUIZ

Testez vos
connaissances
sur
l'intelligence

Le secret
des génies

Comment
nos ancêtres
ont développé
un gros cerveau

**Les surdoués
du monde vivant**

Poulpe, poule,
éléphant, fourmi...



N° 92 Juillet-septembre 2016

pouirlascience.fr

BE: 3,9 € - CAN: 12,5 \$ USD - DOMS: 8,9 € - ESP: 8,5 € - FR: 8,5 € - GR: 8,5 € - ILL: 8,5 € - JAP: 110 ¥ - MEX: 100 \$ - NOR: 120 NOK - PAK: 2.200 PKR - PRT: 100 \$ - RUS: 120 RUB - SWE: 8,5 € - UK: 8,5 € - USA: 12,5 \$

N° 92 - 120 pages - prix de vente : 7,50 €

www.pouirlascience.fr

Le site de référence de l'actualité scientifique internationale

Les **MATHS** de Grothendieck

Alexandre Grothendieck, né en 1928 et décédé en 2014, a marqué le XX^e siècle. Mathématicien hors normes et au destin peu commun, il a, par ses idées et concepts élaborés dans les années 1950 et 1960, radicalement changé la façon d'aborder les problèmes de la géométrie algébrique et de la topologie, mais aussi ceux de la théorie des nombres et de la logique. Aujourd'hui, ses travaux inspirent toujours bien des mathématiciens. C'est à un voyage au cœur des réflexions et de l'œuvre de ce génie, à la personnalité intransigeante et tourmentée, que nous vous invitons ici.

– Marie-Neige Cordonnier

22 Un génie des maths devenu ermite
par Winfried Scharlau

30 Un héritage mathématique fertile
par Jean Malgoire

38 Un écrivain en quête de vérité
par Leïla Schneps

Un GÉNIE des maths devenu ermite

Une jeunesse marquée par la guerre, la gloire scientifique, une fin de vie en solitaire et empreinte de mysticisme : tel était le destin fort singulier d'Alexandre Grothendieck, l'un des plus brillants mathématiciens du XX^e siècle.

Winfried Scharlau

L'ESSENTIEL

- Fils d'un anarchiste russe et d'une marginale allemande, longtemps apatride, Alexandre Grothendieck grandit dans divers refuges en Allemagne puis en France.
- Durant l'après-guerre, il s'imposa comme l'un des plus grands mathématiciens du siècle. Il développa une nouvelle vision de sa principale discipline, la géométrie algébrique.
- En 1970, il tourne subitement le dos à la recherche. Il s'intéresse à l'écologie radicale, puis part définitivement vivre reclus, limitant au strict minimum ses contacts avec le monde.

Cet immense mathématicien du XX^e siècle est resté pratiquement introuvable pendant plus de vingt ans : Alexandre Grothendieck s'était coupé de presque tout contact humain depuis 1991. Le grand public n'entendit reparler de lui qu'à sa mort, le 13 novembre 2014, dans le sud de la France. Ce fut la fin d'une vie extraordinaire à tous égards.

Le père de Grothendieck, Alexander «Sascha» Schapiro, était un anarchiste russe et juif qui avait rejoint à l'âge de 15 ans des groupes en lutte contre le régime tsariste. Emprisonné en 1907, condamné à mort, il fut conduit quotidiennement, et pendant des semaines, sur la place d'exécution avant que sa peine ne fût commuée en prison à perpétuité en raison de son jeune âge. Il passa les dix années suivantes dans des camps et prisons russes. Libéré lors de la révolution d'Octobre, il fut à nouveau capturé, mais cette fois par l'Armée Rouge. Condamné à mort une fois de plus, il réussit à s'évader pour Berlin, où il gagna sa vie en tant que photographe de rue.

Là-bas, Alexander Schapiro fit la connaissance de la journaliste, actrice et écrivaine

Johanna (Hanka) Grothendieck. Issue d'une famille aisée de Hambourg, elle s'était émancipée très jeune du monde bourgeois et menait une vie errante chaotique. Alexandre Grothendieck, le fils qu'elle eut avec Schapiro, vint au monde le 28 mars 1928.

Avec l'arrivée au pouvoir des nazis, Schapiro émigra en France. Il prit part à la guerre civile espagnole, fut interné en France en tant que vétéran d'Espagne et livré à l'Allemagne en août 1942. Il fut immédiatement conduit à Auschwitz où on l'envoya sans doute directement à la chambre à gaz. Hanka Grothendieck avait suivi son compagnon en France et en Espagne, et passa la guerre dans des camps français. De 1945 jusqu'à sa mort, en 1957, elle vécut la plupart du temps avec son fils et connut ainsi l'ascension fulgurante de celui-ci.

Le petit Alexandre passa les premières années de sa vie parmi des anarchistes, marginaux, prophètes itinérants, émigrants d'Europe de l'Est et autres existences atypiques. Lorsque ses parents se rendirent en France en 1933, ils le confièrent à la famille du pasteur Heydorn, à Hambourg. Ce furent ses seules années de vie rangée.



© Peter Badger/Typos1 in cop. with HLF - all rights reserved 2016

MATHÉMATICIEN D'EXCEPTION, Alexandre Grothendieck a révolutionné la géométrie algébrique. Mais il a tourné le dos au milieu scientifique et a ensuite vécu en ermite, comme l'illustre cette photographie prise quelques mois avant son décès, en 2014.

En 1939, alors que le danger d'être «à moitié juif» le guette, les Heydorn l'envoient rejoindre ses parents en France. Peu après le début de la guerre, sa mère et lui sont internés dans des camps français en tant qu'«étrangers indésirables». En 1942, Grothendieck trouve refuge dans le village du Chambon-sur-Lignon, où il suit sa scolarité jusqu'au baccalauréat. À partir de 1945, il étudie les mathématiques à l'université de Montpellier, financé par une petite bourse d'aide aux réfugiés, mais aussi en faisant les vendanges et divers petits emplois.

À Montpellier, les cours sont si vieillots que Grothendieck décide de se former en autodidacte. Au printemps 1948, il monte à Paris où il rencontre de grands mathématiciens : les aînés Henri Cartan, Jean Leray, Jean Dieudonné, Claude Chevalley et André Weil, ainsi que ceux de sa génération, Jean-Pierre Serre, Pierre Cartier et François Bruhat. Au cours du célèbre séminaire de Cartan, il s'approprie les mathématiques les plus récentes à une vitesse impressionnante, malgré sa médiocre formation. En 1949, Grothendieck se rend à Nancy, auprès des mathématiciens alors déjà célèbres Laurent Schwartz et Jean Dieudonné.

■ L'AUTEUR



Winfried SCHARLAU est professeur de mathématiques émérite à l'université de Münster, en Allemagne.

Ainsi commence une période de vingt et un ans de sa vie presque entièrement dédiée aux mathématiques. On raconte souvent une anecdote sans doute un peu exagérée mais certainement vraie pour l'essentiel. Peu de temps après son arrivée, Grothendieck demande à Schwartz un sujet de thèse. Schwartz, qui venait d'être récompensé par la médaille Fields – un équivalent du prix Nobel, pour les mathématiques – lui confie un article qu'il venait de publier avec Dieudonné et qui contenait une liste de quatorze problèmes irrésolus. Il lui suggère de commencer par se familiariser avec un ou deux problèmes. L'étudiant, complètement inconnu, d'origines mystérieuses et dont la seule certitude qu'on avait de lui était que sa formation était très lacunaire, disparaît et revient quelques semaines plus tard en ayant résolu la moitié des problèmes. Il s'occupe de l'autre moitié en quelques mois supplémentaires, au cours desquels il ne demande conseil à personne.

À partir de là, il devint clair que Grothendieck était un mathématicien de tout premier plan. Sous l'influence de Schwartz et Dieudonné, il s'intéressa à l'analyse fonctionnelle. Cette branche des mathématiques consacrée aux fonctions considère celles-ci

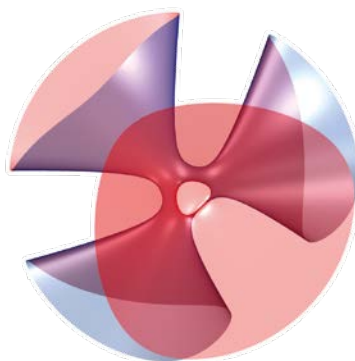
Sans titre
Kurt Ballay



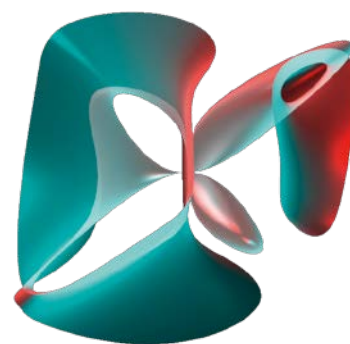
Inclination
Hiltrud Heinrich



Octaèdre concave
Gerhard Brunthaler



Surface diagonale de Clebsch'sche
Hermann Bauer



Porolohmanella
Eduard Baumann

LES SURFACES ALGÈBRIQUES sont définies par des équations polynomiales dont les coefficients sont des nombres réels. Les quelques exemples présentés ici ont été produits lors d'un concours organisé par la revue allemande *Spektrum der Wissenschaft*. Ces figures illustrent la

diversité des surfaces algébriques, finies ou infinies, composées d'un ou plusieurs morceaux, avec des pointes ou des auto-intersections, etc. Les travaux en géométrie algébrique ont permis de classer et de mettre de l'ordre dans cette classe d'objets et d'autres.

comme des points d'un espace de dimension infinie. Lorsqu'on ne connaît pas la fonction qui résout un problème (par exemple une équation différentielle), ou même lorsqu'on ignore si cette solution existe, il est parfois possible de trouver une suite de fonctions qui s'approche de mieux en mieux de la solution. Si ces fonctions étaient des points d'un espace de dimension finie (par exemple notre espace usuel à trois dimensions), on pourrait essayer de donner une certaine forme à la suite des approximations, de sorte qu'elle ait alors une limite qui soit la solution du problème initial. Mais il n'est pas évident de généraliser la notion de limite aux espaces de fonctions, de dimension infinie.

Au tout début de sa carrière, Grothendieck aspirait déjà à la plus grande généralité possible. Dans sa thèse soutenue en 1953, il introduisit ainsi un nouveau type d'espaces de fonctions, les « espaces nucléaires », caractérisés par le fait que les suites d'éléments de ces espaces et leurs limites s'y comportent essentiellement comme dans un espace de dimension finie.

En tant qu'apatride, Grothendieck eut des difficultés à trouver un poste en France après son doctorat. Par l'intermédiaire de Schwartz, il se rendit ainsi à Sao Paulo (Brésil), puis à Lawrence (Kansas, États-Unis), où on lui offrit des conditions de recherche favorables. Vers 1954-55, peu avant son retour à Paris, il abandonna brusquement et radicalement l'analyse fonctionnelle et se tourna vers la géométrie algébrique. D'une façon qui lui était tout à fait caractéristique, il ne se rua pas immédiatement sur des problèmes concrets de son nouveau domaine de recherche, mais chercha d'abord à rénover et reconstruire une théorie-outil, l'algèbre homologique.

La géométrie algébrique s'occupe des propriétés géométriques d'objets définis par des équations algébriques, c'est-à-dire des équations où les variables ne sont combinées entre elles que par des additions, des soustractions et des multiplications. Les plus simples de ces « variétés algébriques » sont des courbes planes définies par des équations à deux variables réelles. Par exemple, dans le plan muni des coordonnées (x, y) , l'ensemble des points satisfaisant l'équation $x^2 + y^2 = 1$ est le cercle centré en l'origine et de rayon 1, l'équation $y - x^2 = 0$ correspond à une parabole et l'équation $xy - 1 = 0$ représente une hyperbole.

En trois dimensions, une variété algébrique décrite par une équation en x, y et z



© IHES René Bouillot

À L'INSTITUT DES HAUTES ÉTUDES SCIENTIFIQUES, haut lieu des mathématiques situé à Bures-sur-Yvette, près de Paris, Alexandre Grothendieck a donné des cours dans les années 1960 et notamment son célèbre « Séminaire de géométrie algébrique », dont les notes seront publiées dans les *Éléments de géométrie algébrique*.

est, en général, une surface. L'informatique permet de visualiser de telles surfaces (voir les figures page ci-contre). Même si ces nombreuses et belles images n'ont pas fait sérieusement avancer la géométrie algébrique, elles laissent tout de même entrevoir la diversité des formes qui peuvent émerger d'une simple équation : étendues à l'infini ou bornées, constituées d'un ou de plusieurs morceaux, avec des auto-intersections, des pointes affilées comme des aiguilles, ou des trous comme dans le cas d'un tore ou d'un bretzel...

Les débuts d'un long travail de généralisation

En géométrie algébrique, l'objectif est de mettre de l'ordre dans cette diversité. Pour ce faire, on ne considère pas des propriétés « métriques » s'exprimant à l'aide de longueurs et d'angles, mais plutôt des propriétés qualitatives. Ainsi, le cercle et la parabole sont formés d'un morceau, alors que l'hyperbole en compte deux ; le cercle est fini tandis que la parabole et l'hyperbole s'étendent à l'infini ; un tore (la forme d'une chambre à air de pneu) comporte un trou, au contraire d'une sphère.

C'est par le théorème dit de Riemann-Roch que Grothendieck s'est vraiment révélé. Tel qu'il a été énoncé au XIX^e siècle par l'Allemand Bernhard Riemann et surtout par

son élève Gustav Roch, ce théorème fournit une relation entre les zéros et les pôles d'une fonction (les points où la fonction s'annule et ceux où elle devient singulière, infinie) sur une surface de Riemann (une variété complexe de dimension 1, c'est-à-dire un espace dont le voisinage de chaque point est assimilable à un morceau de $\mathbb{C}$, le plan des nombres complexes). La preuve classique se fait par des moyens issus de l'analyse à partir des fonctions différentiables qui décrivent les surfaces algébriques.

En 1953, le mathématicien allemand Friedrich Hirzebruch fit sensation en démontrant une généralisation du théorème de Riemann-Roch aux variétés de dimension supérieure, utilisant pour cela de nouvelles méthodes analytiques et topologiques dérivées des travaux d'Henri Cartan, Jean-Pierre Serre et René Thom.

Grothendieck dépassa ce succès en 1957 avec une généralisation du théorème de portée encore plus grande. Ce coup de génie le propulsa soudain sous les feux de la rampe du milieu mathématique, contrairement à ses résultats en analyse fonctionnelle, qui étaient pourtant également spectaculaires. À la différence de la preuve de Hirzebruch, celle de Grothendieck est purement algébrique. Il en résulte une extension drastique du domaine d'applicabilité du théorème : alors que jusque-là, les équations algébriques définissant une variété ne pouvaient s'appliquer

qu'à des variables réelles ou complexes, Grothendieck a remplacé ces ensembles de nombres par des corps quelconques (c'est-à-dire des ensembles où l'on peut définir entre les éléments une addition, une multiplication et son inverse, la division). Ce pas décisif rendra possibles, plus tard, des applications à la théorie des nombres classique.

Par ailleurs, Grothendieck ne s'est pas intéressé uniquement aux variétés isolées, mais aussi à certains morphismes entre deux variétés X et Y . Un morphisme est ce que l'on nomme plus communément une application, c'est-à-dire une relation entre deux espaces, qui à tout point de l'espace de départ associe un point de l'espace d'arrivée. Dans le cas particulier où la variété Y est réduite à un seul point, le théorème de Grothendieck a permis de retrouver la version de Hirzebruch du théorème de Riemann-Roch.

On touche là à un point pour ainsi dire philosophique : ce qui était important pour Grothendieck, ce ne sont pas les objets pris isolément, mais plutôt les relations

(les fonctions, les morphismes...) entre eux (voir l'encadré ci-dessous).

La théorie des catégories, qui était à cette époque toute naissante, vise à se situer dans cette même perspective (voir l'article de Jean Malgoire, pages 30 à 37). Analogie à la théorie des ensembles, mais plus abstraite encore, elle définit un cadre formel pour construire une théorie mathématique, et désigne les questions fondamentales, dont celle de savoir quels sont les objets d'une théorie ayant des propriétés universelles particulières. S'il est vrai qu'aucun problème profond n'a été résolu à l'aide de la théorie des catégories, elle a amené de l'ordre en géométrie algébrique. Cette approche a mis en évidence que de nombreuses démonstrations indépendantes les unes des autres étaient, en réalité, autant d'applications d'un même résultat tout à fait général en théorie des catégories. Les mathématiciens ont alors établi de nombreux liens, des sortes de dictionnaires, entre des situations qui semblaient *a priori* indépendantes les unes

des autres. De plus, la théorie des catégories a mis l'accent sur les morphismes plutôt que sur les objets, exactement comme ce qu'a fait Grothendieck avec le théorème de Riemann-Roch.

Un institut créé presque que pour lui

En 1958, l'homme d'affaires français Léon Motchane créa près de Paris l'Institut des hautes études scientifiques (IHES), un établissement de recherche comportant une poignée de professeurs permanents, mais un grand nombre de chercheurs invités du monde entier. Dieudonné et Grothendieck y furent les premiers professeurs de mathématiques. Grothendieck y organisa son « Séminaire de géométrie algébrique », lequel attira de nombreux mathématiciens brillants, dont Michael Artin, Pierre Berthelot, Luc Illusie, Michel Demazure et Pierre Deligne. C'est là que fut élaborée la nouvelle géométrie algébrique.

LA GÉOMÉTRIE ALGÈBRE D'APRÈS GROTHENDIECK OU : « QU'EST-CE QU'UN SCHÉMA ? »

L'objet central de la géométrie algébrique revue par Grothendieck n'est pas, comme auparavant, une courbe ou une surface, mais quelque chose de très abstrait et de très général qui porte le nom de « schéma ». D'une certaine façon, on adopte un point de vue supérieur, duquel on peut appréhender d'un regard unifié non seulement la géométrie algébrique classique, mais aussi la théorie des nombres.

Pour ce faire, Grothendieck s'est inspiré des propriétés des objets de la géométrie algébrique classique, les variétés algébriques. À deux dimensions par exemple, ces objets sont les ensembles de points (x, y) qui annulent un certain polynôme, tel $x^2 + y^2 - 1$ pour le cercle ou $x^2 - y^2 - z^2$ pour un paraboloïde hyperbolique (image ci-contre). Les polynômes peuvent s'additionner, se soustraire et se multiplier (mais pas se diviser). L'ensemble des polynômes forme un anneau commutatif, c'est-à-dire un ensemble d'objets (les polynômes) dans lequel une addition, une soustraction et une multiplication peuvent

être définies et où, en particulier, la multiplication est commutative (c'est-à-dire que pour deux polynômes quelconques f et g , on a toujours $fg = gf$).

Surtout, à la base, les polynômes sont des fonctions. Ainsi, un polynôme de trois variables associe à tout point (x, y, z) de l'espace un nombre réel (et les points qui sont associés au nombre 0 forment une variété). C'est cette propriété qui a conduit Grothendieck à la notion de schéma.

Première étape

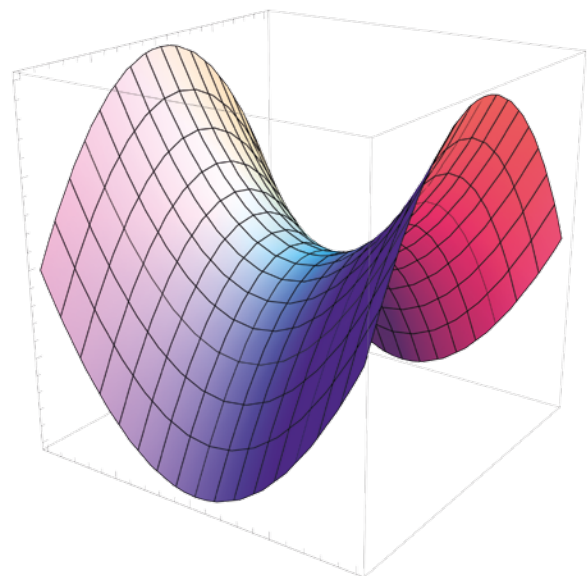
Grothendieck prend des anneaux commutatifs quelconques

comme objets de base. Parmi eux, l'anneau des entiers relatifs $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ joue le rôle que joue le corps des nombres complexes $\mathbb{C}$ pour les anneaux de polynômes.

Deuxième étape

Grothendieck considère alors les éléments d'un anneau

commutatif quelconque comme des « fonctions » (dans un sens très général et à préciser) dont le domaine de définition est nommé le « spectre » de l'anneau (voir l'article de Jean Malgoire pages 30 à 37). Par exemple, pour l'anneau des entiers, Grothendieck construit une fonction pour chacun des nombres entiers.



Depuis a moins les années 1960, Grothendieck a adopté une manière de travailler inhabituelle, mais efficace. Il disait lui-même que « penser » et « écrire » ont le même sens et qu'il pouvait taper sur sa machine à écrire au même rythme que défilaient ses pensées. Pendant de nombreuses années, il s'asseyait ainsi tous les jours (ou plutôt toutes les nuits), souvent pendant plus de douze heures, devant sa machine à écrire, et développait ses idées et théories dans une forme très précise, bien que provisoire et encore lacunaire. Plus tard, il retravaillait lui-même ces textes, ou les donnait aux participants de son séminaire qui les figolaient, les rédigeaient et souvent les complétaient après de longues discussions avec lui.

C'est ainsi que se sont constitués le désormais célèbre « Séminaire de géométrie algébrique » et les fondamentaux « Éléments de géométrie algébrique » (EGA), dont la rédaction finale a été entreprise par son ancien professeur Dieudonné. Les EGA sont une œuvre mathématique très inhabituelle. On y

trouve surtout deux types d'énoncés. Les uns affirment que certaines choses sont finiment représentables, c'est-à-dire constructibles en un nombre fini d'étapes à partir d'un nombre fini d'éléments de base. Les autres stipulent que des diagrammes sont commutatifs, c'est-à-dire que l'ordre dans lequel sont appliquées certaines fonctions, constructions, morphismes, etc., n'importe pas.

Il est possible de concrétiser les objets abstraits dont traitent ces théorèmes, mais ce serait considérer là des exemples isolés, et comme Grothendieck le répétait suffisamment, ils ne l'intéressaient pas. Il cherchait toujours à découvrir le cœur d'un problème, à le libérer de toute particularité, de toute hypothèse superflue et d'autres caractères secondaires. Il tendait ainsi toujours vers une plus grande généralité. Grothendieck avait la conviction presque mystique que lorsqu'un problème est vraiment mis à nu et reconnu dans sa nature, sa solution se présente presque d'elle-même, suivant des petits pas, naturels et presque triviaux.

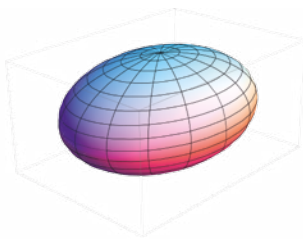
La plupart des personnes qui veulent rendre compréhensibles (à eux-mêmes ou à d'autres) des faits, des principes, des théories ou des problèmes généraux cherchent d'abord un exemple concret, instructif et aussi simple que possible. Grothendieck était complètement étranger à cette idée. Dans l'ensemble de ses travaux de géométrie algébrique, il n'y a aucun exemple. Bien qu'il ne l'ait jamais dit explicitement, il semblait penser que considérer des exemples détourne le regard des vrais principes fondamentaux et du cœur propre des choses. Grothendieck était probablement le seul à avoir cette conviction.

Pour la géométrie algébrique, de grands acquis plus récents, comme la preuve des conjectures de Weil par Pierre Deligne en 1974, la démonstration de la conjecture de Mordell par Gerd Faltings en 1984 et la résolution du grand théorème de Fermat par Andrew Wiles en 1994 auraient été littéralement impensables sans Grothendieck : tous ces travaux s'appuient sur le langage

Ainsi, comme dans l'anneau des polynômes, les éléments d'un anneau commutatif quelconque A deviennent des fonctions dont le domaine de définition est le spectre de A , ou $\text{Spec } A$. À partir de $\text{Spec } A$, Grothendieck définit un ensemble d'anneaux pour lesquels les propriétés trouvées sur A sont valides. Cet ensemble est donné par le « faisceau structural » de $\text{Spec } A$, une notion qui définit un pont entre un espace (ici, $\text{Spec } A$) et un ensemble d'objets (des anneaux) qui se ressemblent. $\text{Spec } A$ et son faisceau structural forment à eux deux une structure nommée schéma affine.

Troisième étape

Grothendieck construit un « schéma » à partir de ces schémas affines (en langage mathématique, un schéma est un espace localement annelé, localement isomorphe à un schéma affine). En pratique, le principe de construction est le même que celui, usuel, qui permet de



construire les variétés. Les surfaces de l'espace à trois dimensions, comme les plans, les sphéroïdes (ci-dessus), les hyperboloïdes, la surface d'un cornet de glace ou d'une bouée ont des formes qui sont globalement très différentes, mais localement, au voisinage de chaque point, elles ont toutes l'aspect d'un disque légèrement déformé. Réciproquement, on peut construire toute surface (et, de façon correspondante, toute variété de dimension supérieure) en prenant assez de disques puis en les recollant de telle façon qu'ils se chevauchent, afin d'obtenir la surface désirée. De façon analogue, un schéma est un

objet global construit par recollage de schémas affines. Là où ceux-ci se chevauchent, ils doivent se correspondre, suivant un sens à préciser. Pour cela, le travail mathématique à faire est minutieux, mais l'idée de base reste simple.

Les travaux de Grothendieck ont rapidement séduit : dès 1964, Heisuke Hironaka, futur lauréat de la médaille Fields, utilise cette construction dans un cours qu'il donne à l'université Columbia.

Depuis le XIX^e siècle, les mathématiciens discutaient pour savoir quel type d'anneaux commutatifs devait être considéré à la base de la géométrie algébrique. La réponse de Grothendieck est aussi simple que stupéfiante : il faut tous les considérer. C'est avec cette réponse qu'a été réussie une refonte complète et cohérente de la théorie, sans détour ni construction *ad hoc*. Grothendieck a tout de suite enregistré un premier succès : le fait de restreindre

l'attention, dans la théorie classique, à des anneaux vérifiant des conditions particulières impliquait la nécessité de restreindre également la classe des morphismes (applications reliant deux ensembles entre eux) entre anneaux que l'on y considérerait. En revanche, l'approche catégorique de Grothendieck permettait tout simplement de considérer tous les morphismes, sans restriction.

Puisque les schémas sont une généralisation des variétés algébriques, chaque notion afférente aux variétés peut être reformulée dans le cadre plus général des schémas. Cette approche a permis, par exemple, d'étudier des phénomènes délicats d'arithmétique ou de géométrie qui ne pouvaient être bien compris dans le cadre classique, et notamment de résoudre, comme l'a fait Gerd Faltings en 1983, la conjecture dite de Mordell (sur le nombre de solutions d'une équation polynomiale à coefficients rationnels).

et les outils de la géométrie algébrique tels qu'ils ont été définis par Grothendieck.

En 1970 s'est produit ce que Grothendieck a souvent appelé par la suite le « grand tournant » de sa vie, avec l'abandon de son poste à l'IHES après qu'il eut découvert que cet institut était financé en partie par le ministère français de la Défense, ce qui était incompatible avec ses convictions pacifistes et de gauche.

Cette raison avancée par Grothendieck lui-même n'explique pourtant pas tout. En effet, il abandonna non seulement son poste mais, peu de temps après, la recherche mathématique en général. S'il ne s'était agi que du financement de l'institut, il aurait pu trouver partout dans le monde des lieux d'activité n'allant pas à l'encontre de ses convictions morales.

De plus, il se sépara de sa femme Mireille Dufour et de leurs trois enfants, quitta Paris pour la campagne et se fixa – temporairement – de nouveaux objectifs. Il avait deux autres fils issus de ses nombreuses relations. Au fil des ans, ses rapports avec eux et leurs mères deviendront de plus en plus distants, tant et si bien qu'il ne les verra presque plus au cours de ses dernières décennies.

Inspiré par la révolution estudiantine de Mai 1968, par le mouvement écologiste alors naissant et le mouvement hippie américain, et en réaction à la guerre du Vietnam, Grothendieck fonda un groupe dénommé *Survivre et militant* pour la protection de l'environnement, opposé à toute forme de militarisme et en quête de nouvelles manières de vivre. Durant plus de deux ans, il en fut l'acteur principal et le chef de file financier.

Parallèlement, il fut professeur invité au Collège de France, à l'université Paris-Sud à Orsay, à Buffalo (États-Unis) et à Kingston (Canada), mais il était beaucoup moins engagé dans les mathématiques – ce qui signifie tout de même qu'il avait encore une activité supérieure à celle d'un professeur normal. De temps à autre, il faisait gagner à *Survivre* d'éminents alliés, mais le groupe ne prit jamais son envol et périclita lorsque Grothendieck, déçu, s'en détourna.

En 1973, Grothendieck s'installa successivement dans plusieurs petits villages du sud de la France. Il fut très marqué par un groupe de moines mendiants bouddhistes qui lui vinrent en aide de diverses façons. Il se lia aussi superficiellement avec des communautés de marginaux qui s'étaient installés à la campagne. Les membres de ces

Les documents de Grothendieck cachent-ils encore des découvertes ?

Alexandre Grothendieck a laissé après sa mort des dizaines de milliers de documents inexplorés : le fruit de ses méditations, sa correspondance retrouvée dans sa maison de Lasserre et des travaux mathématiques légués, en 1990, de son vivant, à l'un de ses anciens étudiants, Jean Malgoire, qui les a soigneusement conservés avant de les confier à l'université de Montpellier.

Jean Malgoire, dans quelles circonstances Alexandre Grothendieck vous a-t-il transmis ces archives qu'il aimait appeler ses « gribouillis » ?

Jean Malgoire : En juillet 1990, Alexandre Grothendieck m'appelle pour me demander si j'accepterais de venir récupérer sa bibliothèque mathématique, car il allait déménager et souhaitait profiter de l'occasion pour s'alléger. Heureux de mon accord, il me recommande surtout de venir avec un véhicule spacieux. Le lendemain, je le trouve assez excité, heureux de se projeter dans une nouvelle vie, avec des propos pleins de références mystiques. Il me propose, en plus de sa bibliothèque, d'emporter tous ses documents mathématiques (manuscripts, tapuscrits, nombreuses correspondances, prépublications...) et

m'aide à remplir la voiture. Il me montre aussi un grand bidon rempli de cendres où il a, dit-il, brûlé de nombreux papiers personnels. Il montrait, dans son élan mystique (j'ai quelques scrupules à parler de délire mystique), un parfait détachement pour ces documents et il me l'a précisé en me recommandant, je le cite : « Si tu souhaites un jour t'en débarrasser, ne les abandonne pas au bord d'une route, mais apporte-les dans un centre de recyclage... »

Je pensais alors qu'il souhaiterait probablement que je lui restitue tout ou partie de ces documents quand il serait sorti de cette période mystique. Mais il ne l'a pas fait. Et en 1995, je l'ai retrouvé pour l'informer de mon souhait de diffuser, avec son accord, la transcription (partielle) de l'un de ses manuscrits inédits :

La Longue marche à travers la théorie de Galois. Il a alors rédigé à mon intention un pouvoir qui allait beaucoup plus loin que ma demande, car il s'appliquait à tous les manuscrits donnés en 1990 (avec l'argument : « Tu n'auras pas à te [ou me ?] déranger chaque fois que tu souhaiterai diffuser un texte »). Il m'a aussi donné d'autres documents « oubliés en 1990 », dont le principal (en volume) était le manuscrit de *La théorie des dérivateurs* (2300 pages qui ont été depuis transcrites, éditées et diffusées).

Où en sont les travaux de numérisation et de déchiffrement ?

J. M. : Le nettoyage, le reconditionnement, l'inventaire détaillé des documents ainsi que leur numérisation sont terminés. Ce travail a été financé par la Région et l'université de Montpellier, et a été réalisé par les services de la bibliothèque interuniversitaire. Grâce à la connaissance que j'ai de ces documents, j'ai aidé à la réalisation de l'inventaire. La transcription n'était pas programmée dans cette première phase centrée sur la préservation et la conservation des documents.

Elle sera abordée dans un deuxième temps : cela prendra des années et l'aide de nombreux mathématiciens sera sollicitée.

Pensez-vous que ces archives recèlent des découvertes mathématiques déterminantes ?

J. M. : Parmi les manuscrits, deux tiers sont complètement inédits et attendus avec beaucoup d'intérêt par la communauté des mathématiciens. Rappelons que Grothendieck, s'il avait cessé de publier depuis le début des années 1970, n'avait pas arrêté pour autant de produire des mathématiques.

Qu'advient-il actuellement des dizaines de milliers de pages retrouvées dans sa maison ?

J. M. : Les plus de 60 000 pages retrouvées chez lui constituent le fonds dit de Lasserre que Grothendieck a légué par testament à la BNF en 1997. Celle-ci, à ma connaissance, a accepté le legs, et est en cours de négociation avec les héritiers pour régler les conditions financières et juridiques de ce legs.

– **Propos recueillis par Lydia Ben Ytzhak**

groupes le décrivaient comme un homme heureux, serviable et généreux, qui apportait des fruits et du vin aux repas communs et qui chantait beaucoup. Grothendieck lui-même raconta qu'il avait vécu cette période comme « un dimanche ».

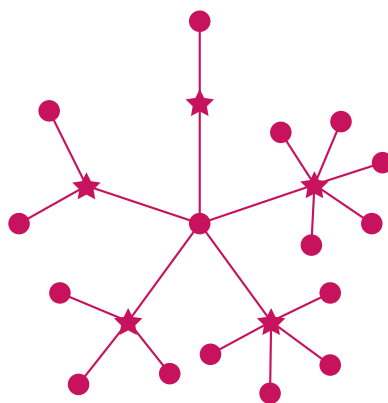
Au printemps 1973, il devint professeur à l'université de Montpellier. Dès lors, il ne voyagea plus pour des congrès ou des conférences et arrêta de publier. Ceux qui ont eu la chance d'assister à ses cours ont gardé le souvenir d'un enseignant à la passion communicative et d'une grande disponibilité.

Entre 1979 et 1990, et probablement plus tard encore, Grothendieck écrivit plusieurs « méditations » mathématiques, autobiographiques et philosophiques. La plus connue et la plus discutée est *Récoltes et semailles*, un texte de plus de 2000 pages contenant une sorte de règlement de compte avec le milieu mathématique. Le texte est pétri d'amertume, mais les opinions à son sujet divergent grandement : d'aucuns sont admiratifs devant le style poétique de certains passages et voient dans cette œuvre la marque d'un grand esprit au style unique. D'autres le trouvent ennuyeux et infiniment répétitif, mais aussi dérangeant, car Grothendieck y lance des accusations manifestement sans fondement contre ses anciens élèves et collègues.

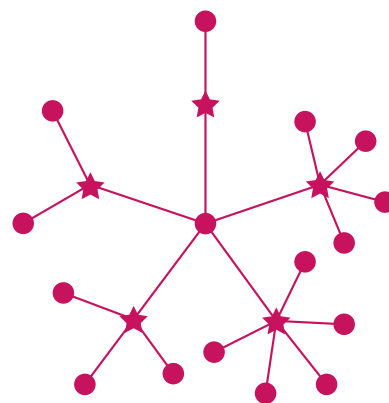
Délires et isolement

Parmi les textes mathématiques, Grothendieck écrivit *Esquisse d'un programme* alors qu'il postulait au CNRS (poste qu'il obtint en 1984) pour se libérer de sa charge d'enseignement, déçu par le peu d'intérêt des étudiants. Ce texte a inspiré de nombreux développements en mathématiques. Il contient notamment l'idée d'une géométrie non abélienne, c'est-à-dire non commutative. D'autres travaux concernent les fondements de la topologie (comme la *Topologie modérée* ou *La géométrie des formes*) ou l'algèbre homotopique (comme *Pursuing stacks* ou *La théorie des dérivateurs*) et sont, pour ceux déjà publiés, une source d'inspiration constante pour des mathématiciens de tout premier plan.

Vers la fin des années 1980, Grothendieck présente des symptômes de délire religieux. Il annonce le Jugement dernier pour le 14 octobre 1996 et proclame que Dieu l'a chargé d'en informer l'humanité ; il s'identifie à une nonne stigmatisée et considère son père adoptif comme la



LES « DESSINS D'ENFANTS »
tels ceux-ci, nommés fleurs de Leila, sont des graphes composés d'arêtes dont les nœuds alternent entre deux motifs (ici des étoiles et des disques). Grothendieck les évoque dans son *Esquisse d'un programme*.



réincarnation de Jésus – on pourrait facilement allonger cette liste.

Grothendieck disparut de la sphère publique en août 1991. Il acheta une vieille ferme à Lasserre, en Ariège. Il garda secret son lieu de résidence. Il refusait presque tous ses visiteurs, dont ses enfants. Selon ses propres dires, il s'occupait d'un travail philosophique sur le « Monde ». Pendant les vingt-trois dernières années de sa vie, il écrivit des dizaines de milliers de pages de « méditations ». Très occasionnellement, il demandait des livres à d'anciennes connaissances ou à la bibliothèque de l'IHES.

Pendant toutes ces années, Grothendieck n'aurait quitté son repaire qu'une seule fois, pour une raison tout aussi émouvante qu'absurde. Il pensait avoir fait du tort à un camarade d'école primaire, et voulait réparer cette faute. Comme il ne se souvenait plus du nom de cet élève et que sa venue à Hambourg n'était pas annoncée, le voyage fut totalement vain. En 2010, il fit à nouveau un coup d'éclat. Dans une lettre ouverte, il interdit la diffusion de ses écrits. Les projets de réédition de ses livres ou d'édition de ses œuvres complètes furent ainsi temporairement gelés.

Qu'en est-il aujourd'hui après le décès de Grothendieck en 2014 ? Il me semble important de rassembler et archiver tous ses écrits, scientifiques et autres (et en particulier sa très volumineuse correspondance). Son importance en tant que scientifique en fait un personnage d'intérêt public. Mais par-dessus tout, c'est un homme qui s'est rapproché des frontières de l'humanité, que ce soit intellectuellement, existentiellement, spirituellement ou moralement.

Le parcours et le destin exceptionnels d'Alexandre Grothendieck n'appartiennent pas qu'à lui-même, mais aussi et surtout à la société. C'est en cela que l'on reconnaît un homme vraiment extraordinaire. ■

■ À ÉCOUTER

Réécoutez l'émission de *France Culture* de Lydia Ben Ytzhak, **Alexandre Grothendieck ou le silence du génie**, avec Jean Malgoire, Pierre Cartier, Leila Schneps et d'autres invités. http://bit.ly/PLS467_Grothendieck

■ BIBLIOGRAPHIE

Y. Pradeau, *Algèbre - Éléments de la vie d'Alexandre Grothendieck*, Allia, 2016.

W. Scharlau, *Who is Alexander Grothendieck ? Part 1 : Anarchy*, Books on Demand, 2011.

UN HÉRITAGE mathématique

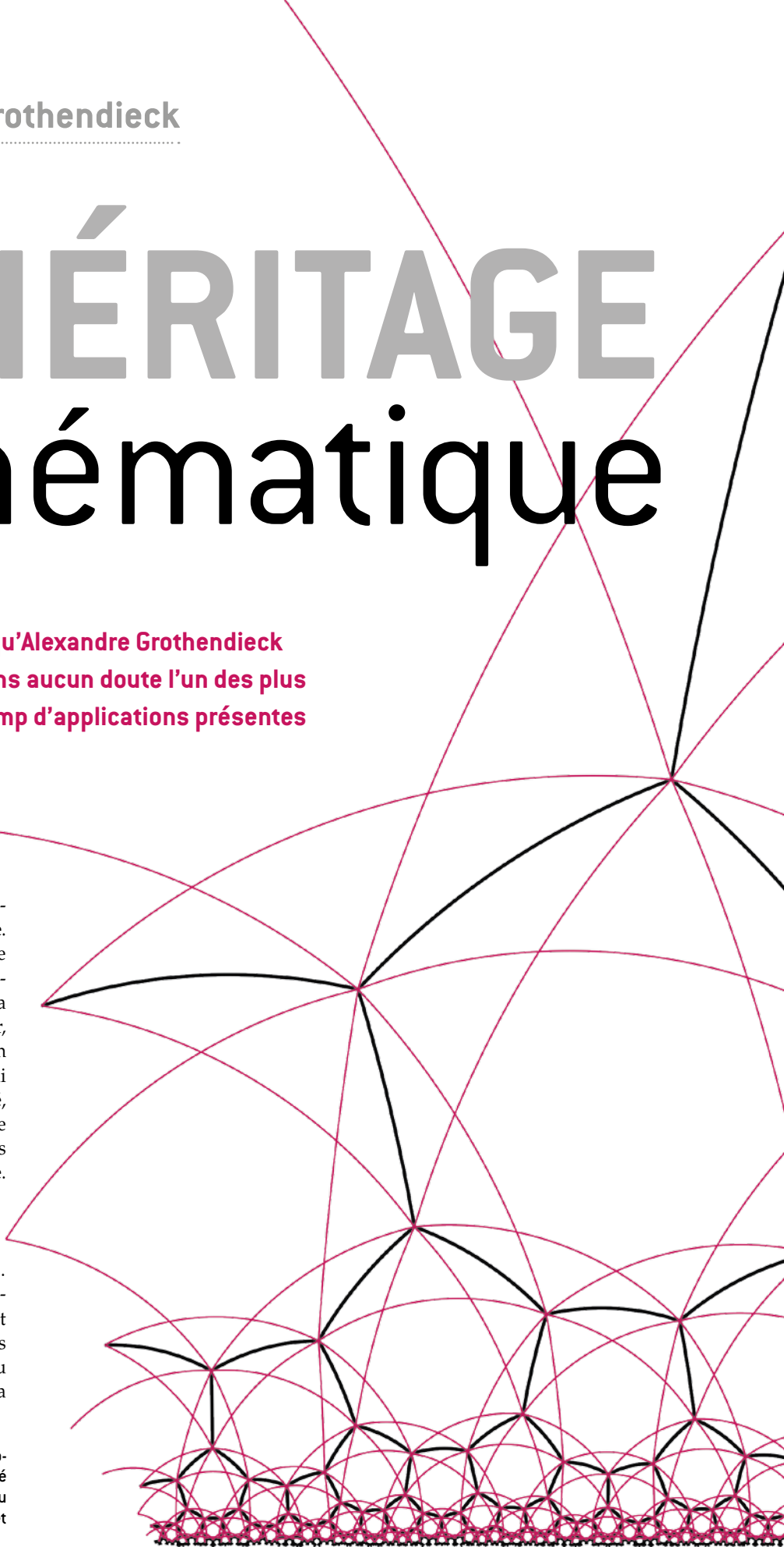
Jean Malgoire

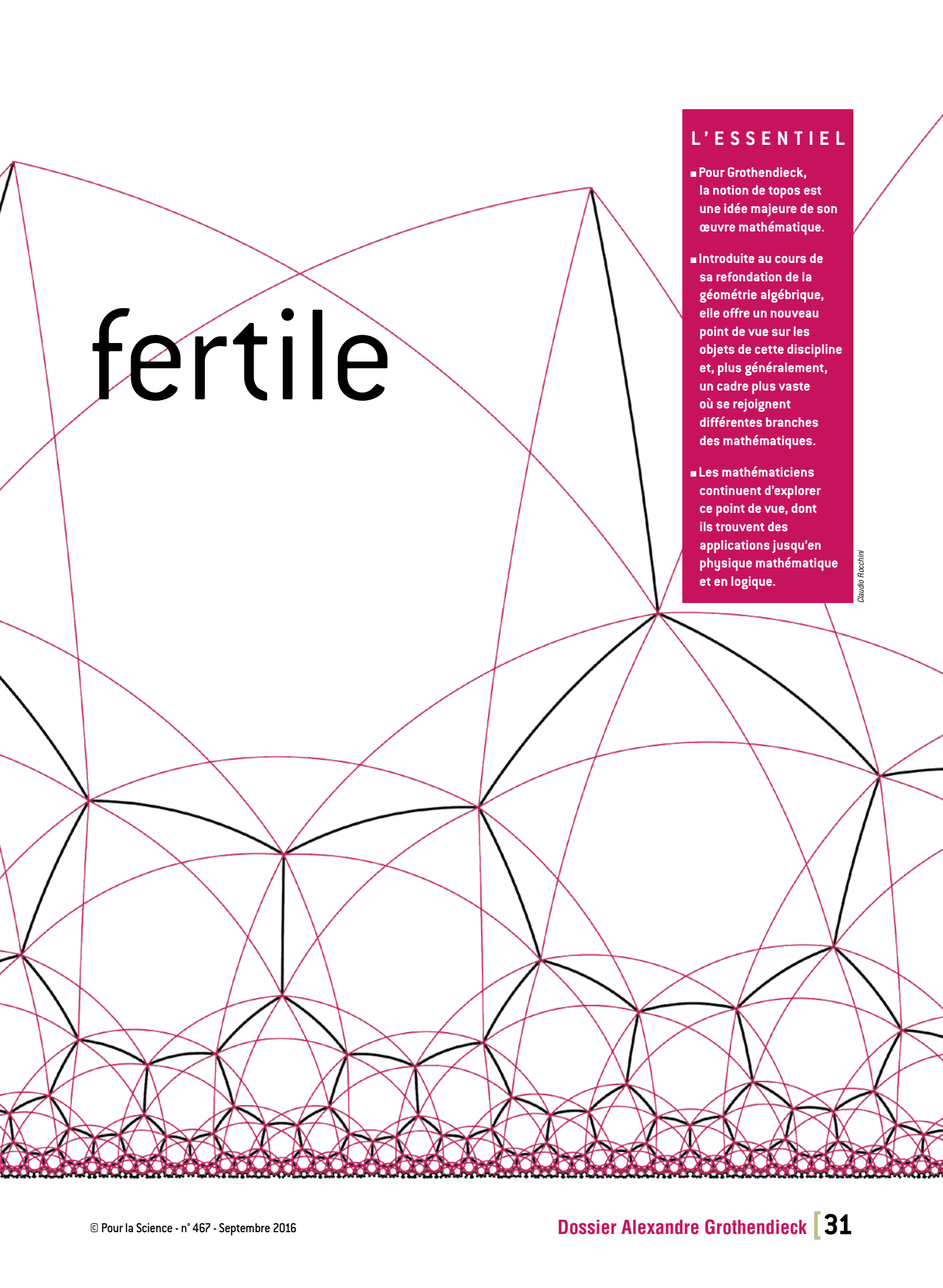
Parmi les multiples concepts qu'Alexandre Grothendieck a inventés, le « topos » est sans aucun doute l'un des plus puissants, et celui dont le champ d'applications présentes et à venir est le plus vaste.

Janvier 1985, une vague de froid exceptionnelle s'est abattue sur toute l'Europe. Dans sa très modeste mesure perdue au milieu des vignes, Alexandre Grothendieck est plongé depuis des mois dans la rédaction de *Récoltes et semailles*. Le 7 janvier, les rigueurs de l'hiver s'invitent dans son récit et celui-ci nous parle du vent glacé qui descend du mont Ventoux, du potager gelé, des souches de vigne qu'il coupe à la hache chaque jour pour alimenter le poêle auprès duquel il tape sur sa vieille machine à écrire. Mais rien n'entame son ardeur et ce qui devait être une introduction à un texte purement mathématique deviendra un ouvrage autonome de plus de 1500 pages...

Dans le premier fascicule sous-titré « Promenade à travers une œuvre – ou l'enfant et la mère », il parle avec passion des grands thèmes mathématiques qu'il a développés au cours de sa carrière et de la spécificité de sa

UN EXEMPLE DE TOPOS est représenté ici : le topos dit mixte constitué du demi-plan de Poincaré en géométrie hyperbolique et du groupe associé au pavage de type $\{7,3\}$, où chaque pavé a 7 côtés et où chaque sommet est relié à 3 arêtes [en noir].





fertile

L'ESSENTIEL

- Pour Grothendieck, la notion de topos est une idée majeure de son œuvre mathématique.
- Introduite au cours de sa refondation de la géométrie algébrique, elle offre un nouveau point de vue sur les objets de cette discipline et, plus généralement, un cadre plus vaste où se rejoignent différentes branches des mathématiques.
- Les mathématiciens continuent d'explorer ce point de vue, dont ils trouvent des applications jusqu'en physique mathématique et en logique.

Claudio Rocchini